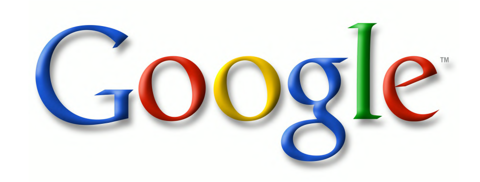


JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ABRIA, ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLAVIER, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — JANVIER 1887.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (S

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ABRIA, ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLAVIER, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — JANVIER 1887.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............	15 fr.
Autres pays..	17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS,
12678 Quai des Augustins, 55.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME SIXIÈME. — ANNÉE 1887.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

—

1887

1887, Feb. 28 – 1888, Jan. 24.

Haven fund.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

SUR LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE DES DISSOLUTIONS SALINES DE CONCENTRATION MOYENNE;

PAR M. E. BOUTY.

Dans un Mémoire publié il y a deux ans ([1]), j'ai énoncé une loi nouvelle relativement à la conductibilité des dissolutions salines très étendues. Par son importance philosophique, aussi bien que par les discussions qu'elle a soulevées à l'étranger, cette loi méritait d'être à nouveau l'objet d'une étude approfondie. Une multitude de questions de fait ou de méthode s'y rattachent intimement, et appelaient aussi des recherches complémentaires. Ce travail a pour objet de combler, au moins en partie, ces lacunes.

Dès 1878, M. R. Lenz ([2]), dans un Mémoire dont je n'avais pas eu connaissance, étudiait la conductibilité électrique des sels alcalins en dissolution très étendue. Il était amené à conclure que l'influence de l'anion s'efface peu à peu à mesure que la dilution augmente, et que celle du cation subsiste seule. Ainsi tous les sels de potasse auraient, en dissolution très étendue, la même conductibilité moléculaire; mais les sels de soude auraient une conductibilité différente.

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. III, p. 433, 1884; *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 325.

([2]) R. LENZ, *Mém. de l'Acad. de Saint-Pétersbourg*, t. XVII; 1878.

En 1884, MM. Arrhenius [1] et Ostwald [2] étaient aussi conduits, indépendamment de mes recherches, à étudier la conductibilité des sels ou des acides à un état de dilution extrême. La publication de leurs Mémoires coïncide à peu près avec celle de mes dernières Notes à l'Institut.

M. Vicentini [3], voulant essayer d'étendre aux solutions alcooliques la loi d'équivalents que je venais de proposer et n'y ayant pas réussi, a consacré deux Mémoires à l'étude des dissolutions aqueuses très étendues.

Enfin M. F. Kohlrausch a publié un important Mémoire que j'ai analysé ailleurs [4] et dont la discussion se mêlera intimement à celle de mes nouvelles expériences.

Tous ces travaux ont été réalisés exclusivement par la méthode des courants alternatifs. Il était avant tout indispensable de savoir si les résultats ainsi obtenus sont ou non comparables à ceux que donne la méthode électrométrique que j'ai moi-même employée. Tel a été l'objet d'une étude que nous avons entreprise, M. Foussereau et moi [5], et dont la principale conséquence est que cette méthode, parfaitement légitime tant qu'on n'opère qu'avec de faibles résistances et des dissolutions concentrées, peut conduire à des résultats tout à fait inexacts dans le cas où le circuit contient des résistances métalliques considérables; elle devient presque absolument illusoire pour les dissolutions extrêmement étendues.

Mais il ne suffisait pas d'avoir montré le vice de la méthode, il était encore indispensable de discuter en eux-mêmes les résultats des mesures, et les conséquences qu'on est légitimement en droit d'en tirer. Pour comparer de plus près les résultats de M. Kohlrausch aux miens et pour étendre mes recherches aux solutions de concentration moyenne, je devais d'abord faire une étude spéciale de la conductibilité du chlorure de potassium que j'ai toujours adopté pour terme de comparaison.

---

(1) ARRHENIUS, *Bihang Svenska Vet. Akad. Handl.*, t. VIII; 1884.

(2) OSTWALD, *Journal für prakt. Chemie*, t. XXX; 1884.

(3) VICENTINI, *Atti Venet.* [2], t. II, 1884; *Atti Torino*, t. XX; 1885.

(4) F. KOHLRAUSCH, *Ann. der Physik und Chemie*, t. XXVI, p. 161, 1885; *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 427.

(5) BOUTY et FOUSSEREAU, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 419; 1885.

Je devais, en second lieu, rechercher si la loi d'équivalents que j'ai énoncée est seulement une loi approchée (comme, par exemple, la loi de Dulong et Petit relative aux capacités calorifiques des corps solides), ou si elle doit être considérée comme une loi limite rigoureuse (analogue à la loi de Mariotte pour la compressibilité des gaz).

Enfin la nécessité de discuter les résultats d'expériences relatives à des dilutions excessives, où les impuretés de l'eau distillée ont pu jouer un rôle prépondérant, m'a conduit à l'étude de la conductibilité des mélanges salins en général. Ce Mémoire se divisera donc en trois Parties, relatives au chlorure de potassium, à la loi d'équivalents et aux mélanges.

CHAPITRE I.

SUR LA CONDUCTIBILITÉ DU CHLORURE DE POTASSIUM DISSOUS.

La méthode électromagnétique, comme la plupart des méthodes de mesure, comporte une erreur relative d'autant moindre que les quantités à comparer ont un rapport plus voisin de l'unité. C'est pourquoi, dans mes recherches de 1884, j'ai toujours comparé la conductibilité des dissolutions salines à la conductibilité des dissolutions du chlorure de potassium contenant le même poids de sel dissous, afin de n'avoir jamais affaire qu'à des résistances du même ordre de grandeur. Ces recherches m'ayant conduit à reconnaître que la conductibilité moléculaire de tous les sels normaux est la même en dissolution très étendue, il y avait intérêt à ne comparer désormais entre elles que des dissolutions de même concentration moléculaire; c'est pourquoi, renonçant dans mon travail actuel aux liqueurs d'une concentration en poids égale, j'ai eu recours à des dissolutions contenant un nombre exact n d'équivalents de sel en grammes par litre de la dissolution.

J'ai d'abord déterminé en valeur absolue la résistance spécifique d'une dissolution normale de chlorure de potassium, contenant $74^{gr},59$ de sel ($1^{éq}$, $m = 1$) par litre. Ensuite, et par une double série de mesures relatives, j'ai comparé cette résistance à celles d'autres dissolutions contenant de $3^{éq}$ à $0^{éq},001$ de sel par litre, et à des températures comprises entre 0° et 30°.

Mesure absolue. — Un tube capillaire enroulé en spirale et terminé par deux larges entonnoirs est successivement rempli de mercure pur à zéro et de la dissolution normale de chlorure de potassium. On mesure la résistance du mercure par la méthode du pont de Wheatstone, à l'aide d'un galvanomètre de Thomson à double bobine d'une extrême sensibilité et d'une boîte à pont de M. Carpentier dans laquelle on introduit entre les branches fixes un rapport égal à 100. De très gros fils de cuivre plongent dans les entonnoirs, et les communications sont attachées de telle sorte que la résistance du mercure forme *seule* la quatrième branche du pont; sa valeur à 0° est voisine de $1^{ohm},2$. On mesure ensuite la résistance du chlorure de potassium, par la méthode électrométrique, à une série de températures comprises entre 0° et 30°, et en prenant comme terme de comparaison des résistances métalliques étalonnées en ohms légaux. Les résistances liquides ainsi mesurées sont comprises entre 200000^{ohms} et 100000^{ohms}. De l'ensemble des mesures on déduit : 1° le rapport R_0 des résistances de deux colonnes égales de la dissolution normale de chlorure de potassium et de mercure à 0°; 2° le coefficient moyen de variation de la résistance de la dissolution normale avec la température. Posant

$$R_t = \frac{R_0}{1 + \alpha t},$$

on trouve ainsi $\alpha = 0,0291$ et $R_0 = 1,634 \cdot 10^5$. Il en résulte que la résistance spécifique C.G.S. de la dissolution normale, évaluée en ohms légaux, est de

$$15^{ohms}.415.$$

Eu égard à l'extrême inégalité des grandeurs à comparer, cette valeur peut être erronée de $\frac{1}{100}$ au plus, par excès ou par défaut.

Mesures relatives. Étude de la méthode de Paalzow. — Les mesures relatives ont toutes été exécutées par la méthode électrométrique. Mais auparavant j'ai voulu me rendre compte du degré d'exactitude dont les autres méthodes sont susceptibles; je n'avais pas à revenir sur la méthode des courants alternatifs : il restait la méthode de Paalzow, consistant à éliminer la polarisation des

électrodes par l'emploi d'électrodes de zinc plongeant dans une solution concentrée de sulfate de zinc.

Pour étudier cette méthode, j'ai intercalé la résistance à mesurer entre deux vases poreux pleins du même liquide et placés dans de grands bocaux contenant du sulfate de zinc. Ceux-ci communiquaient par des siphons avec d'autres vases contenant les électrodes de zinc amalgamé, plongés aussi dans le sulfate de zinc. Une première mesure à l'aide d'un pont de Wheatstone à branches inégales donnait la résistance totale du système ainsi formé; on excluait la résistance liquide capillaire en réunissant les vases poreux par un très gros siphon, le plus court possible, et l'on procédait à une seconde mesure. La résistance capillaire s'obtenait par différence.

J'ai pu me convaincre, par des mesures comparatives effectuées par cette méthode et par la méthode électrométrique, que la polarisation est complètement éliminée quand on s'astreint à conserver à la branche du circuit contenant l'électrolyte une résistance minimum d'une dizaine de mille ohms. La méthode de Paalzow offre alors, par rapport à la méthode électrométrique, l'avantage d'une plus grande rapidité dans les mesures; mais on est vite arrêté par le défaut de sensibilité des galvanomètres. Quand la résistance principale atteint un mégohm, il me paraît impossible de répondre des résultats à $\frac{1}{10}$ près, tandis que les mesures électrométriques comportent au plus une erreur de $\frac{1}{200}$ pour des résistances 10 ou 100 fois plus fortes.

Pour les mesures définitives, j'ai donc eu recours exclusivement à la méthode électrométrique. La principale difficulté consiste dans l'évaluation exacte des températures, une variation de 0°,1 entraînant en général une variation de la résistance de 0,003, la plus légère erreur thermométrique altère notablement les résultats. Il est donc indispensable de maintenir les tubes capillaires contenant les résistances liquides dans des bains d'assez grand volume pour que la variation de température : pendant la durée d'une mesure, puisse être négligée, et d'employer des thermomètres donnant le dixième de degré.

Résultats. — Entre 0° et 30° la résistance des dissolutions de chlorure de potassium s'exprime, avec une exactitude suffisante,

par la formule

$$R_t = \frac{R_0}{1 + \alpha t}. \tag{1}$$

Le Tableau suivant donne les valeurs absolues de la résistance spécifique R_0 et les valeurs relatives de la résistance moléculaire P_0 rapportée à celle de la dissolution normale, ainsi que les valeurs de α :

Nombre m d'équivalents.	R_0.	P_0.	α.
3,0	5,172	1,007	0,0230
2,0	7,785	1,010	0,0259
1,0	15,415	1,000	0,0291
0,5	30,49	0,989	0,0302
0,2	72,23	0,937	0,0326
0,1	141,0	0,915	0,0327
0,01	1325,0	0,860	0,0333
0,001	12697,0	0,824	0,0333

On remarquera que, entre $3^{éq}$ et $0^{éq},5$, la conductibilité moléculaire à 0°, P_0 varie à peine du $\frac{1}{100}$ de sa valeur, tandis que α croît rapidement. Au contraire, dans les dissolutions étendues, α demeure très sensiblement constant et la conductibilité moléculaire décroît d'une manière assez marquée. Pour des valeurs de $m < 0,5$ on a très sensiblement

$$P_0 = 0,8\left(1 + 0,2976\, m^{\frac{1}{3}}\right), \tag{2}$$

m.	P_0 observé.	P_0 calculé.	Différence.
0,5	0,989	0,989	0,000
0,2	0,937	0,939	+0,002
0,1	0,915	0,910	—0,005
0,01	0,860	0,851	—0,009
0,001	0,824	0,824	0,000

et, par conséquent, on peut admettre que la limite vers laquelle tend P_0 est égale à 0,8 ; c'est-à-dire que la résistance moléculaire du chlorure de potassium indéfiniment dilué est réduite aux $\frac{4}{5}$ de celle de la liqueur normale.

Si l'on veut calculer la résistance spécifique d'une dissolution

quelconque de chlorure de potassium, il faut encore connaître la loi de variation de α. On peut admettre, pour toutes les dilutions étudiées, la formule

$$(3) \qquad \alpha = 0,00333\left(1 - 0,452\, m^{\frac{3}{4}}\right).$$

m.	α observé.	α calculé.	Différence.
3,0	0,0230	0,0230	0,0000
2,0	0,0259	0,0257	—0,0002
1,0	0,0291	0,0288	—0,0003
0,5	0,0302	0,0306	+0,0004
0,2	0,0326	0,0319	—0,0007
0,1	0,0327	0,0325	—0,0002
0,01	0,0333	0,0332	—0,0001
0,001	0,0333	0,0333	0,0000

Pour les valeurs de $m > 1$, on pourra admettre que P_0 est égal à 1, et calculer α par la formule (3); pour les valeurs de $m < 1$ on appliquera les formules (2) et (3). Les résistances ainsi calculées seront exactes à environ 0,01 près de leur valeur.

Dans son dernier Mémoire, M. F. Kohlrausch donne les conductibilités d'un certain nombre de dissolutions de chlorure de potassium à 18° rapportées à la conductibilité du mercure à 0° prise pour unité. Il trouve ainsi que la dissolution normale de chlorure de potassium possède une conductibilité moléculaire égale à $9,19.10^{-6}$. Mes expériences donnent $9,32.10^{-6}$; le nombre de M. Kohlrausch est plus faible d'environ $\frac{1}{70}$, ce qui n'a rien de surprenant, puisque les deux mesures fondamentales, faites à des températures différentes, ne sont pas directement comparables.

Le Tableau suivant donne le rapport à 18° des résistances des diverses solutions de chlorure de potassium à la dissolution normale, calculées : 1° d'après les formules (2) et (3); 2° d'après M. Kohlrausch.

m.	Bouty.	Kohlrausch.	Différence.
3,0...........	1,0814	1,1112	+0,0298
1,0...........	1,0000	1,0000	0,0000
0,5...........	0,9684	0,9593	—0,0091
0,1...........	0,8718	0,8777	+0,0059
0,01..........	0,8088	0,8012	—0,0076
0,001.........	0,7823	0,7704	—0,0119
∞	0,7587	0,7558	—0,0029

Sauf pour $m = 3$, l'accord des deux séries a lieu en général à moins de $\frac{1}{100}$ près, c'est-à-dire que la différence peut être attribuée entièrement aux erreurs thermométriques. La méthode des courants alternatifs a donc conduit, dans ce cas, M. Kohlrausch à des résultats très sensiblement exacts.

CHAPITRE II.

LOI DE LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE DES SOLUTIONS SALINES DE CONCENTRATION MOYENNE.

Nous savons qu'entre 0° et 20° la résistance d'une solution saline étendue est exactement représentée par la formule binôme

$$r_t = \frac{r_0}{1 + \alpha t}. \tag{4}$$

Le coefficient α, à partir d'une certaine dilution, souvent assez médiocre, ne diffère pas sensiblement de la valeur limite 0,0333 qui convient aux liqueurs les plus étendues.

Je suppose cette condition réalisée par un certain sel, le sulfate de zinc par exemple, et je mesure le rapport $K_0 = \frac{r_0}{R_0}$ de sa résistance moléculaire à 0° à celle du chlorure de potassium à 0° et de même concentration atomique, c'est-à-dire contenant le même nombre m d'équivalents de sel par litre de la dissolution. L'avantage de cette comparaison est de pouvoir s'effectuer directement et avec une faible erreur relative, puisque les deux résistances à comparer sont du même ordre de grandeur. Le rapport K_0, en général plus grand que 1, tend vers la limite 1, à mesure que m tend vers zéro. C'est la loi d'équivalents que j'ai énoncée antérieurement [1].

Posons

$$K_0 = 1 + f(m), \tag{5}$$

et proposons-nous de déterminer la fonction $f(m)$. Les mesures relatives à un sel particulier, par exemple le sulfate de zinc, mon-

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. III, p. 444; *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 330.

trent que, si l'on fait varier m suivant les termes d'une progression géométrique, $f(m)$ varie suivant une autre progression géométrique. On a donc

$$f(m) = A m^c.$$

En essayant de déterminer A et c pour divers sels neutres normaux, on reconnaît bien vite que, tandis que A varie largement d'un sel à un autre, on peut considérer c comme très sensiblement constant et égal à $\frac{1}{3}$. Les Tableaux suivants, relatifs à des sels pour lesquels K_0 varie dans des limites très larges, montreront la concordance du calcul ainsi effectué et de l'observation.

Sulfate de zinc A = 2,959.

	K_0		
m.	observé.	calculé.	Différence.
0,5	3,335	3,348	+0,013
0,2	2,850	2,732	−0,118
0,1	2,420	2,375	−0,045
0,05	2,159	2,091	−0,068
0,02	1,815	1,805	−0,010
0,01	1,639	1,639	0,000
0,005	1,485	1,507	+0,022
0,002	1,283	1,374	+0,091
0,001	1,269	1,297	+0,030
0,00025	1,158	1,187	+0,029

Pour le sulfate de zinc, α ne diffère déjà plus d'une manière sensible de la limite 0,0333, à partir de $m = 0,5$.

Nitrate de plomb A = 1,116.

	K_0			
m.	observé.	calculé.	Différence.	α.
0,5	1,886	1,886	0,000	0,0389
0,25	1,755	1,703	−0,052	»
0,125	1,559	1,558	−0,001	0,0372
0,1	1,525	1,518	−0,007	»
0,05	1,424	1,411	−0,013	»
0,02	1,266	1,303	+0,037	0,0353
0,01	1,141	1,240	+0,099	0,0342
0,005	1,185	1,191	+0,006	»
0,002	1,096	1,141	+0,045	»
0,001	1,096	1,112	+0,016	»
0,00025	1,049	1,069	+0,020	»

Pour le nitrate de plomb, ce n'est qu'au-dessous de $m = 0,01$ qu'on peut admettre que α prend sensiblement sa valeur limite 0,0333.

Il ressort clairement des deux Tableaux précédents :

1° Que la limite du rapport K_0 ne peut différer de l'unité d'une quantité appréciable : pour les sels étudiés *la loi d'équivalents est donc une loi limite rigoureusement exacte;*

2° Que, pour les mêmes sels et des valeurs de $m < 0,5$, on a

$$K_0 = 1 + A m^{\frac{1}{3}}. \tag{6}$$

J'ai trouvé pour A les valeurs suivantes :

Sels.	A.
Sulfate de zinc	2,959
Nitrate de plomb	1,116
Sulfate de potasse	0,359
Nitrate de potasse	0,240

On remarquera que la distance moyenne l de deux molécules salines est en raison inverse de la racine cubique du nombre des molécules et par conséquent en raison inverse de $m^{\frac{1}{3}}$. On peut donc écrire la formule (6)

$$K_0 = 1 + \frac{A'}{l}. \tag{6 bis}$$

L'écart d'un même sel, par rapport à la loi des équivalents, varie en raison inverse de la distance moyenne de ses molécules.

Nous avons désigné par P_0 la résistance moléculaire du chlorure de potassium. Soit ρ_0 celle d'un sel normal; on a par définition

$$\left\{\begin{aligned} \rho_0 &= K_0 P_0 = 0,8\left(1 + 0,2976\, m^{\frac{1}{3}}\right)\left(1 + A m^{\frac{1}{3}}\right) \\ &= 0,8\left[1 + (A + 0,2976) m^{\frac{1}{3}} + 0,2976\, A m^{\frac{2}{3}}\right], \end{aligned}\right. \tag{7}$$

en prenant pour unité la résistance de la dissolution normale de chlorure de potassium.

Il est vraisemblable, d'après la forme de la relation (7), que la résistance spécifique d'une dissolution saline à 0° peut être déve-

loppée en série suivant les puissances de $m^{\frac{1}{3}}$. On aurait donc

$$(8) \qquad \rho_0 = 0,8 + bm^{\frac{1}{3}} + cm^{\frac{2}{3}} + \ldots,$$

$$(8\ bis) \qquad \rho_0 = 0,8 + \frac{b'}{l} + \frac{c'}{l^2} + \ldots.$$

Mon but ayant été surtout d'établir l'exactitude de la loi d'équivalents comme loi limite, je ne possède jusqu'ici qu'un trop petit nombre de mesures sur les dissolutions concentrées pour essayer de calculer les coefficients de la formule (8) avec trois ou quatre termes. Mais il est évident qu'on peut la réduire à un nombre de termes d'autant plus petit que l est plus grand, c'est-à-dire m plus petit. Pour le chlorure de potassium et $m < 0,5$ deux termes suffisent; il en faut un plus grand nombre pour d'autres sels, mais on peut toujours pratiquement atteindre une dilution pour laquelle deux termes sont suffisants. On est conduit à l'énoncé suivant :

L'excès de la résistance moléculaire d'un sel dilué sur sa valeur limite est à peu près en raison inverse de la distance moyenne de ses molécules.

Cette dernière observation a été publiée, pour la première fois, par M. F. Kohlrausch (¹), dans son Mémoire sur les dissolutions très étendues.

Les nombres fournis par M. Kohlrausch pour le sulfate de zinc se prêtent à une comparaison avec les miens. En ramenant ses observations à 0° au moyen des coefficients α déduits de mes propres expériences, on obtient la valeur de K_0. Le Tableau suivant présente ces valeurs en regard des valeurs calculées par la formule (6) :

	K_0.		
m.	Kohlrausch.	Bouty.	Différence.
0,1	2,230	2,375	−0,145
0,05	2,043	2,091	−0,048
0,01	1,605	1,639	−0,034
0,02	1,345	1,374	−0,029
0,001	1,265	1,297	−0,032

L'accord, assez défectueux pour les plus grandes concentrations,

(¹) Kohlrausch, *Wied. Ann.*, t. XXVI, p. 201.

ce qui peut tenir en partie à la différence des températures auxquelles ont été réalisées les mesures de M. Kohlrausch et les miennes, se rétablit pour les grandes dilutions. Mais M. Kohlrausch, ayant poussé ses expériences jusqu'à $m = 0,00001$, trouve pour les valeurs de K_{18} (égal à K_0 pour ces dilutions extrêmes) $K_{18} = 1,147$ au lieu de 1,064 que donnerait la formule (6). Or non seulement mes nombres, mais encore ceux de M. Kohlrausch, considérés pour des valeurs de $m > 0,001$, convergent vers la limite 1. Ce n'est que pour des dilutions beaucoup plus grandes, et que je n'ai jamais employées moi-même, que le désaccord apparaît. Le même désaccord se manifeste, dans les mêmes conditions, pour divers autres sels.

Il est impossible de ne pas attribuer ce désaccord à des phénomènes secondaires. On peut invoquer :

1° L'insuffisance probable de la méthode des courants alternatifs;

2° L'incertitude de la correction relative à l'eau distillée, quand celle-ci possède une conductibilité appréciable par rapport à celle du sel dissous;

3° Les réactions exercées sur le sel dissous par les impuretés apportées par l'eau distillée. Ces matières existent dans les dissolutions extrêmement étendues en proportion relative d'autant plus considérable que la dilution est plus grande.

C'est précisément pour être à l'abri des deux dernières causes d'erreur que j'avais volontairement exclu de mon premier travail les dissolutions contenant moins de $0^{gr},25$ de sel par litre et que je ne suis pas descendu dans celui-ci à des valeurs de $m < 0,001$ ou au plus 0,00025. J'ajouterai que c'est principalement en vue d'apprécier l'importance de ces causes d'erreur que j'ai entrepris l'étude qui forme la dernière Partie de ce travail.

CHAPITRE III.

SUR LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE DES MÉLANGES DE SELS NEUTRES.

On ne sait que fort peu de chose sur la conductibilité des mélanges de sels neutres. Aucune règle générale n'a encore permis de la déduire exactement de la conductibilité, supposée connue, des dissolutions salines simples.

Il y avait lieu d'examiner si la difficulté du problème tenait à la nature même de la conductibilité électrolytique ou si elle n'était pas plutôt liée à la variabilité des équilibres chimiques possibles au sein des dissolutions. Après bien des tâtonnements, c'est à cette dernière hypothèse que je me suis arrêté. Je me suis rencontré dans cette voie avec M. Foussereau (¹), que des recherches, poursuivies dans un but différent, amenaient sur le même terrain.

Est-il permis d'assimiler un mélange salin à un conducteur métallique hétérogène, c'est-à-dire de calculer la résistance spécifique R du mélange par la formule

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} + \frac{1}{R'''} \cdots, \tag{9}$$

exprimant que les conductibilités s'ajoutent? Si cette assimilation est légitime en principe, à quelles restrictions est-elle pratiquement soumise?

La formule (9) qui, pour les diverses parties d'une même dissolution simple, n'exprime qu'une identité, n'est déjà plus applicable quand on fait varier la dilution : elle conduirait à admettre que la conductibilité moléculaire est constante, et l'on sait que, pour tous les sels, cette conductibilité croît à mesure qu'on augmente la quantité d'eau. Je n'ai donc comparé entre elles que des dissolutions contenant, sous le même volume de 1^{lit}, le même nombre total de molécules salines; cette condition exclut déjà les dissolutions très concentrées, dont la formation est accompagnée de variations de volume différentes d'un sel à un autre pour une quantité d'eau déterminée et un même nombre donné de molé-

(¹) FOUSSEREAU, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CIII, p. 248.

cules salines. Je me suis ensuite adressé à des sels de même acide ou de même base, sans action chimique connue, et j'ai trouvé qu'effectivement la conductibilité du mélange ne diffère pas sensiblement de la somme des conductibilités de ses éléments.

Dans les Tableaux suivants, *m* désigne le nombre *total* d'équivalents en grammes par litre de la dissolution; K_0 le rapport de la résistance moléculaire à 0° du sel ou du mélange de sels à la résistance moléculaire du chlorure de potassium de même concentration atomique :

Nature du mélange salin ($m = 0,1$).	K_0 observé.	K_0 calculé.	Différence.
PbO, AzO^5	1,462	admis	
KO, AzO^5	1,133	admis	
$\frac{1}{2}(PbO, AzO^5 + KO, AzO^5)$	1,269	1,276	+0,007
$\frac{1}{4}(3PbO, AzO^5 + KO, AzO^5)$	1,367	1,363	−0,004
$\frac{1}{3}(PbO, AzO^5 + 2KO, AzO^5)$	1,229	1,225	−0,004
$\frac{1}{5}(PbO, AzO^5 + 4KO, AzO^5)$	1,193	1,187	−0,006

Les mélanges ternaires de chlorure de potassium, d'azotate et de sulfate de potasse et les divers mélanges binaires de ces trois sels, les mélanges de sulfate de cuivre et de sulfate de zinc se comportent de la même manière.

Si l'on adopte d'une manière générale le mode de calcul que nous avons suivi et que l'on s'adresse à des sels susceptibles de réagir entre eux, la mesure de la conductibilité préviendra de l'altération subie. Voici les principaux cas que j'ai examinés :

1. Le sulfate de zinc et le sulfate de potasse donnent naissance au sel

$$KO, SO^3 + ZnO, SO^3 + 6HO,$$

susceptible de cristalliser, mais qui n'existe pas en dissolution très étendue. Quand une molécule de sel double remplacera, dans une liqueur, deux molécules de sel simple, la résistance se trouvera augmentée. Les Tableaux suivants montrent que la quantité de sel double est toujours très faible, mais qu'il en existe encore quelques traces dans des liqueurs déjà étendues ($m = 0,1$).

m.	K_0 observé.	K_0 calculé.	Différence.
	$\frac{1}{2}$(KO, SO³ + ZnO, SO³).		
1,0	2,197	2,046	—0,151
0,5	1,958	1,855	—0,103
0,2	1,741	1,698	—0,043
0,1	1,601	1,573	—0,028
0,05	1,473	1,483	+0,010
0,02	1,363	1,367	+0,004
0,01	1,305	1,299	—0,006
	$\frac{1}{3}$(KO, SO³ + 2ZnO, SO³).		
1,0	2,642	2,461	—0,182
0,5	2,356	2,177	—0,179
0,2	1,989	1,963	—0,026
0,1	1,819	1,781	—0,038
0,05	1,678	1,657	—0,021
0,02	1,510	1,490	—0,020
0,01	1,399	1,397	—0,002
0,005	1,309	1,311	+0,002
0,002	1,219	1,214	—0,005

2. Un cas de statique chimique plus intéressant est celui du mélange de deux sels d'acide et de base différents. On sait que les quatre sels formés par l'union de chaque acide et de chaque base coexistent dans la liqueur; mais, dans bien des cas, le mélange des dissolutions n'est accompagné d'aucun phénomène calorifique appréciable et ce n'est qu'exceptionnellement qu'on sait calculer la proportion dans laquelle se fait le partage. L'électromètre permettra de combler cette lacune, particulièrement dans le cas du mélange d'un sel alcalin et d'un sel de l'un des métaux communs, zinc, cuivre, fer, etc.

Je citerai, comme exemple, le mélange à équivalents égaux de sulfate de zinc et de nitrate de potasse.

Pour $m = 0,5$ et pour les quatre sels possibles, l'expérience fournit les valeurs suivantes de K_0 :

Sel.	K_0.
ZnO, SO^3	3,335
ZnO, AzO^5	1,579
KO, SO^3	1,285
KO, AzO^5	1,190

d'où l'on déduit, pour les mélanges à équivalents égaux des deux groupes de sels différents,

Sel.	K_0.
$\frac{1}{2}(ZnO, SO^3 + KO, AzO^5)$.........	1,754
$\frac{1}{2}(KO, SO^3 + ZnO, AzO^5)$.........	1,416

valeurs assez écartées l'une de l'autre pour pouvoir donner prise à un calcul de proportion.

L'expérience directe, effectuée sur les liqueurs résultant de ces deux mélanges, a fourni les valeurs de K_0, 1,643 et 1,648, intermédiaires aux précédentes et identiques entre elles aux quantités près de l'ordre des erreurs d'expérience. Les quatre sels existent donc dans chacun des mélanges binaires, et ils s'y trouvent dans une proportion indépendante de la manière dont les acides et les bases étaient primitivement associés.

Soit x la proportion du groupe $KO, SO^3 + ZnO, AzO^5$; x est déterminé par la formule

$$\frac{x}{1,416} + \frac{1-x}{1,754} = \frac{1}{1,6445}, \tag{10}$$

d'où

$$x = 0,276.$$

Les mêmes expériences, réalisées pour une dilution plus grande ($m = 0,1$), ont donné $x = 0,263$.

Un excès de nitrate de potasse ou de nitrate de zinc ne modifie pas sensiblement la valeur de x; par exemple, le mélange

$$2KO, AzO^5 + ZnO, SO^3$$

($m = 0,5$) donne $x = 0,283$.

Au contraire, un excès de sulfate diminue la valeur de x, sans doute par suite de la formation de sulfate double. Avec

$$2ZnO, SO^3 + KO, AzO^5$$

($m = 0,5$), on a trouvé

$$x = 0,220;$$

mais ce nombre n'a plus de signification précise, puisque le mélange est plus complexe que ne le suppose la formule employée.

Le calcul devient encore illusoire dans deux cas.

1° Pour les dilutions extrêmes, car, tous les coefficients de la formule (10) ayant pour limite l'unité quand m tend vers 0, cette formule se réduit, à la limite, à une identité et x est indéterminé.

2° Pour les sels caractérisés par des valeurs de K_0, telles que le calcul donne pour les deux mélanges binaires simples des valeurs de K_0 très voisines. Les coefficients de la formule (10) sont alors sensiblement égaux entre eux et x est indéterminé.

Soient K, K', K_1, K'_1 les valeurs de K_0 pour chacun des sels simples. On a, dans ce second cas,

$$\frac{1}{K} + \frac{1}{K'} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K'_1}. \tag{11}$$

On peut satisfaire à cette équation en posant

$$\left\{\begin{aligned} K &= a + b, \\ K' &= a' + b', \\ K_1 &= a + b', \\ K'_1 &= a' + b; \end{aligned}\right. \tag{12}$$

a et a', b et b' peuvent alors être considérés comme des coefficients caractéristiques des deux acides et des deux bases et les mesures faites sur les quatre sels séparés permettent de déterminer ces coefficients. D'après M. Kohlrausch, la relation (11) serait à peu près vérifiée pour la plupart des dissolutions étendues. S'il en est ainsi, le calcul ne fournira de bons résultats que pour des liqueurs assez concentrées, telles que nous les avons employées ci-dessus.

Action propre de l'eau distillée. — Nous sommes maintenant en mesure d'examiner si l'on est en droit d'appliquer la formule (9) au calcul de la résistance propre R' d'un sel dissous, en quantité très minime, dans une eau distillée de résistance E connue. Soit R la résistance de la dissolution : on aurait alors

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{E} + \frac{1}{R'}. \tag{13}$$

Pour se prononcer, il faut d'abord savoir ce qu'on peut entendre par *résistance propre d'un sel dissous*. Les sels solides sont isolants et la résistance moléculaire des sels dissous varie avec la dilution; on ne peut donc envisager la résistance du sel dissous

indépendamment de l'eau de dissolution; *on ne peut se livrer à aucun calcul rationnel faisant intervenir la conductibilité propre de l'eau.*

Mais les variations énormes de la conductibilité de l'eau distillée, suivant qu'elle a ou non séjourné à l'air d'un laboratoire, dans des vases de verre ou de porcelaine, etc. [1], prouvent que la majeure part, sinon la totalité, de cette conductibilité électrique doit être attribuée aux matières étrangères, acides ou sels, que l'eau distillée contient en dissolution. Quand on dissout un nouveau sel dans cette eau, il faut examiner si la relation

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R'} \tag{14}$$

est ou non applicable; R'' mis à la place de E représente ici *la résistance de la dissolution nommée eau distillée* et nous rentrons dans l'étude à laquelle est consacré ce Chapitre.

1° Tant que *m* est supérieur à 0,001 par exemple, la résistance R'' de l'eau distillée est si grande par rapport à R qu'il est parfaitement légitime de confondre R et R'. C'est le cas de toutes mes expériences.

2° *m* est beaucoup plus petit que 0,001; à mesure que la dilution augmente, la proportion relative du sel R'' apporté par l'eau distillée augmente; elle finit par atteindre et dépasser celle du sel étudié R'. Alors le calcul cesse d'être applicable rigoureusement.

Supposons, pour simplifier, que les deux sels sont identiques. Par exemple, l'eau distillée apporte avec elle du sulfate de zinc à la dose de $m = 0,00001$ et l'on y ajoute une quantité égale de sulfate de zinc. On a alors, par l'application de la formule (6), $R' = R'' = 1,064$ en prenant pour unité la résistance de la dissolution *pure* de chlorure de potassium de même concentration. Or l'expérience donnera sensiblement $R = 0,5405$ [2]. Prenant pour inconnue R' dans la formule (14) dans laquelle on suppose R'' et

(1) FOUSSEREAU, *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. V, p. 338: *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 208.

(2) Calculé par la formule (6) en négligeant la très légère variation de conductibilité moléculaire de K Cl.

R connus, on trouve

$$R' = 1,0985,$$

au lieu de 1,064. On attribuerait ainsi au sel dissous une résistance moléculaire d'autant plus forte que l'eau distillée contiendrait déjà une plus forte proportion du même sel. Cet effet ne deviendra insensible que pour les sels tels que le chlorure de potassium ou les sels de potasse dont la conductibilité moléculaire varie peu avec la dilution,

Si les deux sels R″ et R′ diffèrent, on ne peut plus rien dire de général. S'ils sont sans action chimique l'un sur l'autre, les choses se passeront à peu près comme pour un sel unique : la présence de sulfate de cuivre dans l'eau distillée accroîtrait donc la résistance calculée R′ du sulfate de zinc et inversement. S'il y a double décomposition, on trouvera, suivant les cas, des valeurs de R′ trop fortes ou trop faibles, et il est évident que les erreurs commises pourront devenir considérables. En particulier, si l'eau renferme un acide ou une base libre, les mesures relatives à un sel basique ou à un sel acide perdront toute espèce de signification.

On voit donc que l'exclusion des dilutions extrêmes s'impose. *Les arguments à l'encontre de la loi limite des équivalents tirés d'expériences où l'on fait usage de ces dilutions sont de nulle valeur.*

DE LA MESURE DES TEMPÉRATURES ÉLEVÉES PAR LES COUPLES THERMO-ÉLECTRIQUES;

PAR M. H. LE CHATELIER.

La mesure par le thermomètre à air des températures supérieures à 500° présente de telles difficultés que, parmi les déterminations nombreuses faites jusqu'ici, il n'en est peut-être pas une douzaine pour lesquelles on puisse compter sur une approximation de plus de 100°. Aussi faut-il, dans les recherches de Chimie, pour lesquelles la connaissance exacte des températures présenterait cependant une grande importance, se contenter dans la plupart des cas de déterminations faites de sentiment.

L'emploi des couples thermo-électriques pour la mesure des températures élevées a été proposé, dès 1836, par Becquerel et Pouillet. Ce procédé, d'un usage très commode par suite du petit volume de l'appareil thermométrique, passe pour être peu exact et n'a jamais été employé que d'une façon accidentelle par quelques observateurs isolés.

Je me propose de montrer ici que la condamnation de cette méthode ne saurait en aucune façon être justifiée, et que les mauvais résultats obtenus jusqu'ici tiennent surtout au choix défectueux des couples employés. Par un hasard fâcheux, tous les savants qui ont étudié cette question se sont servis du fer ou du palladium qui sont peut-être de tous les métaux ceux qui conviennent le moins pour un semblable usage.

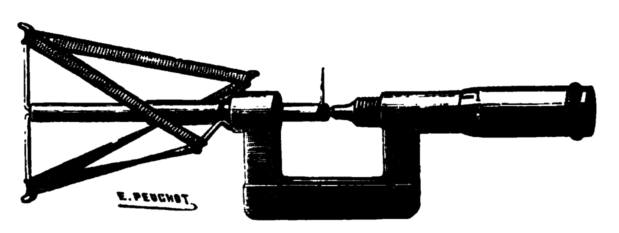
Appareil galvanométrique. — J'ai employé pour cette étude un galvanomètre apériodique de MM. Deprez et d'Arsonval qui avait une résistance intérieure de 250^{ohms} et donnait sur l'échelle un déplacement de 100^{mm} pour $\frac{1}{100}$ de volt. La résistance des couples ne dépassait guère 2^{ohms}; la variation irrégulière de leur résistance, par suite de l'échauffement, ne pouvait donc entraîner des erreurs supérieures à quelques millièmes. Cet appareil donne des indications assez rapides pour permettre de faire des mesures dès que la température reste stationnaire pendant cinq secondes. Il ne permet pas d'obtenir une proportionnalité rigoureuse entre les lectures de l'échelle et l'intensité des courants; mais, dans l'appareil que j'avais entre les mains, cette proportionnalité se vérifiait à 1 pour 100 près entre les divisions 10 et 150 de l'échelle. Cela résulte des chiffres suivants, obtenus en faisant varier la résistance du circuit sans changer la force électromotrice.

Résistance totale.	Division de l'échelle.	Produit.
ohms	mm	
174	154,0	26800
252	106,7	26900
485	55,9	27100
2968	9,10	26800

Pour mesurer les petites déviations, j'ai remplacé avec grand avantage l'échelle transparente de M. Carpentier, qui ne permet

guère de faire les lectures à plus de $0^{mm},25$, par une pointe mobile portée sur un palmer (*fig.* 1), disposition qui décuple la précision des lectures. Un ressort en caoutchouc maintient pressée contre l'extrémité de la vis la pièce mobile qui porte la pointe. La règle et le palmer peuvent en un instant se substituer l'un à l'autre sur le même support.

Fig. 1.



Enfin je me suis servi, dans certains cas, pour l'enregistrement des points fixes d'ébullition, de fusion, de la méthode photographique. Une fente éclairée par la lumière Drummond projetait son image sur une plaque sensible et laissait une impression d'autant plus intense que la température était restée plus longtemps stationnaire.

Points fixes de graduation. — La détermination des températures auxquelles sont portés les couples étudiés doit évidemment être faite au moyen du thermomètre à air; mais celui-ci peut être employé soit directement en le plaçant à côté des couples, soit indirectement en se servant des points de fusion ou d'ébullition antérieurement déterminés. C'est la seconde méthode que j'ai préférée; elle est de beaucoup la plus rapide et en même temps la plus exacte, puisqu'elle permet d'utiliser les mesures de températures effectuées par les observateurs les plus habiles. Voici les points fixes qui m'ont servi; ils sont, pour les températures élevées, empruntés exclusivement aux déterminations de M. Violle :

Température.	Fusion.	Ébullition.
100°	»	HO
325	Pb	»
358	»	Hg
415	Zn	»
448	»	S
665	»	Se
945	Ag	»
1045	Au	»
1054	Cu	»
1500	Pd	»
1775	Pt	»

Ces divers points ne sont pas tous d'un usage aussi commode. Le point de fusion du zinc paraît présenter une anomalie semblable à celle que présente le soufre. En échauffant rapidement ce métal de façon à dépasser son point de fusion, et le laissant refroidir ensuite, on observe un intervalle de 15° entre le point de fusion et celui de solidification ; mais si, une fois solide, on le réchauffe immédiatement, la même anomalie ne se produit plus. Le point de fusion de l'argent m'a paru également un peu variable ; cette anomalie pourrait résulter de la proportion plus ou moins grande d'oxyde d'argent que le métal fondu tient en dissolution et qui est la cause du rochage.

Enfin les trois métaux Zn, Ag et Cu ont le grave inconvénient d'émettre, dès leur point de fusion, une quantité suffisante de vapeur pour altérer rapidement le platine des couples. Le soufre, et surtout le sélénium, altèrent si rapidement le palladium que ce métal ne peut pas être plongé dans la vapeur de ces corps. Il n'en est pas de même pour le platine et les alliages de ce métal dont l'altération est insensible dans les mêmes conditions.

Pour faire l'observation des points de fusion, le couple, entouré d'une mince feuille du métal expérimenté, était placé au milieu d'un creuset chauffé dans un four Forquignon, et l'on saisissait au passage le point d'arrêt du fil mobile pendant la fusion. Dans le cas où le métal était le platine, c'est-à-dire un des éléments du couple, on reconnaissait la fusion à la rupture du circuit.

Étude des irrégularités des couples. — Le reproche le plus grave fait à l'emploi des couples thermo-électriques est leur irré-

gularité; placés dans des conditions identiques de température, ils ne donneraient pas les mêmes indications.

J'ai pensé que pour une étude convenable des causes de ces irrégularités on pourrait soit en calculer l'influence, soit même arriver à les annuler. Le dernier résultat me semble pouvoir être obtenu, en grande partie du moins, par un choix convenable des métaux constituant les couples.

Défaut d'homogénéité des métaux. — Un fil préparé avec un métal dépourvu d'homogénéité, formé en quelque sorte par la juxtaposition de tronçons de nature différente, ne peut évidemment pas donner de couples restant comparables à eux-mêmes, puisque alors la force électromotrice dépend de la répartition éminemment variable de la température le long de ce fil. L'homogénéité est donc la première et la plus importante des conditions à réaliser, et pourtant, dans les expériences faites jusqu'ici, on ne s'est jamais préoccupé de ce côté de la question.

J'ai étudié l'homogénéité des fils en les chauffant, après recuit, sur une longueur de 15^{mm}, à une température voisine de 700°. La source de chaleur était déplacée progressivement sous le fil tendu horizontalement et l'on notait les déviations produites ainsi sur le galvanomètre. Le *palladium*, le premier métal que j'aie ainsi étudié, m'a donné des déviations importantes variant de sens d'un point à l'autre du fil. Pensant que le défaut d'homogénéité du métal ainsi accusé tenait à son mode de préparation (forgeage de mousse métallique), j'ai essayé des fils préparés avec du métal fondu, mais les résultats n'ont pas été meilleurs; je donne ici le détail d'une expérience faite avec un semblable fil chauffé à des points équidistants de 5^{cm} :

Longueur du fil.	Déviations.
m	mm
0,05	— 2,0
0,10	+ 2,5
0,15	— 1,5
0,20	—10,0
0,30	— 5,0
0,35	— 2,0
0,40	— 0,5
0,45	0,0

Longueur du fil.	Déviations.
m	mm
0,50	— 1,0
0,55	+ 3,0
0,60	0,0
0,65	— 2,0
0,70	0,0

On se rendra compte de l'importance des forces électromotrices dues à ce manque d'homogénéité en les rapprochant de celles qui sont développées par le couple platine-palladium : ce dernier donne en effet une déviation de 5^{mm} pour une élévation de température de 100° de la soudure chaude.

Les essais sur le fer n'ont pas été plus satisfaisants; tous les échantillons des fils de fer essayés (fer puddlé, Bessemer basique ou acide extra-doux) ont manifesté des anomalies semblables à celles du palladium. Aucun de ces deux métaux, *fer* et *palladium,* ne saurait donc convenir pour la confection des couples thermo-électriques destinés à la mesure des températures.

J'ai étudié ensuite des fils de *platine pur* ou allié au *rhodium,* à l'*iridium* et au *cuivre* préparés avec du métal *fondu*. Ils se sont montrés tous d'une homogénéité remarquable; les plus fortes déviations n'ont pas atteint 1^{mm}. A ce point de vue spécial ces métaux et alliages conviennent également bien pour la confection des couples.

L'*écrouissage* des métaux altère plus ou moins les propriétés thermo-électriques. J'ai reconnu que cet effet était sensiblement nul pour le *palladium* et le *platine pur ;* très faible pour l'alliage de *platine rhodié* qui présente seulement des écarts de 1 à 2 pour 100 entre les déviations obtenues avec le métal sortant de la filière ou recuit au blanc. Pour le *fer,* au contraire, et les alliages de *platine iridié,* l'effet de l'écrouissage est énorme. Avec un alliage de platine iridié à 20 pour 100, j'ai obtenu les résultats suivants :

	HO bouillante.	Fusion du zinc.
	mm	mm
Métal sortant de la filière	11,00	»
Métal recuit au rouge sombre	12,00	»
Métal recuit au blanc	13,00	»
Métal écroui par des torsions successives	11,65	72
Métal recuit au blanc	12,40	78

Ce Tableau montre, de plus, qu'on ne peut pas ramener par le recuit à un état toujours identique à lui-même un métal susceptible de s'écrouir.

Trempe. — Je rappelle pour mémoire que le fer, même légèrement carburé, comme le sont les fers les plus purs, éprouve encore par la trempe une modification profonde de ses propriétés thermo-électriques. Je n'ai rien observé de semblable avec les autres métaux que j'ai étudiés.

Le *mode de jonction des fils* semblait, d'après les expériences de Regnault, jouer un rôle dans les propriétés des couples. J'ai reconnu qu'il n'en était rien pour le platine et les métaux analogues. Un couple platine rhodié, par exemple, réuni par torsion, forgeage à chaud, soudure autogène, soudure au palladium ou à l'or, placé dans les mêmes conditions, donne les mêmes indications. Les résultats obtenus par Regnault tiennent à ce que l'un des métaux de son couple était le fer, qui ne peut subir l'élévation de température que nécessite le forgeage ou le soudage sans que ses propriétés en soient altérées.

La *nature des gaz* dans lesquels le couple est placé ne m'a pas paru avoir d'influence sur ses indications. Il semble pourtant difficile que l'hydrogène, si facilement condensé par le platine, n'en modifie pas un peu les propriétés; mais cette influence est sans doute trop faible pour se dégager au milieu des incertitudes des expériences, qui s'élèvent environ à 1 pour 100 de la valeur des déviations observées.

L'ensemble de ces expériences m'a donc amené à conclure qu'il était possible de construire un couple restant comparable à lui-même en employant comme métaux le *platine pur* fondu et le *platine rhodié* à 10 pour 100 également fondu, et que cet alliage était le seul remplissant les conditions voulues parmi ceux que j'avais étudiés.

Loi de variation de la force électromotrice avec la température. — Avenarius et Tait ont montré que, pour la plupart des couples étudiés par eux, cette loi peut, entre 0° et 400°, être mise sous la forme

$$E = A(\tau - \tau_0) + B(\tau^2 - \tau_0^2),$$

(τ et τ_0 températures absolues des deux soudures), qui devient, lorsque la soudure froide est maintenue dans la glace fondante,

$$E = at + bt^2.$$

Les expériences de M. Edm. Becquerel sur le couple Pt-Pd, qui ont été poussées jusqu'à 1400°, sont assez exactement représentées par une formule analogue, sauf entre 300° et 500°, où elles présentent une perturbation singulière.

Il était donc intéressant de reprendre l'étude de cette loi; son exactitude permettrait en effet de graduer un couple en employant seulement deux points fixes, comme on le fait pour le thermomètre à mercure entre 0° et 200°. Mes expériences montrent que, entre 0° et 1500°, la formule d'Avenarius et Tait s'applique pour le couple Pt-Pd avec le degré d'approximation que comporte l'emploi d'un métal aussi hétérogène que le palladium. Je donnerai ici les chiffres relatifs au couple platine pur fondu-palladium forgé. La formule moyenne est

$$E = 4,3t + \frac{7,3}{1000}t^2,$$

	Points fixes.	Déviations observées.	Températures calculées.
	°	mm mm	° °
HO..........	100	4,8- 5,9	95-115
Zn..........	415	29,0- 30	400-410
Ag..........	954	108,0-109,7	955-965
Au..........	1045	122,6	1035
Pd..........	1500	240,3	1550

Mais une formule aussi simple ne paraît pas convenir pour les autres couples que j'ai étudiés. Il faut compléter la formule parabolique par un troisième terme en t^3 ou diviser la courbe en deux parties, dont chacune serait représentée par une formule distincte. On arrive ainsi à représenter les résultats de l'expérience à 20° près, précision largement suffisante lorsque l'on a affaire à des couples aussi irréguliers que ceux formés par le platine iridié, le fer, etc.

Pour le couple *platine-platine rhodié,* le plus régulier de ceux que j'ai étudiés, il faudrait employer une formule plus complexe encore pour représenter les résultats de l'expérience à 10° près, c'est-à-dire avec une précision inférieure même à celles que comportent les expériences. Mais, si l'on trace la courbe relative à ce

couple, on s'aperçoit que, entre 500° et 1000°, elle présente un point d'inflexion dont la tangente se confond avec la courbe sur une grande étendue. On peut, entre 300° et 1200°, intervalle de température où les mesures sont les plus intéressantes, identifier la courbe avec une droite dont l'équation serait

$$E = -0,15 + 0,115\,t.$$

Je donne, dans le Tableau ci-dessous, les résultats des expériences qui ont servi à tracer la courbe et en même temps les déterminations de quelques nouvelles températures de fusion ou de volatilisation destinées à servir ultérieurement de points fixes de graduation.

	Points fixes.	Déviations observées.	Températures calculées.
	°	mm	°
HO	100	5,5	»
AzH^4Cl	»	25,6	340
Hg	358	27,7	»
S	448	36,3	»
Al	»	57,3	625
Se	665	61,8	»
KO,SO^3	»	102,5	1015
Au	1045	105,6	»
Pd	1500	161,0	»
Pt	1775	182,0	»

En résumé, le couple *platine pur fondu-platine rhodié fondu*, à 10 pour 100, permet d'obtenir la mesure des températures inférieures à 1200° avec une approximation d'environ 10°, c'est-à-dire supérieure à celle que peut donner le thermomètre à air lorsqu'il est employé d'une façon courante, comme il peut l'être dans des recherches de Chimie où la mesure des températures n'est souvent qu'un côté accessoire des études poursuivies.

Pour obtenir cette précision, il est utile de faire la graduation du couple dans le cours même des expériences pour éviter l'influence des variations de température sur la résistance du cadre du galvanomètre, et il est indispensable d'éloigner du couple, pour le préserver de toute altération, les métaux volatils : plomb, zinc, argent, cuivre et aussi, lorsque l'atmosphère est réductrice, les matières siliceuses, la terre réfractaire des creusets.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA DIFFRACTION;

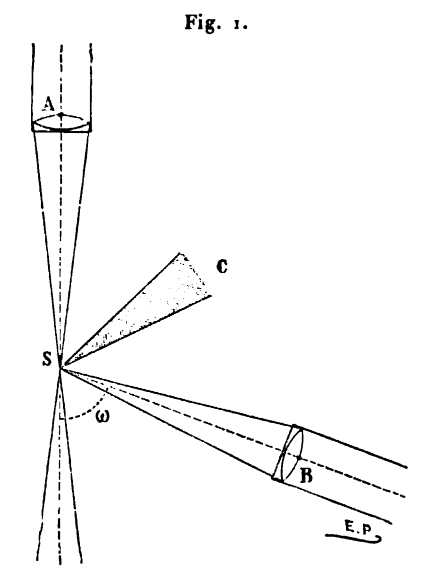
Par M. GOUY [1].

§ I. — Objet du Mémoire et méthode expérimentale.

La diffraction de la lumière n'avait été étudiée jusqu'ici que dans le cas limite où les rayons diffractés sont déviés d'un très petit angle et ne s'éloignent que très peu de la direction des rayons incidents [2]. Si l'on écarte cette restriction, en examinant des rayons déviés d'un grand angle par la diffraction, on se trouve en présence de phénomènes nouveaux, qui font l'objet du travail que nous allons résumer.

Méthode expérimentale. — On projette l'image d'une source

Fig. 1.



lumineuse intense (Soleil, arc électrique), sur le bord d'un écran

(1) Le Mémoire complet a paru dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VIII, juin 1886.

(2) Sauf pourtant avec les réseaux qui donnent, comme on sait, des résultats variables et très complexes, au point de vue de la polarisation des rayons diffractés.

opaque ([1]). On observe les rayons diffractés au moyen d'un microscope à long foyer mis au point sur ce bord lui-même. On voit dans le champ du microscope une ligne lumineuse très brillante, qui dessine le bord de l'écran, et qui est formée par la lumière diffractée. La *fig.* 1 montre l'appareil en projection horizontale, le bord de l'écran étant vertical (A, lentille de projection, achromatique; S, image de la source; SC, écran; B, objectif du microscope; ω, déviation des rayons reçus dans l'instrument).

§ II. — Diffraction intérieure à l'ombre géométrique.

Dans la position de la *fig.* 1, les rayons diffractés, pour arriver à l'observateur, contournent le bord de l'écran et pénètrent dans l'ombre géométrique, sans mélange possible de lumière réfléchie. Leur intensité diminue quand la déviation ω augmente, d'abord rapidement, puis de moins en moins vite; on peut encore observer aisément, avec presque tous les métaux, des rayons déviés de 150° à 160°, et possédant, malgré cette grande déviation, une intensité assez notable. Aucune particularité ne distingue la direction où les rayons diffractés sont perpendiculaires aux rayons incidents. L'intensité est indépendante de la nature de l'écran, lorsque la déviation est très petite; mais, quand celle-ci est notable, l'intensité est d'autant moindre que le bord est plus arrondi. Elle dépend aussi de la nature du métal; ainsi l'argent donne environ quatre fois plus de lumière que l'acier, pour une déviation de 45°.

Colorations des rayons diffractés. — La lumière incidente étant blanche, les rayons diffractés présentent des colorations souvent très vives, quand la déviation n'est pas très petite, et variables suivant le métal qui forme l'écran. Avec l'acier et la plupart des corps peu colorés et d'un médiocre pouvoir réflecteur, la lumière diffractée est blanche, ou un peu jaunâtre quand

---

([1]) Les écrans, en général métalliques, doivent avoir un bord bien régulier, ou tranchant, ou légèrement arrondi, ce qui modifie les phénomènes. L'épaisseur du bord doit toujours être très petite; une épaisseur de $\frac{1^{mm}}{100}$ est déjà trop considérable pour de très grandes déviations.

la déviation est très grande et le bord arrondi. L'argent donne de la lumière blanche ou peu colorée avec un bord tranchant; avec un bord arrondi, on a des alternances de teintes assez vives, variables avec la déviation, allant du jaune vert au rouge; ces teintes sont d'autant plus vives qu'elles sont moins réfrangibles. Quand le bord est plus arrondi, elles passent à l'orangé et au rouge et prennent une grande intensité. Plusieurs métaux sensiblement blancs se comportent à peu près comme l'argent. Les métaux rouges (cuivre, or) ne donnent que des teintes orangé ou rouge, qui deviennent très pures quand le bord est un peu arrondi; ces teintes rappellent la couleur superficielle du métal, exagérée comme elle le serait après plusieurs réflexions; analysées au spectroscope, elles paraissent presque monochromatiques. La manière dont se comporte chaque métal est caractéristique, presque indépendante de la manière dont le bord a été travaillé, quoique les bords bien réguliers donnent seuls des teintes très pures.

Polarisation des rayons diffractés. — La lumière incidente étant naturelle, les rayons diffractés à l'intérieur de l'ombre possèdent une polarisation rectiligne partielle, parallèlement au bord de l'écran, c'est-à-dire perpendiculairement au *plan de diffraction,* qui contient les rayons incidents et les rayons diffractés. Cette polarisation, insensible pour de petites déviations, s'accroît très rapidement quand la déviation augmente, devient bientôt presque complète, et se maintient ainsi jusqu'à la limite des expériences. Avec tous les métaux qui peuvent donner un bord bien régulier, on obtient une polarisation complète *à quelques dix-millièmes près,* dès que la déviation atteint 80° ou 90°.

Il importait de rechercher si cette action polarisatrice de la diffraction intérieure, d'une énergie si remarquable, ne dépendait pas de quelque particularité due au travail du bord de l'écran; pour cela on a examiné des écrans dont les arêtes étaient formées par des moyens très divers, soit par aiguisage, soit, pour les métaux mous, au moyen d'une lame tranchante, soit par rupture ou clivage. On a aussi utilisé les arêtes naturelles de cristaux opaques. Le phénomène a toujours été de même sens, très marqué, et les différences d'intensité de la polarisation paraissent dues principalement au plus ou moins de régularité de l'arête. Le noir de fumée

fait seul exception et ne donne qu'une polarisation insensible, lorsqu'il est bien mat.

Ces expériences présentent une particularité très digne d'attention. Lorsqu'on étudie la lumière diffractée au moyen d'un analyseur biréfringent, dont la section principale est perpendiculaire au bord de l'écran, on constate que les deux images présentent des teintes fort différentes. La plus intense, polarisée parallèlement au bord de l'écran, présente les mêmes teintes vives que la lumière diffractée, prise dans son ensemble; *l'autre image est toujours parfaitement blanche,* avec tous les métaux, pourvu que le bord soit bien régulier. Avec le cuivre, par exemple, l'image intense est d'un rouge pur, et l'image faible est blanche, ou paraît un peu verdâtre par un effet de contraste physiologique. Ainsi la cause, quelle qu'elle soit, qui colore si vivement la lumière diffractée, n'agit pas sur sa composante perpendiculaire au bord de l'écran.

Lumière incidente polarisée. — Lorsque la lumière incidente est polarisée parallèlement ou perpendiculairement au bord de l'écran, il en est de même de la lumière diffractée; dans le premier cas, cette lumière est vive et présente les colorations variées que nous avons décrites précédemment; dans le second cas, elle est parfaitement blanche, et d'une intensité très faible quand la déviation est un peu grande.

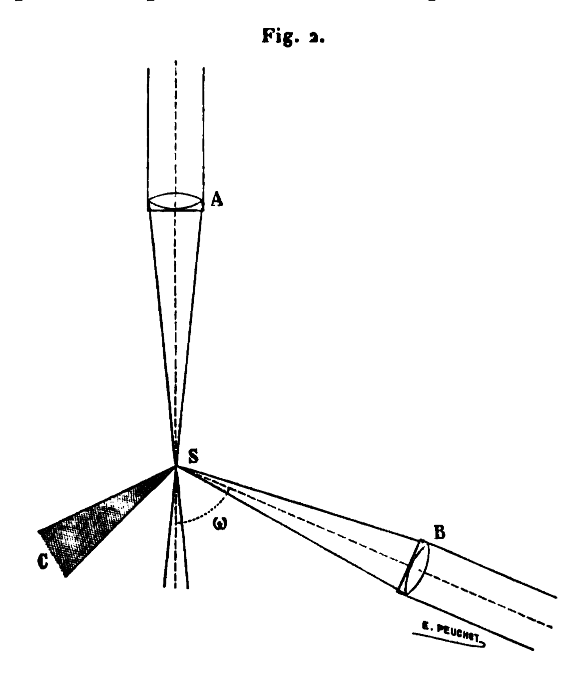
Pour les autres azimuts de polarisation des rayons incidents, la diffraction produit une rotation du plan de polarisation, qui a pour effet de le rendre presque parallèle au bord de l'écran. Mais de plus, quand le bord n'est pas très tranchant, la diffraction donne de la lumière polarisée elliptiquement, en produisant une différence de marche entre les deux composantes de la lumière incidente polarisées parallèlement et perpendiculairement au bord de l'écran; *la seconde de ces composantes prend l'avance.* Cette différence de marche est croissante avec la déviation; elle approche beaucoup de $\frac{\lambda}{4}$ et même dépasse un peu cette valeur avec certains métaux. Il y a donc une *polarisation elliptique par diffraction,* qui peut devenir sensiblement circulaire.

Milieux autres que l'air. — Dans des liquides plus ou moins réfringents, les phénomènes généraux sont les mêmes que dans l'air. Mais, pour un écran déterminé, les effets varient; l'immersion dans un milieu réfringent les modifie comme si, dans l'air, on rendait le bord plus arrondi. Ainsi un écran d'argent à bord très fin donne, dans l'air, de la lumière presque blanche; dans l'eau, on aura la teinte jaune orangé; dans le chloroforme, plus réfringent, on aura un orangé rouge très vif; enfin, dans le sulfure de carbone, encore plus réfringent, la lumière sera d'un rouge presque pur.

§ III. — Diffraction extérieure à l'ombre géométrique.

En disposant l'expérience comme l'indique la *fig.* 2, on peut

Fig. 2.



étudier la lumière diffractée à l'extérieur de l'ombre géométrique. On voit dans le champ du microscope une ligne lumineuse formée à la fois par la lumière diffractée et par celle qui est réfléchie sur

le bord de l'écran. Des bords très tranchants donnent seuls des phénomènes notablement différents de ceux de la réflexion ordinaire et montrent les effets de la diffraction.

Avec une arête très tranchante et très régulière, l'intensité lumineuse est très grande pour une très petite déviation et décroît quand la déviation augmente, d'abord très rapidement, puis de moins en moins vite jusqu'à la limite des expériences. *Pour une même déviation, l'intensité lumineuse est la même que pour la diffraction intérieure, avec la lumière incidente naturelle,* comme le montre la comparaison directe.

Polarisation. — La lumière incidente étant naturelle, la lumière diffractée est polarisée perpendiculairement au bord de l'écran, c'est-à-dire parallèlement au plan de diffraction. Cette polarisation augmente avec la déviation jusque vers 30° ou 40°, puis décroît un peu. A son maximum, avec des arêtes très tranchantes, elle est presque complète, à deux ou trois centièmes près, et quelquefois moins. Cette polarisation est de même sens que celle que donnerait la simple réflexion sur le bord de l'écran, mais hors de toute proportion avec celle-ci, toujours assez faible; on doit donc l'attribuer à la diffraction extérieure. Ainsi les deux genres de diffraction, intérieure et extérieure, donnent des polarisations très marquées, mais *dans deux sens rectangulaires.* Ces effets complémentaires des deux genres de diffraction, tout à fait imprévus, expliquent jusqu'à un certain point pourquoi les réseaux, où ces deux genres de diffraction existent simultanément, donnent une polarisation peu marquée et de sens variable.

Remarque. — Remarquons, en terminant, que les théories de la diffraction, données par Stokes et par d'autres auteurs, ne faisaient prévoir, ni les effets complémentaires des deux genres de diffraction, ni les colorations dépendant de la nature de l'écran, ni la polarisation elliptique produite par la diffraction intérieure. Il semble donc qu'un élément essentiel du problème avait été négligé; en effet, les phénomènes dépendant de la nature de l'écran montrent que celui-ci ne se borne pas à arrêter une partie de l'onde incidente, et que le métal entre en relation avec le mouvement vibratoire qui se propage au voisinage immédiat de l'arête. La théorie

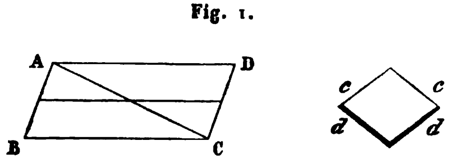
de la diffraction doit tenir compte de cette relation et se trouve par là rapprochée de la théorie de la réflexion métallique; les deux genres de phénomènes présentent d'ailleurs certaines analogies, pour lesquelles nous renverrons au Mémoire original.

MÉTHODE PRATIQUE POUR L'EXÉCUTION DES PRISMES DE NICOL ET DE FOUCAULT;

PAR M. LÉON LAURENT.

On sait que le prisme de Nicol est formé d'un cristal de spath d'Islande ABCD (*fig.* 1). On le scie en deux suivant AC; les parties sciées sont polies et collées au baume de Canada. Un rayon lumineux, qui traverse un nicol bien exécuté, ne doit pas en sortir dévié.

Fig. 1.



Pour arriver à ce but, il faut remplir les conditions suivantes : les faces terminales AB, CD doivent être *parallèles* aux clivages; les surfaces intérieures AC doivent faire des angles *égaux* avec les premières et être *également* inclinées sur les faces latérales; enfin les surfaces polies doivent être *planes*.

Dans les ateliers, on prend pour *guides* les faces *terminales* AB, CD; on les travaille en se réglant sur les clivages, par à peu près. L'angle de ces faces avec les faces intérieures AC se prend au goniomètre d'application, pour *chaque* pièce et l'inclinaison sur les faces latérales se fait à l'œil; il y a nécessairement des différences plus ou moins grandes entre les demi-nicols et il faut, avant de les coller à demeure, les coller provisoirement pour rechercher par tâtonnements ceux qui se compensent le mieux.

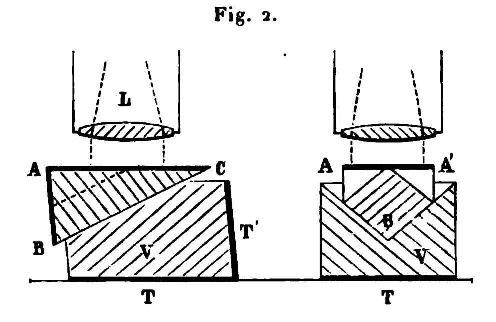
Depuis plusieurs années, le spath d'Islande est devenu très rare; aujourd'hui le beau spath ne se trouve même plus en gros

morceaux, et il faut prendre les nicols dans de petits cristaux, ce qui ajoute encore aux difficultés.

J'ai combiné un *outillage* mécanique spécial, afin de faciliter l'exécution difficile des petits nicols. Il se compose de douze pièces V identiques, en laiton; l'une d'elles est représentée (*fig.* 2) vue de face et de côté ; elles sont fixées avec des vis sur un plateau rond P (*fig.* 3). Celui-ci porte à sa partie supérieure un miroir M parallèle à la face T sur laquelle sont fixées les pièces V. Les surfaces à polir AB des spaths sont mises parallèles à M.

Un demi-nicol *type* ABC (*fig.* 2) sert à contrôler les pièces V; ses surfaces sont aussi planes que le permet cette substance et elles font avec l'*axe* du spath les angles voulus; j'indiquerai plus tard comment je l'obtiens : c'est un cas particulier d'une méthode pour l'exécution des prismes de précision.

Fig. 2.



Le type étant collé avec soin dans la creusure d'une pièce V, le talon T devra être parallèle à la face AC; si l'on rabat la pièce sur l'autre talon T', celui-ci devra être parallèle à la face AB. Pour le vérifier, on place la pièce et le type sous une lunette autocollimatrice L, dont j'ai parlé dans ma dernière Communication sur les objectifs et qui est entrée dans le travail journalier de l'opticien. Le *déplacement* de l'image réfléchie indique le sens et la grandeur de l'erreur et l'on retouche aux talons T et T' pour leur donner la direction voulue. Ces pièces ne s'altèrent pas pendant le travail, car l'émeri ne les touche pas.

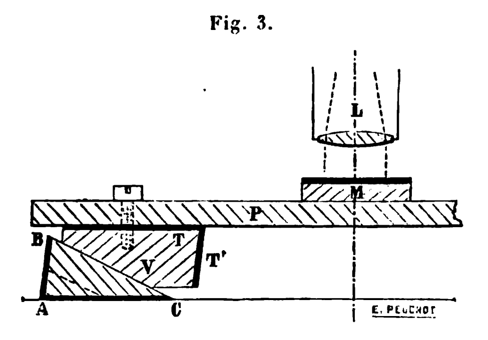
Les pièces V étant ainsi vérifiées, on fixe sur chacune d'elles un demi-spath préparé de la manière suivante :

Préparation des spaths. — La matière est clivée en petits

morceaux de la grandeur nécessaire pour faire un nicol de 10^{mm}, par exemple, modèle très employé. A chacun d'eux on dépolit deux faces latérales contiguës *d, d* (*fig.* 1) en les rendant parallèles aux clivages opposés *c, c*. Puis on colle une douzaine de ces pièces sur un plateau, afin de dépolir les deux autres faces parallèles aux premières; après deux manipulations, les spaths se trouvent avoir quatre faces latérales *dépolies* et bien *parallèles* aux clivages; je les prends pour *guides*.

On scie ensuite les spaths à la manière ordinaire et on les colle sur les pièces V; celles-ci sont vissées sur le plateau P que l'on retourne pour le travail (*fig.* 3); on polit alors d'*un coup* douze faces *intérieures* AC parallèles au miroir M. Ensuite on revisse les pièces sur leurs talons T′ et l'on fait de même d'un coup toutes les

Fig. 3.



faces terminales AB. Les demi-nicols étant détachés de leurs pièces V, on peut en prendre indistinctement deux et les coller à demeure.

Cet outillage permet donc de faire des nicols sans se servir du goniomètre et, tout en observant bien les angles, le travail de l'opticien est constamment ramené à exécuter des surfaces *parallèles* à un plan donné, cas rendu relativement facile par l'emploi de mes lunettes autocollimatrices. Un ouvrier soigneux n'ayant pas exécuté spécialement de nicols peut arriver ainsi à en faire de bons et très peu excentrés.

Les nicols exécutés par ces procédés pourront plus tard, à la suite d'usure, être *repolis* dans ces mêmes outils, car les faces mates servant de *guides* sont conservées : c'est un avantage très important. Cela ne peut se faire avec les anciens nicols dont les

faces mates ne sont qu'*à peu près* parallèles aux clivages, et jusqu'ici, quand on retouchait le poli d'un nicol, on rendait celui-ci *moins bon* qu'auparavant.

Les pièces V servent aussi à faire les bouts des prismes de Foucault; il faut une autre série de pièces pour faire les intérieurs, l'angle étant différent de celui du nicol.

Surfaces. — Le spath est une matière tendre; il se polit facilement, mais on ne peut pas obtenir de surfaces planes, comme avec le verre ou le quartz; on fait tous ses efforts pour éviter de trop *rabattre* les bords; les surfaces sont plutôt convexes, mais non sphériques.

Le nicol comporte deux défauts principaux, très sensibles, quand on veut l'employer avec un certain grossissement, dans une lunette par exemple.

1° L'image n'est pas très souvent *nette;* cela tient aux surfaces qui ne sont pas planes et, de plus, sont traversées assez obliquement par la lumière;

2° Elle est presque toujours *excentrée,* parce que les faces ne font pas avec l'*axe* du spath les angles voulus.

J'indiquerai le moyen suivant, qui permet d'améliorer beaucoup un nicol quelconque. On le vérifie d'abord au moyen de l'appareil à contrôler les systèmes optiques par *réfraction* [1], et l'on constate le sens et la grandeur de l'excentricité de l'image; on choisit ensuite deux glaces donnant une déviation analogue et on les colle au baume de Canada, dans le sens convenable sur les bouts du nicol; on corrige ainsi les deux défauts à la fois: la *non-planéité* des surfaces et l'*excentricité;* de plus, on *protège* les bouts qui se rayent si facilement. Un mauvais nicol, donnant une image *floue,* peut donner une image nette par l'adjonction des glaces. Dans certains cas d'expérience délicate, l'adjonction de ces glaces peut être une objection à cause de la trempe et du collage; on pourra se contenter alors d'une seule glace sur le bout extérieur:

---

[1] Voir *Journal de Physique,* 2ᵉ série, t. II, p. 411.

on améliorera ainsi une surface sur deux et l'on pourra néanmoins corriger l'excentricité.

On peut aussi examiner les nicols par réflexion en employant une lunette autocollimatrice : on place alors le nicol perpendiculairement à un plan de verre (argenté pour avoir plus de lumière). Les défauts sont alors *doublés,* ce qui les rend plus apparents et permet de pousser très loin la vérification; dans ce cas, je crois qu'on pourrait chercher longtemps avant d'en trouver de parfaits.

A égalité de travail, le foucault est inférieur au nicol, quant à la netteté des images; car, bien que les surfaces intérieures des nicols soient traversées plus obliquement par la lumière que celles du foucault, les défauts des surfaces sont très largement compensés, dans le nicol, par le collage au baume.

Lunettes autocollimatrices. — Dans mes appareils à contrôler les surfaces *planes,* j'emploie des lunettes dans lesquelles les fils du diaphragme sont éclairés par une glace transparente placée à 45°; on examine l'image réfléchie de fils sombres sur un *fond éclairé;* dans ce cas, l'*axe optique* de la lunette est *perpendiculaire* au plan réflecteur; cette condition est indispensable dans certains cas. C'est le premier type.

Les clivages du spath ne donnent pas toujours une image nette ni bien visible, et souvent l'on ne distingue pas l'image des fils *réfléchis.* J'ai combiné un deuxième type de lunette dans lequel on examine l'image réfléchie d'un petit *trou* rond *éclairé* sur *fond sombre.* Ce trou est percé sur le pourtour du diaphragme à fils, il est éclairé par un petit prisme à réflexion totale. Ce dispositif permet de voir mieux, surtout dans le cas de surfaces imparfaites. Dans ce cas, l'axe optique n'est plus tout à fait perpendiculaire au plan réflecteur, ce qui est indifférent dans bien des cas.

Ce deuxième type s'emploie aussi pour d'autres usages; il permet d'employer la lumière diffuse du jour : on aperçoit mieux de très petites différences de parallélisme; on apprécie la grandeur de l'erreur par comparaison avec le diamètre du trou, dont on a déterminé la valeur angulaire; il permet un grossissement plus fort.

Éclaireurs. — Ils sont à lumière ordinaire et à lumière monochromatique, ils glissent le long d'une tige sur pied, afin de se

mettre à des hauteurs très différentes, et peuvent descendre près de la table; ils portent chacun une lentille éclairante qui projette à $0^m,25$ de la flamme une image de celle-ci. C'est cette image qu'on dirige sur l'objet à éclairer : on a ainsi le maximum de lumière et l'on n'est pas gêné par la flamme, qui est, en outre, cachée par des écrans.

INTENSITÉ DU CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE DANS LES ÉDIFICES;

PAR M. AIMÉ WITZ.

Les composantes du champ magnétique terrestre sont toujours moindres dans les édifices qu'à découvert, et elles peuvent prendre des valeurs très différentes aux divers points d'un même bâtiment par le fait du voisinage, plus ou moins immédiat, d'aimants ou de masses de fer. Ces variations deviennent extrêmement considérables dans nos constructions modernes, et il est absolument nécessaire de les connaître pour en tenir compte dans un grand nombre d'opérations, et particulièrement dans la mesure des intensités relatives et absolues des courants et de l'intensité des champs magnétiques des machines.

Par suite du transfert de mon laboratoire dans un nouvel édifice dont les sommiers et les charpentes sont en fer, j'ai été amené à déterminer exactement les valeurs de la composante horizontale dans les diverses pièces du service de la Physique, en vue de certaines recherches que j'ai entreprises; j'ai observé des divergences étonnantes et je crois utile d'attirer l'attention des physiciens sur ce point, qui est encore peu étudié.

Il y a un moyen facile de mesurer l'intensité horizontale T du magnétisme terrestre; il consiste à faire passer un courant constant dans un circuit formé d'un voltamètre à poids et d'une boussole des tangentes. En évaluant l'intensité absolue du courant, d'une part par les résultats de l'électrolyse, d'autre part par la déviation de l'aiguille de la boussole, et en égalant l'expression de ces deux valeurs, on obtient une équation qui donne T au point où était placée la boussole. Ce procédé était d'une exactitude suffisante pour le travail de comparaison que je projetais, ainsi qu'en témoignent les chiffres qui seront produits plus loin.

On peut employer une pile de Poggendorff; c'est une source bien constante lorsque le liquide chromique est fortement acide et que la résistance extérieure est relativement considérable. Pour électrolyte, j'ai pris une solution au $\frac{1}{10}$ de sulfate de cuivre pur : les électrodes de cuivre, distantes d'environ 30^{mm}, avaient 12^{cq} de surface immergée, d'où résultait une densité de courant favorable et, par suite, un beau dépôt de métal, bien continu et parfaitement adhérent. La perte de l'électrode soluble a toujours été égale, à 5^{mgr} près, au gain de l'électrode négative. L'intensité du courant, qui était d'environ $0^{amp},33$, était déterminée à moins de $\frac{1}{2000}$ d'ampère : on a admis qu'il se déposait 1190^{mgr} de cuivre par ampère-heure. Deux bonnes boussoles des tangentes ont servi concurremment; leurs constantes sont les suivantes :

Boussole.	Constructeur.	Longueur de l'aiguille.	Longueur du fil.	Rayon moyen R.	Nombre de spires *n*.	$\frac{R}{2n\pi}$.
A......	Ducretet	15^{mm}	1258^{cm}	$16^{cm},68$	12	0,221
B......	Ruhmkorff	20^{mm}	1114^{cm}	$16^{cm},12$	11	0,233

Les aiguilles de ces boussoles sont suspendues à un fil de cocon; de longs index d'aluminium permettent de lire le $\frac{1}{10}$ de degré au jugé sur un limbe divisé au demi-degré. Les dimensions relatives des aiguilles et des cadres sont, dans ces deux instruments, dans un rapport tel qu'on peut se dispenser de l'emploi du terme de correction dans l'évaluation de l'intensité que j'ai considérée comme proportionnelle à la tangente de la déviation δ. Notons encore un point important : les choses avaient été disposées de manière que la déviation δ fût voisine de $45°$, qui est l'angle de sensibilité maximum.

Le manuel opératoire d'une opération était fort simple; la pile ayant été fermée sur elle-même quelques minutes, on faisait passer le courant pendant une heure dans le voltamètre et la boussole; les électrodes avaient été tarées au préalable et la boussole mise au zéro. On procédait ensuite à deux lectures doubles après cinq et vingt-cinq minutes; puis, le courant étant renversé dans la boussole, après trente-cinq et cinquante-cinq minutes; la moyenne de ces huit lectures donnait la valeur de la déviation moyenne de l'aiguille dans le cours de l'opération. Il restait à peser les élec-

trodes et à faire la moyenne p de la perte et du gain des lames en milligrammes. La formule

$$\frac{1}{10}\frac{p}{1190} = \frac{R}{2n\pi}\,T\,\text{tang}\,\delta$$

conduisait à la valeur de T en unités C.G.S, et la même opération, répétée en divers points, d'une manière identique, permettait de découvrir les variations considérables de la composante horizontale dans un bâtiment où les planchers et les charpentes sont en fer.

Voici, du reste, les chiffres d'une expérience; ils permettront d'apprécier la valeur du procédé et la concordance des observations. Cet essai a été fait, le 13 avril 1886, à la Solitude, dans la banlieue de Lille, au centre d'une vaste campagne de plus de 7^{ha} de superficie, loin de toute habitation et des canalisations d'eau et de gaz.

Déviations de la boussole.

Heure.	Déviations à droite.		Déviations à gauche.	
h m	°	°	°	°
4. 0	0	»	»	»
4. 5	33,75	34,15	»	»
4.25	33,25	33,50	»	»
4.35	»	»	33,85	33,50
4.55	»	»	33,40	33,00

Moyenne générale...... $33°,55 = 33°33'$.

Observations du voltamètre.

	mgr
Perte de l'électrode soluble..........	360
Gain de l'électrode négative..........	355
Moyenne......................	357,5

$$\frac{1}{10}\frac{357,5}{1190} = 0,233\,T\,\text{tang}\,33°33',$$

$$T = 0,187.$$

Cette valeur de T nous servira de point de comparaison; elle est inférieure à la valeur observée à Paris le 1er janvier 1886 (0,194), comme on devait s'y attendre par suite de la position de Lille. Nous la croyons exacte à 3 ou 4 millièmes près; en effet, une observation, faite à la suite de la première, a donné 0,185, et un

grand nombre d'essais, répétés dans notre laboratoire, nous ont démontré que les résultats d'une expérience ne diffèrent jamais de plus de 4 millièmes de la moyenne d'un mois de recherches.

Le Tableau ci-dessous donne les valeurs de T observées en divers points de notre service.

Lieu.	Date.	T.
Solitude (près de Lille)..........	13 avril	0,186
Lesquin »	4 avril	0,191
Cour extérieure de la Faculté. ..	1 avril	0,183
Cour intérieure de la Faculté....	21 mai	0,190
Cabinet de professeur.	31 mai	0,152
Cabinet de physique....	23 mars	0,134
Salle A....................	29 mars	0,133
Salle B....................	30 mars	0,114
Salle voûtée des moteurs........	21 juillet	0,194

Il ressort de ces recherches que T peut être réduit de 40 pour 100 dans un bâtiment construit en fer; ainsi donc un même courant donnera, dans une même boussole, une déviation de 33° ou de 47°, suivant sa position; on voit ce qu'il faut penser du calibrage des instruments de mesure de ce genre lorsqu'on les déplace.

Le réseau de fer formé par les charpentes et les sommiers forme écran contre l'action de la terre; en entourant la boussole d'un cercle de fer, on obtient les mêmes résultats; suivant que la boussole est plus ou moins complètement enveloppée, on trouve que la composante horizontale devient égale à 0,120 ou 0,086. C'est la valeur minimum que nous avons pu observer.

A. KUNDT et E. BLASIUS. — Bemerkungen über Untersuchung der Pyroelectricität der Krystalle (Remarques sur l'étude de la pyro-électricité des cristaux); *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 145; 1886.

M. Kundt étudie la pyro-électricité des cristaux en projetant à leur surface un mélange de soufre et de minium : les plages positives ou négatives se distinguent par leur couleur jaune ou rouge. La Note de MM. Kundt et Blasius signale deux causes d'erreur contre lesquelles on doit être prévenu dans l'emploi de cette méthode.

1° Quand on projette la poudre avec force dans un angle rentrant formé par deux surfaces planes, le soufre et le minium se séparent sans qu'aucun phénomène électrique intervienne, le soufre se rassemblant vers le sommet de l'angle, le minium sur les faces;

2° Quand un cristal présente des fissures, si peu apparentes qu'elles soient, les lignes suivant lesquelles ces fissures rencontrent les faces paraissent toujours électrisées en sens inverse des régions voisines. Le phénomène s'observe même sur une plaque de verre qu'on a fendillée par la chaleur ou rayée au diamant, puis électrisée par le frottement. E. RIVIÈRE.

W. STSCHEGLAJEFF. — Ueber die electromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes Eisenchlorid (Pouvoir rotatoire magnétique des dissolutions de chlorure de fer); *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 168; 1886.

En étudiant la rotation magnétique du plan de polarisation dans une dissolution de chlorure de fer, rotation négative, comme on sait, l'auteur trouve que cette rotation n'est pas proportionnelle à l'intensité du champ magnétique : si la dissolution est concentrée, le rapport de la rotation à l'intensité augmente d'abord, puis diminue quand l'intensité croît d'une manière continue; si la dissolution est étendue, le rapport diminue constamment.

E. RIVIÈRE.

AYRTON et PERRY. — Note on the Paper on some thermodynamical relations by Ramsay and Young (Note sur le Mémoire de MM. Ramsay et Young, relatif à quelques relations thermodynamiques); *Proceedings of the Physical Society of London*, t. VII, p. 368; 1886.

Dans le Mémoire auquel il est fait allusion, MM. Ramsay et Young avaient cherché à établir expérimentalement les relations suivantes :

1° $\frac{L}{s_1 - s_2}$ est un rapport constant pour toutes les substances sous la même pression, L désignant la chaleur latente de vaporisation et s_1 et s_2 les volumes spécifiques du liquide et de la vapeur saturée.

2° Le rapport des valeurs de $\frac{L}{s_1 - s_2}$ pour deux pressions p_1 et p_2 est constant pour toutes les substances.

3° $t\frac{dp}{dt}$ est constant pour toutes les substances sous une même pression; t étant la température absolue et p la pression de la vapeur saturée.

4° $\frac{d}{dp}\left(t\frac{dp}{dt}\right)$ est constant pour toutes les substances à une même pression.

MM. Ayrton et Perry font remarquer que la troisième loi se traduit mathématiquement de l'équation

$$t\frac{dp}{dt} = \varphi(p), \tag{1}$$

la fonction φ étant la même pour toutes les substances; en différentiant (1) par rapport à p, on obtient la quatrième loi. La deuxième loi de la Thermodynamique donne

$$\frac{L}{s_1 - s_2} = \frac{t}{J}\frac{dp}{dt},$$

et, par conséquent, la première loi a pour expression $\frac{L}{s_1 - s_2} = \varphi(p)$, d'où découle immédiatement la deuxième loi.

Il était donc inutile de vérifier séparément chacune des quatre lois, puisqu'elles découlent les unes des autres; il suffisait d'en vérifier une seule, par exemple la troisième

$$t\frac{dp}{dt} = \varphi(p)$$

ou

$$\frac{dp}{\varphi(p)} = \frac{dt}{t},$$

ou encore

$$t = a\,\psi(p), \tag{2}$$

où t est la température absolue relative à la pression p d'une vapeur saturée; a est un nombre qui dépend de la nature de la substance, et la fonction ψ est la même pour tous les corps.

Mais, si la relation (a) est exacte, on aura pour une autre substance à la même pression p

$$\theta = \alpha\psi(p),$$

d'où

$$\theta = kt;$$

le rapport des températures de deux vapeurs, prises sous la même pression, est constant, quelle que soit cette pression. Or les formules de Regnault et de Rankine montrent que ce rapport n'est pas constant : les quatre lois précitées ne peuvent donc être exactes.

A. Boitel.

NATURE.

(Mai 1885-Mai 1886).

C. LLOYD MORGAN. — Viscosité de la glace.

Les expériences ordinaires qui démontrent la viscosité de la glace ne réussissent pas à des températures très basses comprises entre — 12° et — 30°; l'auteur en conclut que la viscosité, très grande au voisinage de zéro, diminue rapidement et devient nulle à partir de 12°.

Shelford BIDWELL. — Pile voltaïque à électrolyte solide.

S.-P. THOMSON. — Même sujet.

La pile est formée d'une lame de cuivre et d'une lame d'argent recouvertes chacune d'une couche fortement comprimée de sulfure du même métal; on a soin de plus de former sur la plaque d'argent une couche très mince de sulfure par l'action du soufre dissous dans le sulfure de carbone. Cette pile peut dévier l'aiguille d'un galvanomètre ordinaire (pour un élément $E = 0^{volt},053$, $R = 7$ ohms).

S.-P. Thomson confirme ce résultat et attribue la faible force électromotrice du couple à la proximité du cuivre et de l'argent dans la série. Il a construit, avec une lame de sulfure de cuivre CuS entre deux plaques de platine, un accumulateur qui peut être chargé et déchargé comme l'appareil ordinaire.

SOPHUS TROMHOLT. — Période annuelle et diurne des perturbations télégraphiques.

L'auteur a relevé, dans un certain nombre de stations télégraphiques de Suède et de Norwège, le nombre de jours de juillet 1881 à juin 1884 pendant lesquels des perturbations électriques se sont produites indépendamment des orages, et il a construit des courbes en prenant les mois comme abscisses et le nombre des jours de perturbation comme ordonnées. Cette courbe est analogue à celle qui représente la fréquence des aurores boréales et, pendant ces quatre années, le nombre des unes et des autres a diminué; il est probable qu'on retrouvera la période de onze années. Pendant la journée, les maxima se présentent généralement de 8^h à 9^h, surtout le soir, et les minima de 1^h à 2^h.

O. LODGE. — Polarité permanente.

A propos des résultats donnés par M. Tumlirz ([1]), l'auteur indique qu'il a fait des expériences sur un grand nombre de corps et constaté que tous présentent des traces de polarité permanente: le quartz ne serait donc qu'un cas particulier. Dans ces expériences, les corps sont d'abord soumis à l'influence d'un champ très énergique, puis transportés dans un champ très faible, ils y prennent une position d'équilibre; l'inversion du champ les amène dans une position symétrique.

Une action magnétique trop énergique masque cette faible polarité. Il cite, entre autres exemples, un morceau de petit pin que S.-W. Thomson appelait un aimant de bois. Ces expériences, faites dans un but théorique tout différent, sont continuées et seront publiées en détail.

J.-W. CLARK. — Enregistreur de l'énergie radiante.

L'appareil consiste en une sorte de cryophore de Wollaston dont une boule est noircie et exposée au soleil; l'autre est rem-

---

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 236.

placée par un tube gradué protégé par des écrans métalliques. La quantité d'eau condensée dans le tube mesure l'énergie absorbée par l'appareil ; la diminution de volume de cette eau donnerait la perte pendant la nuit. C. DAGUENET.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome IX ; décembre 1886.

LANGLEY. — *Sur les spectres invisibles*, p. 433.

NEYRENEUF. — *Sur la vitesse du son dans les vapeurs*, p. 535.

L.-F. NILSON et OTTO PETTERSON. — *Nouvelle méthode pour déterminer la densité de vapeur des corps volatilisables en même temps que la température de l'expérience*, p. 554.

Tome X ; janvier 1887.

J. MACÉ DE LÉPINAY. — *Méthode pour mesurer en longueurs d'onde de petites épaisseurs*, p. 85.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXII ; décembre 1886.

LORD RAYLEIGH. — *Notes sur l'électricité et le magnétisme.* — II. *Self-induction et résistance de conducteurs composés*, p. 469.

R.-H.-M. BOSANQUET. — *Aimants permanents.* — III. *Sur la perte du magnétisme* (suite), p. 500.

W.-W.-J. NICOL. — *Sur la pression de la vapeur d'eau émise par les solutions salines*, p. 502.

SIR W. THOMSON. — *Sur les ondes stationnaires dans l'eau en mouvement*, 3e Partie, p. 517.

R. BUNSEN. — *Décomposition du verre par l'acide carbonique en dissolution dans des couches d'eau capillaires*, p. 530.

A. BARTOLI et E. STRACCIATI. — *Réponse aux observations de MM. T.-E. Thorpe et A.-W. Rücker*, p. 533.

R.-H.-M. BOSANQUET. — *Électro-aimants.* — IV. *Tension des lignes de force*, p. 535.

Wiedemann's Annalen.

T. XXIX; n° 12, 1886.

C. FROMME. — *Polarisation galvanique produite par de petites forces électromotrices*, p. 497.

E. HOPPE. — *Théorie de l'induction unipolaire*, p. 544.

F. HIMSTEDT. — *Mesure de v*, p. 560.

R. LAMPRECHT. — *Action des aimants sur la décharge électrique dans les gaz raréfiés*, p. 580.

A. FOEPPL. — *Distribution de la charge électrique sur les conducteurs*, p. 591.

L. BOLTZMANN. — *Remarques sur un Mémoire de M. Lorberg relatif à l'électrodynamique*, p. 598.

W. VOIGT. — *Torsion d'un prisme rectangulaire taillé dans un cristal homogène*, p. 604.

J. KIEWIET. — *Élasticité de flexion du zinc pur, du cuivre, de l'étain et de leurs alliages*, p. 617.

J. STEFAN. — *Relations entre la théorie de la capillarité et la vaporisation*, p. 655.

A. HERITSCH. — *Radiophonie*, p. 665.

G. KOBB. — *Spectre du germanium*, p. 670.

GREINER et FRIEDRICH. — *Nouvelle pompe à mercure*, p. 672.

A. GROSSE. — *Rhéostat à ruban*, p. 674.

W. HOLTZ. — *Pont de Wheatstone pour l'écoulement de l'eau et de l'air*, p. 675.

TABLE DES MATIÈRES.

JANVIER 1887.

12680 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAUBAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — FÉVRIER 1887.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (Sei

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

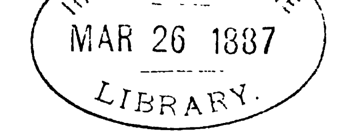
Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............	15 fr.
Autres pays..	17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).



SUR LA DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE SELF-INDUCTION;

PAR M. P.-H. LEDEBOER.

Le coefficient de self-induction d'une bobine ou le potentiel d'une bobine sur elle-même est une fonction linéaire des données géométriques de cette bobine dans le cas où elle ne renferme pas de masses de fer. L'expression mathématique de ce coefficient a été donnée, pour la première fois, par Neumann (¹), sous la forme

$$L = \int\int \frac{\cos\varepsilon}{r}\, ds\, ds'.$$

Cette intégrale, qu'on ne peut résoudre que dans quelques cas particuliers, a été l'objet de travaux importants de Gauss (²), de Weber (³), de Maxwell (⁴), de Lord Rayleigh (⁵), de Weinstein (⁶), etc. Ces auteurs ont montré qu'on peut, dans certains cas offerts par la pratique, développer cette intégrale en série convergente et calculer l'expression numérique avec l'approximation qu'on désire. Dans quelques cas, d'ailleurs, on peut résoudre cette équation à l'aide des intégrales elliptiques.

Un des éléments qui interviennent dans ce calcul est la distance entre deux spires et, pour la connaître avec quelque approximation, on est obligé d'enrouler le fil dans des gorges creusées d'avance.

Des bobines de ce genre ont été construites lors de la détermination de l'ohm; on peut ajouter que c'est une erreur dans l'évaluation du coefficient de self-induction qui donne à l'ohm de l'Association britannique une valeur trop faible.

Pour des bobines enroulées à la manière ordinaire, le calcul ne donne aucun résultat.

Lorsque la bobine renferme un noyau de fer doux, le coefficient

(¹) NEUMANN, *Abh. d. Berliner Akad.*, 1845.
(²) *Gauss Werke*, t. V, p. 622.
(³) WEBER, *Abh. Math. Phys. Klasse Sachs. Ges. d. Wiss.*, B. VI, p. 607.
(⁴) MAXWELL, *Phil. Transact.*, p. 155; 1865.
(⁵) LORD RAYLEIGH, *Proc. Royal Soc.*, n° 213; 1881.
(⁶) WEINSTEIN, *Wied. Ann.*, 21, p. 329; 1884.

de self-induction est variable et l'on peut, dans ce cas, définir ce coefficient par l'équation

$$e = \frac{d\text{LI}}{dt},$$

e étant la force électromotrice due à la self-induction et I l'intensité du courant au temps t.

Lorsqu'on mesure le coefficient de self-induction par la quantité d'électricité q produite par l'extra-courant de rupture, la même formule s'applique dans les deux cas suivants : 1° coefficient constant; 2° coefficient variable et fonction de l'intensité du courant I. On a, en effet, si i_0 représente l'intensité de courant qui traverse le galvanomètre au temps t,

$$e = \frac{\text{L}\,d\text{I}}{dt} = ki_0 \quad \text{si L constant,}$$

et

$$e = \frac{d\text{LI}}{dt} = ki_0 \quad \text{si L variable.}$$

On a ainsi

$$\int_0^{\text{I}} \text{L}\,d\text{I} = \text{LI} = \int i_0\,dt = kq \quad \text{si L constant,}$$

et

$$\int_0^{\text{I}} d\text{LI} = \text{LI} = \int i_0\,dt = kq \quad \text{si L variable.}$$

On voit donc qu'on trouve, dans les deux cas,

$$\text{L} = k\frac{q}{\text{I}}.$$

Ceci posé, occupons-nous des différentes méthodes proposées pour la mesure de ce coefficient. On ne s'est guère occupé de la mesure de coefficient de self-induction avant Maxwell. Cet auteur a proposé différentes méthodes de comparaison : on peut comparer le coefficient de self-induction avec un coefficient d'induction mutuelle, avec un autre coefficient de self-induction ou avec une capacité électrostatique. Ces méthodes de comparaison ne sont pas d'un usage pratique, parce qu'on n'a pas à sa disposition des termes de comparaison. Quant à la comparaison de la capacité électromagnétique d'une bobine avec la capacité électrostatique d'un condensateur, cette méthode ne s'applique que difficilement

à des bobines renfermant des noyaux de fer, puisque la capacité électromagnétique excède plusieurs milliers de microfarads ; on ne peut donc comparer que deux quantités d'ordres très divers.

Maxwell a en outre proposé une méthode de mesure directe ; elle repose sur la mesure de la quantité d'électricité mise en jeu par l'extra-courant de rupture. Lord Rayleigh a appliqué cette méthode à propos de la détermination de l'ohm. Le principe de cette méthode est identique à celle que M. Edlund (¹) a employée pour étudier la loi de l'extra-courant. La différence existe en ce que M. Edlund obtient l'équilibre électrique à l'aide d'un galvanomètre différentiel, tandis que Maxwell utilise le dispositif du pont de Wheatstone.

Pour appliquer cette méthode, il faut disposer d'un galvanomètre périodique sans amortissement. Or, on le sait, un galvanomètre de ce genre est d'un emploi très difficile, et l'on ne peut pas s'en servir dans le voisinage d'un fort électro-aimant. C'est à cause de ces inconvénients inhérents au galvanomètre sans amortissements que nous avons essayé d'utiliser, pour ces mesures, le galvanomètre apériodique Deprez-d'Arsonval ; nous commencerons donc par étudier le mouvement du cadran de ce galvanomètre.

Ajoutons que M. Joubert (²) a fait connaître, il y a quelques années, une élégante méthode de mesure du coefficient de self-induction, fondée sur un principe tout nouveau et reposant sur l'emploi des courants alternatifs et de l'électromètre à cadran.

CHAPITRE I.

Étude du galvanomètre apériodique Deprez-d'Arsonval.

Étude du galvanomètre apériodique. — Ce galvanomètre consiste en un cadre de fil, de forme rectangulaire, mobile dans un champ magnétique intense, produit par un aimant d'acier [*fig.* 1 (³)].

(¹) EDLUND, *Pogg. Ann.*, t. LXXVI.

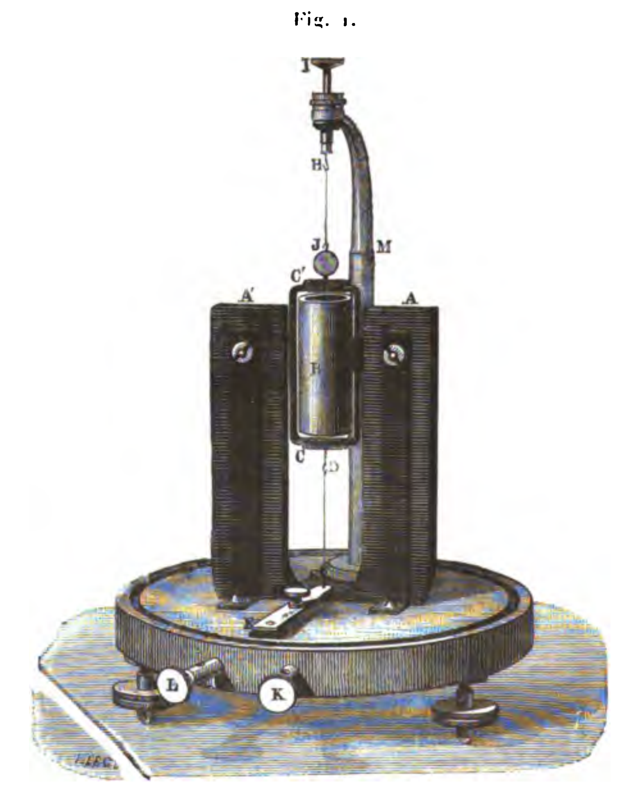
(²) JOUBERT, *Annales de l'École Normale*, t. X, 1881.

(³) Les figures qui accompagnent cet article nous ont été obligeamment fournies par le Journal *La Lumière électrique*.

Pour renforcer ce champ magnétique, on a placé à l'intérieur du cadre une masse de fer doux, fixe. Le courant est amené par le fil de suspension, et il sort par le fil prolongé au-dessous du cadre.

L'ensemble constitue donc une portion de la machine Siemens; mais ici le tambour se réduit à une seule section, et le fer doux est fixe, au lieu d'être mobile.

Fig. 1.



L'équation différentielle du mouvement du cadre peut s'établir d'après les considérations suivantes.

Soient

θ l'angle de déviation au temps t;

Σmr^2 le moment d'inertie du cadre;

τ le couple de torsion du fil de suspension;

F l'intensité du champ magnétique;

nS la surface totale du cadre ;
T la durée d'une oscillation simple du cadre à circuit ouvert ;
R la résistance totale du cadre, y compris la résistance extérieure.

Nous supposerons que toutes ces grandeurs soient évaluées en unités absolues C.G.S.

On aura, pour l'équation différentielle du mouvement du cadre,

$$\Sigma mr^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + \tau\theta = ki,$$

i étant l'intensité du courant qui circule dans le cadre, etc. ; A et k des constantes que nous allons déterminer.

A est le coefficient des termes qui varient proportionnellement à la vitesse, tels que la résistance de l'air, la réaction due au courant d'induction, etc.

k est l'action du courant $= 1$ sur le cadre mobile.

Il est facile de voir qu'on a

$$k = \text{FS}n.$$

En effet, le travail, pour un petit déplacement $d\theta$ du cadre (*fig.* 2), a pour expression

$$i\,dQ = i\,\text{F}\,dS = i\,\text{FS}\,d\theta,$$

dQ étant la variation du flux de force. D'autre part, ce même travail est égal à

$$ki\,d\theta.$$

On a donc

$$ki\,d\theta = i\,\text{FS}\,d\theta,$$

d'où

$$k = \text{FS}.$$

Pour n spires il faut multiplier par n.

Donc

$$k = \text{FS}n.$$

Cherchons maintenant la valeur du coefficient A. Ce coefficient provient de l'influence de l'air, de l'induction du champ magnétique sur le cadre et de l'amortissement dû à la raideur du fil de suspension.

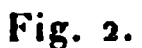
On peut se convaincre facilement que le seul terme important

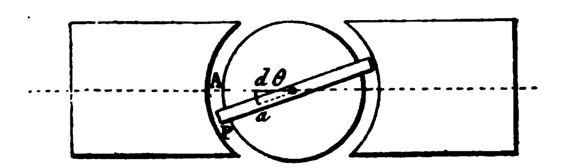
est dû à l'induction, car à circuit ouvert, où il n'y a pas d'induction, le mouvement est presque rigoureusement périodique ([1]).

Lorsqu'on donne au cadre un petit déplacement angulaire $d\theta$, il circule par l'induction, dans ce cadre, une quantité d'électricité dq, donnée par l'expression

$$dq = \frac{1}{R}dQ = \frac{1}{R}d(FS) = \frac{1}{R}FSn\,d\theta,$$

car l'intensité F du champ magnétique est supposée constante.


Fig. 2.



L'intensité de ce courant est donnée par l'équation

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{1}{R}FSn\frac{d\theta}{dt}.$$

Mais nous avons vu que l'intensité i donne lieu à un couple $iFSn$, ce qui donne dans notre cas

$$\frac{1}{R}F^2S^2n^2\frac{d\theta}{dt};$$

c'est le terme qui intervient dans l'équation différentielle. Il s'ensuit

$$A = \frac{1}{R}F^2S^2n^2.$$

L'équation différentielle du mouvement devient donc

$$\Sigma mr^2\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{R}S^2F^2n^2\frac{d\theta}{dt} + \tau\theta = FSni.$$

Nous allons voir qu'il est possible de déterminer la valeur de

---

([1]) Nous donnerons ailleurs quelques valeurs numériques, ce qui montrera que ce terme est négligeable en dehors de l'effet de l'induction.

toutes les constantes qui interviennent dans cette formule : on peut donc la soumettre à des vérifications expérimentales.

Pour tenir compte de l'induction du cadre sur lui-même, il faut annuler le second terme de l'équation précédente et déterminer i par l'équation

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{dQ}{dt} = E,$$

si E est la force électromotrice et L le coefficient de self-induction du cadre.

Or on a

$$\frac{dQ}{dt} = F\frac{dS}{dt} = FSn\frac{d\theta}{dt}.$$

On a donc à résoudre le système d'équations différentielles simultanées

$$\Sigma mr^2\frac{d^2\theta}{dt^2} + \tau\theta = FSni, \qquad L\frac{di}{dt} + Ri + FSn\frac{d\theta}{dt} = E.$$

L'élimination de i entre ces équations conduit à une équation linéaire du troisième degré.

Comme la valeur numérique du coefficient L est très petite, on peut, comme première approximation, négliger ce terme.

Nous avons donc à considérer l'équation

$$\Sigma mr^2\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{R}F^2S^2n^2\frac{d\theta}{dt} + \tau\theta = FSni,$$

dans laquelle

$$i = \frac{E}{R}.$$

Cette équation a ceci de particulier, que la réalité des racines dépend de la valeur de la résistance totale R; on peut, à volonté, en faisant varier la résistance extérieure, rendre les racines de l'équation caractéristique imaginaires ou réelles.

Occupons-nous d'abord du cas où les racines sont imaginaires.

On trouve, pour la déviation constante, l'expression

$$x = \frac{FSn}{\tau}\cdot i.$$

En outre, comme, à cadre ouvert, on a

$$\frac{\tau}{\Sigma mr^2} = \frac{\pi^2}{T^2},$$

il vient

$$\alpha = \frac{T^2}{\pi^2} \frac{FSn}{\Sigma mr^2} i.$$

Il est à remarquer que cette expression ne dépend pas du coefficient de $\frac{d\theta}{dt}$; elle est indépendante de la résistance totale du circuit et de l'amortissement.

Pour chercher l'impulsion δ correspondant à une quantité d'électricité q, on aura à résoudre l'équation différentielle sans second membre, avec les conditions initiales

$$t = 0, \qquad \theta = 0 \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = \frac{FSn}{\Sigma mr^2} q.$$

Dans ces conditions, en supposant $a = 0$, on a

$$\delta = \frac{FSn}{\sqrt{\tau \Sigma mr^2}} q.$$

En éliminant

$$\tau = \frac{\pi^2}{T^2} \Sigma mr^2,$$

il vient

$$\delta = \frac{T}{\pi} \frac{FSn}{\Sigma mr^2} q.$$

Dans le cas général, le coefficient du second terme de l'équation différentielle n'est pas nul, et l'on a

$$\delta = \frac{FSn}{\sqrt{\tau \Sigma mr^2}} q e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{\pi}{\lambda}} = \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \frac{FSn}{\Sigma mr^2} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{\pi}{\lambda}} q.$$

T est la durée d'une oscillation simple, et on a la relation

$$\sqrt{\frac{\Sigma mr^2}{\tau}} = \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}.$$

Lorsque les racines de l'équation caractéristique sont réelles, on a

$$\Sigma mr^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{R} F^2 S^2 n^2 \frac{d\theta}{dt} + \tau\theta = 0 \quad \text{ou} \quad = FSni$$

ou bien

$$\frac{d^2\theta}{dt} + 2a\frac{d\theta}{dt} + b^2\theta = 0 \quad \text{ou} \quad = \frac{\mathrm{FS}n}{\Sigma mr^2}i,$$

avec $a > b$.

L'intensité est toujours reliée à la déviation permanente par la formule

$$\alpha = \frac{\mathrm{FS}n}{\tau}i,$$

puisque cette relation est indépendante du coefficient a et par conséquent de l'amortissement.

Il en est tout autrement pour ce qui concerne le passage d'une quantité d'électricité : ici les formules deviennent compliquées. Il faut résoudre l'équation différentielle sans second membre et avec les données initiales

$$t = 0, \qquad \theta = 0 \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = \frac{\mathrm{FS}n}{\Sigma mr^2}q.$$

On trouve ainsi

$$\theta = \frac{\mathrm{FS}nq}{(r_1 - r_2)\Sigma mr^2}(e^{r_1 t} - e^{r_2 t}),$$

$$t = \frac{1}{r_1 - r_2}\log \text{nép}\frac{r_2}{r_1},$$

$$a = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{F}^2\mathrm{S}^2n^2}{\mathrm{R}\Sigma mr^2} = \frac{1}{2}\frac{\pi^4}{\mathrm{T}^4}\frac{\alpha^2}{i^2}\frac{\Sigma mr^2}{\mathrm{R}},$$

$$b = \sqrt{\frac{\tau}{\Sigma mr^2}} = \frac{\pi}{\mathrm{T}};$$

$$r_1 = -a + \sqrt{a^2 - b^2}, \qquad r_2 = -a - \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Les équations précédentes contiennent la solution du problème cherché. Ces équations, compliquées comme on le voit, contiennent la résistance totale R, qui entre dans a et par suite dans r_1 et r_2, mais ces relations ne ressortent pas au premier abord.

Il faut déterminer $\frac{\pi}{\mathrm{T}}$, $\frac{\alpha}{i}$ et Σmr^2 pour pouvoir calculer la solution complète; le terme FSn s'élimine.

On a, en effet,

$$\mathrm{FS}n = \frac{\pi^2}{\mathrm{T}^2}\frac{\alpha}{i}\Sigma mr^2;$$

d'où

$$\delta = \frac{\pi^2}{T^2}\frac{\alpha}{i}\frac{1}{r_1 - r_2}(e^{r_1 t} - e^{r_2 t}),$$

$$t = \frac{1}{r_1 - r_2}\log \text{nép}\frac{r_2}{r_1}.$$

On voit que, tant que R reste invariable, δ est proportionnel à q (δ étant toujours petit) : il suffit donc de connaître ce facteur de proportionnalité pour chaque valeur de R, si l'on veut avoir la solution complète du problème qui nous occupe.

Nous allons traiter maintenant le cas où les racines de l'équation caractéristique sont égales. Ce cas est particulièrement intéressant pour les applications, car on trouve des solutions très simples et des calculs faciles à effectuer. La valeur de la résistance totale qui correspond à ce cas limite se trouve d'après la relation

$$R = \frac{1}{2}\frac{\pi^3}{T^3}\Sigma mr^2 \frac{\alpha^2}{i^2}.$$

Dans ce cas on a à résoudre l'équation différentielle avec la condition $a = b$.

On trouve ainsi

$$\delta = \frac{FSn}{\Sigma mr^2} q \frac{T}{\pi}\frac{1}{e}.$$

Comme on a d'ailleurs

$$FSn = \frac{\pi^2}{T^2}\frac{\alpha}{i}\Sigma mr^2,$$

il s'ensuit

$$\delta = \frac{\alpha}{i}\frac{\pi}{T}\frac{1}{e}q \quad \text{ou} \quad q = \frac{T}{\pi}e\frac{i}{\alpha}\delta.$$

Cette dernière expression est très remarquable : nous l'emploierons bientôt pour la détermination du coefficient de self-induction.

Vérifications expérimentales des formules précédentes. — Nous avons employé à cet effet deux galvanomètres Deprez-d'Arsonval de différents modèles. L'un de ces galvanomètres était construit avec des électro-aimants. Ce dernier galvanomètre, à la construction duquel M. Carpentier a apporté une extrême obligeance, permet de vérifier les formules dans une étendue bien plus vaste.

car on peut faire varier à volonté l'intensité du champ magnétique.

Les quantités qui interviennent dans les formules précédentes sont :

1° La durée d'une oscillation simple.

Cette durée se détermine avec une grande exactitude. Avec un compteur à pointage, on compte cinquante oscillations. Les expériences montrent que le résultat est exact à une fraction de seconde près, et que l'erreur relative ne dépasse pas un centième. Il faudrait avoir égard à l'amortissement, car la durée T qui intervient dans les formules se rapporte au cas où il n'y a pas d'amortissement.

Ce qu'on observe, en réalité, à cadre ouvert, est la durée T′ lorsqu'il a un faible amortissement dû à la résistance de l'air. Si λ est le décrément logarithmique, on a la relation

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}}.$$

Dans une série d'expériences, on a trouvé que, pour dix oscillations, l'élongation diminue de 8,4 à 6,6, ce qui donne, pour le décrément logarithmique,

$$\lambda = \frac{1}{10} \operatorname{lognép} \frac{8,4}{6,6} = 0,024.$$

On voit donc que cette correction n'a aucune influence sensible sur la valeur de T, et il est inutile de s'en occuper.

2° La deuxième constante qu'il faut déterminer est la constante du galvanomètre, $\frac{\alpha}{i}$. Cette détermination se fait à la manière ordinaire avec une grande approximation; il suffit de disposer d'une bonne boîte de résistances et d'une pile dont on connaît bien la force électromotrice. A cet effet, nous avons pris un élément Daniell, dont la force électromotrice avait été déterminée directement par comparaison à un élément Latimer-Clark. Il faut, pour avoir α en mesure circulaire, diviser la déviation obtenue par le double de la distance de l'échelle au miroir mobile. Pour les galvanomètres que nous avons employés, cette constante était d'en-

viron 2^{mm} pour un micro-ampère, l'échelle étant placée à une distance de 940^{mm}.

On a, dans ces conditions,

$$\frac{a}{i} = \frac{2}{2 \times 940} \times 10^7 \text{ C.G.S.}$$

3° Le moment d'inertie du cadre mobile. C'est l'élément dont la détermination offre le plus de difficulté. La méthode que nous avons employée est la méthode de Gauss. Elle consiste à ajouter au corps dont on cherche le moment d'inertie d'autres solides dont le moment d'inertie soit bien connu.

Nous avons choisi des anneaux cylindriques, parce que ce sont les corps dont le moment d'inertie, à poids égal, est maximum. Nous avons d'ailleurs vérifié directement, par l'expérience, que le moment du couple de torsion est indépendant du poids suspendu au cadre, conformément à la loi de Coulomb.

Voici les nombres qu'on a trouvés pour le galvanomètre Deprez-d'Arsonval, à aimants d'acier, galvanomètre dont la résistance était de $222^{ohms},02$ à $16°$.

Pour déterminer la durée d'une oscillation simple, on a observé plusieurs séries concordantes; la moyenne a fourni le nombre $T = 0^s,385$ avec une erreur relative ne dépassant pas 1 pour 100.

On a trouvé d'ailleurs que, pour de grandes amplitudes, la durée est un peu plus longue que pour des amplitudes très petites. Ainsi, pour de grandes amplitudes, on a trouvé $0^s,388$ et pour de petites $0^s,382$.

La constante du galvanomètre a été trouvée $1^{mm},93$ pour un courant d'une intensité d'un micro-ampère, l'échelle étant placée à 940^{mm}.

Pour déterminer le moment d'inertie, on a fait osciller le cadre avec quatre anneaux additionnels.

Les valeurs trouvées pour le moment d'inertie du cadre ne sont pas tout à fait concordantes; cependant l'erreur relative de la moyenne ne dépasse guère $\frac{1}{50}$. Cette valeur moyenne est

$$\Sigma mr^2 = 11,75 \text{ C.G.S.}$$

C'est cette valeur que nous adopterons dans les calculs suivants.

En calculant, avec les valeurs ainsi trouvées, la valeur de R, d'après la formule

$$R = \frac{1}{2}\frac{\pi^3}{T^3}\frac{\alpha^2}{i^2}\Sigma mr^2,$$

on trouve

$$R = 336,9 \times 10^9 \text{ C.G.S.} = 336^{\text{ohms}},9.$$

Or, la résistance du galvanomètre est de 222 ohms, il reste donc, pour la résistance extérieure, 115 ohms. L'expérience a montré qu'avec une résistance extérieure de 120 ohms, l'image dépassait légèrement le zéro, lorsqu'on avait écarté le cadre de sa position d'équilibre, tandis qu'avec une résistance de 110 ohms le galvanomètre était apériodique.

On peut donc adopter, pour la résistance qui correspond à l'égalité des racines, la valeur moyenne, soit 115 ohms. C'est exactement le même nombre que celui déduit du calcul, mais il faut ajouter que cette concordance parfaite est un peu fortuite, car nous l'avons déjà dit, il est difficile de déterminer R par l'expérience avec une approximation supérieure de 5 à 10 ohms.

Voyons maintenant si les formules qui se rapportent aux décharges se vérifient également. Il faut que le rapport des déviations correspondant aux cas où le cadre est ouvert et fermé sur la résistance R soit égal au nombre e, base des logarithmes népériens.

La décharge d'un condensateur, d'une capacité de $0^{\text{microf}},4$, chargé à un potentiel d'environ 50 volts, produit une déviation de $11^{\text{cm}},5$ à circuit ouvert, c'est-à-dire en déchargeant le condensateur directement à travers le galvanomètre sans faire intervenir aucune résistance auxiliaire.

La résistance d'isolement d'un condensateur étant toujours un nombre très considérable, on peut pratiquement supposer que la résistance extérieure est infinie, c'est-à-dire que le circuit du cadre est ouvert; on sait que, dans ces conditions, le galvanomètre est presque rigoureusement périodique.

Comme deuxième expérience, on a d'abord augmenté la capacité du condensateur; on a porté cette capacité de $0^{\text{microf}},4$ à 1 microfarad, puis on a introduit une dérivation ou shunt dans le circuit du galvanomètre, de telle façon que la résistance totale du

circuit devient égale à R. Dans notre cas, il faut que la résistance du shunt soit de 115 ohms.

Le condensateur étant chargé au même potentiel que dans le premier cas, on a noté la déviation produite. Pour réduire la déviation à celle qu'on aurait obtenue sans shunt, il suffit de multiplier la déviation par le rapport

$$\frac{r}{r+g};$$

où r est la résistance du shunt et g la résistance du galvanomètre.

Dans notre expérience, on avait

$$r = 115 \text{ ohms}, \qquad g = 222 \text{ ohms}$$

et

$$r + g = R = 337 \text{ ohms}.$$

Le facteur de réduction est donc

$$\frac{115}{337}.$$

En tenant compte de ce facteur, on trouve que l'impulsion, sans shunt, aurait été de $11^{cm},4$. Le rapport des déviations est donc $\frac{11,5 \times 2,5}{11,4} = 2,52$ au lieu de $e = 2,72$. L'accord n'est pas très juste, comme on le voit; néanmoins, l'expérience semble être d'accord avec la théorie.

Parmi les causes qui peuvent influer sur ce résultat, il y en a une surtout que nous tenons à signaler : c'est l'inégalité du rapport que l'on considère, inégalité provenant de l'introduction du shunt.

Le facteur de réduction est, comme nous venons de le voir, $\frac{115}{337}$ ou $\frac{1}{3}$ environ; puis le facteur e augmente le rapport de $\frac{1}{2,7}$, c'est-à-dire que le rapport des impulsions devient finalement

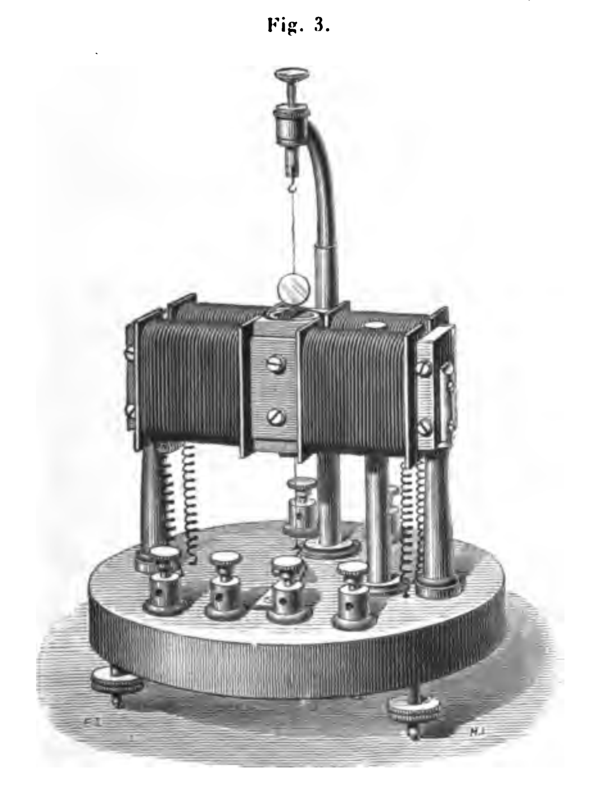
$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2,7} = \frac{1}{8} \text{ environ.}$$

Il faut donc comparer deux nombres dont l'un est plus de huit fois plus grand que l'autre, ce qui est toujours une circonstance désavantageuse.

Nous avons vu que l'erreur relative dans la détermination du moment d'inertie est à peu près $\frac{1}{50}$; multipliant cette valeur par 8, on a $\frac{1}{6}$ environ pour l'erreur probable sur le rapport. Or, en diminuant $e = 2,72$ de $\frac{1}{6}$, on trouve $2,27$, valeur bien inférieure au nombre trouvé $2,52$. L'erreur n'est que de $\frac{1}{12}$ environ, ce qui n'a rien qui doive nous surprendre dans les conditions de l'expérience.

Galvanomètre Deprez-d'Arsonval à électro-aimants. — Dans le but de vérifier sur une plus vaste étendue les formules exposées

Fig. 3.



plus haut, nous avons employé un galvanomètre apériodique pourvu d'électro-aimants au lieu d'aimants d'acier. Le cadre mobile a les mêmes dimensions que dans les galvanomètres ordinaires; la forme des électro-aimants est la même que dans la machine dy-

namo-électrique de Siemens. Les proportions aussi ont été conservées autant que possible.

Avec ce galvanomètre on a l'avantage de pouvoir faire varier à volonté l'intensité du champ magnétique, ce qui permet de vérifier les formules dans de meilleures conditions.

Voici quelques données sur la construction de ce galvanomètre :

Le cadre a 285 tours avec une résistance de 123 ohms. Les bobines des aimants inducteurs sont formées par du fil de 1^{mm} de diamètre. Chaque bobine a 6 couches et 248 tours, la résistance totale des inducteurs en tension étant $2^{ohms},48$.

Moment d'inertie du cadre mobile. — La durée d'une oscillation simple est

$$T = 0^s,2915.$$

On a fait osciller le cadre avec des anneaux en cuivre, et l'on a trouvé, pour la valeur moyenne du moment d'inertie,

$$\Sigma mr^2 = 6,687 \text{ C.G.S.}$$

L'écart entre la valeur moyenne et les valeurs extrêmes est d'environ $\frac{1}{50}$.

Sensibilité. — Nous avons déterminé la constante pour les différentes valeurs de l'intensité du courant circulant dans les électro-aimants; l'échelle étant posée à $99^{cm},6$, nous avons trouvé les valeurs suivantes :

	I			
	ampères.	ampères.	ampères.	ampères.
Courant dans les électros.........	0,53	1,00	1,97	3,20
Constante pour 10^{-6} ampères... ..	0,60	1,09	1,83	2,21

On voit qu'à partir de deux ampères les électros commencent à être saturés, car l'intensité du champ magnétique n'est plus proportionnelle au courant inducteur. Nous reviendrons sur ce point dans un autre Chapitre.

En calculant la résistance R, pour le cas où les racines deviennent égales, d'après la formule

$$R = \frac{1}{2}\frac{\pi^3}{T^3}\frac{\alpha^2}{i^2}\Sigma mr^2,$$

on trouve

I.	R calculé.	R observé.	Résistance extérieure.
ampères.	ohms.	ohms.	ohms.
0,53	38	»	négative.
1,30	125	143	20
1,97	353	373	250
3,20	515	523	400

Dans le premier cas, le galvanomètre est périodique pour toutes les valeurs de la résistance extérieure. L'accord devient d'autant plus satisfaisant que l'intensité du champ magnétique augmente davantage. Dans le dernier cas surtout, l'erreur n'est que de $\frac{8}{500}$; cette erreur est de l'ordre de grandeur de celle qui peut se produire dans la détermination du moment d'inertie du cadre.

Il reste à exposer comment se vérifient les formules relatives aux décharges d'un condensateur.

Voici les nombres trouvés :

I en ampère.		Décharge de 1 microfarad sans shunt.		Décharge rapportée au shunt de 10ohms.	Décharge rapportée au shunt de 230ohms.	Décharge observée.		Rapport (e).	
1,00	1,97	20cm,6	34cm,8	1cm,56	22cm,6	0cm,6	8cm,4	2cm,6	2cm,68

Ces derniers nombres s'accordent assez bien avec la théorie pour qu'on puisse se servir de ces formules dans la pratique.

CHAPITRE II.

Méthode de détermination du coefficient de self-induction.

La méthode que nous avons appliquée est fondée sur le principe suivant ([1]). La bobine ou l'électro-aimant dont on cherche le coefficient de self-induction L, et dont la résistance électrique est R, est mise dans une des branches d'un pont de Wheatstone,

([1]) MAXWELL, *Phil. Trans. R. S. London*, V, 155, Part I, p. 475.

dont les autres branches ont des résistances R', l et l'. Lorsque l'équilibre existe, on a la relation

$$\frac{R}{R'} = \frac{l}{l'}.$$

La fermeture et l'ouverture du circuit de la pile donnent naissance à des courants de charge et de décharge dus à la capacité électromagnétique de la bobine. L'angle d'impulsion du galvanomètre permet de déterminer le coefficient de self-induction par les considérations suivantes.

Les théorèmes de Kirchhoff appliqués aux courants instantanés fournissent les équations suivantes, L étant supposé constant,

(A) $$I = i' - i_0,$$

(C) $$i_2 = i_1 - i_0,$$

(ABCD) $$R'i' - l'i_2 - li_1 + RI = -L\frac{dI}{dt},$$

(DAC) $$RI - gi_0 - li_1 = -L\frac{dI}{dt} + G\frac{di_0}{dt},$$

G étant le coefficient de self-induction du galvanomètre ([1]).

En éliminant i_1, i_2 et i' entre ces équations, on trouve

$$(lR' - Rl')I + [l(R' + l') + g(l + l')]i_0 = Ll'\frac{dI}{dt}.$$

Le coefficient de I est nul, d'après l'équation de l'équilibre du pont.

Pour trouver la quantité d'électricité qui a traversé le galvanomètre, il faut intégrer cette expression depuis $t = 0$ avec $I = I$ et $i_0 = 0$ jusqu'à $t = t'$, où l'on a

$$I = 0, \qquad i_0 = 0.$$

On trouve ainsi

$$\int i_0\,dt = \frac{Ll'I}{l(R' + l') + g(l + l')}.$$

([1]) Dans ce qui précède, L a été supposé constant; si l'on supposait L variable, il suffirait de changer dans les équations $L\frac{dI}{dt}$ en $\frac{d\,LI}{dt}$; nous avons montré plus haut que la valeur de $\int i_0\,dt$ n'en est pas changée.

Le coefficient G du galvanomètre n'intervient pas; car, comme l'intensité du courant est nulle avant et après la décharge, le terme correspondant s'annule. L'établissement du courant donnera lieu à une formule identique, mais de signe contraire; car on aura, dans ce cas, pour $t = 0$,

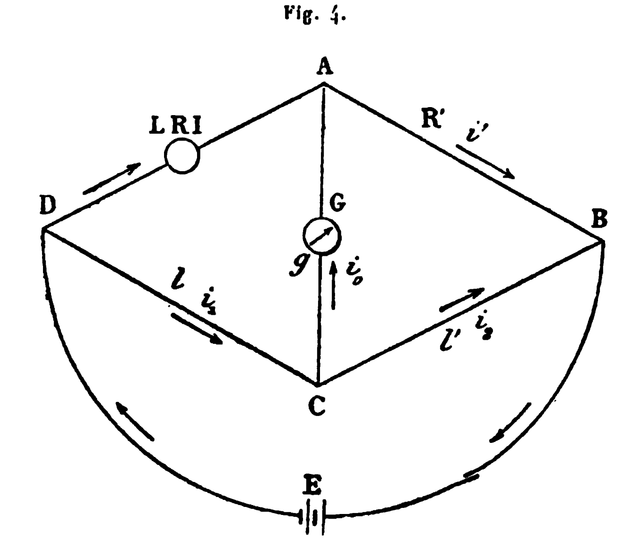
$$I = 0, \qquad i_0 = 0$$

et, pour $t = t'$,

$$I = I, \qquad i_0 = 0.$$

Pour déterminer L, d'après la formule précédente, il faudrait,

Fig. 4.



en outre des résistances et de l'intensité du courant, connaître $\int i_0\, dt$. Il y a plusieurs moyens d'obtenir ce résultat; le plus simple est le suivant.

Il consiste à comparer l'impulsion de l'aiguille du galvanomètre à la déviation permanente que l'aiguille éprouve sous l'influence d'un courant continu. Lorsqu'on détruit l'équilibre du pont par l'addition d'une petite fraction r de la résistance R, on trouve, en désignant l'intensité du courant qui passe dans le galvanomètre par i_0'', la formule

$$\frac{\int i_0\, dt}{i_0''} = \frac{L}{r}.$$

Il reste à comparer l'impulsion δ produite par la quantité d'électricité $\int i_0\,dt$, avec la déviation permanente α produite par le courant i'_0.

Si le galvanomètre employé était périodique et sans amortissement, on aurait la relation simple

$$\frac{\int i_0\,dt}{i'_0} = \frac{\delta}{\alpha}\frac{T}{\pi},$$

T étant la durée d'une oscillation simple.

Dans le cas ordinaire, racines imaginaires, on a

$$\frac{\int i_0\,dt}{i_0} = \frac{\delta}{\alpha}\frac{T}{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}}e^{\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arc\,tang}\frac{\pi}{\lambda}},$$

λ étant le décrément logarithmique.

Cette formule suppose que λ est une quantité constante; il n'est peut-être pas inutile de faire observer que cette condition n'est pas toujours remplie. Dans beaucoup de galvanomètres que nous avons eu l'occasion d'examiner, nous avons constaté que le décrément logarithmique λ varie avec l'amplitude des oscillations.

En appliquant les formules précédentes, on trouve, pour le coefficient de self-induction, l'expression

$$\begin{aligned} L &= r\frac{T}{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}}e^{\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arc\,tang}\frac{\pi}{\lambda}}\frac{\delta}{\alpha} \\ &= r\frac{T}{\pi}\frac{\delta}{\alpha}\left(1+\frac{\lambda}{2}-0,0027\lambda^2\right), \end{aligned}$$

si λ est petit.

Pour le cas de l'égalité des racines, on a

$$L = r\frac{T}{\pi}\frac{\delta}{\alpha}e.$$

Dans la méthode précédente, c'est-à-dire avec l'intervention de la résistance additionnelle r, le coefficient de self-induction se trouve finalement rapporté à la résistance r et à la durée d'une oscillation simple T. Les déviations du galvanomètre n'y entrent que comme un rapport et peu importe de quelle façon on les mesure, pourvu que cette manière soit identique pour δ et pour α. Le décrément logarithmique λ n'intervient que comme une cor-

rection et, pour se placer dans de bonnes conditions, il faut que λ soit petit.

Il faut donc apporter toute l'attention à la détermination de T et de r.

La durée T se détermine sans difficulté avec une grande approximation en comptant un certain nombre d'oscillations. Il n'en est pas de même pour r; car, dans un exemple, on avait $r = 0^{\text{ohm}},004$ et l'on sait qu'il est assez difficile de déterminer exactement ces petites résistances.

Nous avons employé la méthode du pont double de Thomson, ce qui nous a fourni la valeur $r = 0,00403$, valeur presque identique à celle déduite de la longueur du fil. Une autre difficulté provient des contacts, lorsqu'on a affaire à d'aussi faibles résistances, car le moindre dérangement des fils peut introduire des résistances bien supérieures à r.

Pour ces raisons, il nous paraît, dans beaucoup de cas, préférable d'appliquer directement l'équation fondamentale

$$\int i_0\, dt = \frac{\text{L}\, l'\, \text{I}}{l(\text{R}' + l') + g(l + l')}.$$

La quantité I est l'intensité du courant qui passe par la bobine, dont on cherche le coefficient de self-induction L ; il est facile de déterminer rapidement cette intensité avec exactitude, en mesurant la force électromotrice aux bornes de la bobine.

On trouve ainsi l'expression

$$\text{L} = \left[(\text{R}' + l')\frac{l}{l'} + g\left(\frac{l}{l'} + 1\right)\right]\frac{i}{\text{I}}\,\frac{\delta}{\alpha}\,\frac{\text{T}}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}\,e^{\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arc\,tang}\frac{\pi}{\lambda}}$$

ou, lorsque λ est petit et comme $(\text{R}' + l')\frac{l}{l'} = \text{R} + l$,

$$\text{L} = \left[(\text{R} + l) + g\left(\frac{l}{l'} + 1\right)\right]\frac{i}{\text{I}}\,\frac{\delta}{\alpha}\,\frac{\text{T}}{\pi}\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right),$$

et, pour le cas de racines égales, on a

$$\text{L} = \left[\text{R} + l + g\left(\frac{l}{l'} + 1\right)\right]\frac{i}{\alpha}\,\frac{\delta}{\text{I}}\,\frac{\text{T}}{\pi}\,e.$$

Dans cette formule $\frac{i}{\alpha}$ est la constante du galvanomètre : c'est

une quantité qu'on peut déterminer une fois pour toutes. Le coefficient de self-induction L se trouve finalement rapporté à la durée d'oscillation T et aux résistances des branches du pont et du galvanomètre.

Emploi du shunt. — Lorsque la déviation est trop forte, on met une dérivation (shunt) sur le circuit du galvanomètre.

La formule qu'il s'agit d'appliquer dans ce cas est

$$L = \frac{T}{\pi} e \frac{i}{\alpha} \frac{\delta}{I} \left[R + l + g \left(1 + \frac{R}{R'} + \frac{R + l}{s} \right) \right],$$

en employant le galvanomètre apériodique dans les conditions énoncées plus haut, cas correspondant à l'égalité des racines.

Lorsqu'on emploie un galvanomètre périodique à faible amortissement, il suffit de remplacer le facteur e par $1 + \frac{\lambda}{2}$.

Arrangement du pont. — Lorsque la bobine dont on cherche le coefficient de self-induction a une résistance faible, de quelques ohms au plus, il est avantageux de donner aux branches l et l' des résistances assez fortes, de cent à mille fois celles de la bobine. Quant à la résistance R′, on peut la rendre égale à R, ou à une résistance plus faible; dans aucun cas, il n'est avantageux de donner à R′ une résistance supérieure à celle de la bobine R, à moins qu'il ne s'agisse d'une détermination isolée, où il n'est pas nécessaire d'employer des courants intenses (*fig.* 5).

On a avantage à faire la résistance R′ égale à R et à prendre le même fil dans les deux cas, ou à prendre en R′ une résistance en maillechort, dont l'échauffement serait le même que celui de la bobine R.

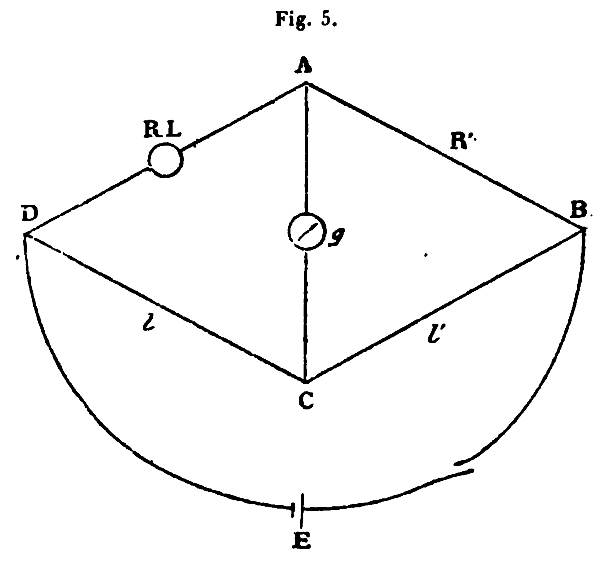
En général, on peut prendre en R′ une résistance de maillechort, dont le diamètre soit 1,5 de celui du fil de la bobine. Pour les branches l et l', on prendra deux boites de résistances ordinaires dont le fil ne soit pas trop fin.

Une petite résistance additionnelle permet de parfaire l'équilibre.

Pour déterminer l'intensité I du courant qui passe par la bobine, on peut mesurer cette intensité avec le même galvanomètre De-

prez-d'Arsonval qui sert à la détermination du coefficient de self-induction. Il suffit, pour cela, de disposer un commutateur qui permette d'intercaler à volonté le galvanomètre entre D et A ou entre C et A.

Fig. 5.



Lorsque le courant a une faible intensité, on peut mesurer directement cette intensité en adaptant un shunt convenable au galvanomètre. Lorsque le courant a une intensité considérable, il est au contraire plus commode de prendre, toujours avec le même galvanomètre, la différence de potentiel aux bornes de la bobine.

Nous avons trouvé très avantageux d'employer pour ces mesures un shunt gradué, qui donne, par un simple changement de fiches, soit les intensités en ampères ou en fractions décimales d'ampère, soit les forces électromotrices en volts. Il est évident qu'il faut vérifier de temps en temps l'exactitude de la graduation ou déterminer le facteur de réduction (1).

Comme source électrique on prend pour de faibles intensités des éléments Daniell; pour des intensités plus fortes, des éléments Bunsen ou des accumulateurs. C'est d'ailleurs avec des

(1) *Voir*, pour la description de ce shunt, *La Lumière électrique*, n° 40; 1885.

accumulateurs que nous avons effectué la plupart des détermina-tions dont il s'agit ici.

Résumé. — Comme il est possible de faire toutes les mesures en moins d'une seconde, on peut employer des courants très intenses.

Lorsque l'impulsion est trop forte, on emploie un shunt pour la réduire, et l'on se sert des formules suivantes :

On a, sans shunt,

$$L = \frac{T}{\pi} e \frac{i}{\alpha} \frac{\delta}{I} \left[g\left(1 + \frac{R}{R'}\right) + R + l \right],$$

et avec un shunt s

$$L = \frac{T}{\pi} e \frac{i}{\alpha} \frac{\delta}{I} \left[g\left(1 + \frac{R}{R'} + \frac{R + l}{s}\right) + R + l \right].$$

La valeur de L se trouve donc rapportée finalement à T, qui est évalué en secondes, et à une résistance exprimée en ohms. La valeur de L est ainsi évaluée en unités pratiques, c'est-à-dire en 10^9 centimètres, puisque L a les dimensions d'une longueur.

Lorsqu'il s'agit d'une seule détermination, l'emploi d'une résistance auxiliaire semble être plus expéditive, surtout si l'on opère avec une boîte à pont; en effet, on n'a pas besoin de connaître la constante du galvanomètre, ni l'intensité du courant qui traverse la bobine. Cependant, lorsque la bobine a une faible résistance, la résistance additionnelle r peut devenir tellement petite que la détermination exacte offre des difficultés.

De plus, lorsqu'il s'agit de déterminations continues, lorsqu'on cherche, par exemple, comment le coefficient de self-induction varie pour des intensités croissantes du courant, on est obligé de connaître l'intensité du courant, et dans ces conditions l'application de la formule directe se trouve tout indiquée. Nous ajouterons que ce dernier problème, la variation du coefficient d'induction, lorsque l'intensité du courant varie, a une importance bien plus considérable que la détermination isolée de ce coefficient de self-induction sans indication de l'intensité du courant. Dans un autre Chapitre, nous indiquerons comment varie le coefficient de self-induction d'un électro-aimant lorsque le courant est assez intense pour amener le fer à saturation.

Nous allons terminer ce Chapitre par les valeurs numériques du coefficient de self-induction trouvées d'après les différentes méthodes exposées plus haut. Ces valeurs permettent de juger de l'approximation qu'on peut obtenir dans les différents cas.

Nous nous sommes servi, pour la vérification des formules précédentes, d'un petit électro-aimant, dont on pouvait facilement enlever les noyaux de fer doux.

Quant à l'enroulement, dans une paire de bobines, on avait pris du gros fil de 2^{mm} de diamètre; dans une autre paire de bobines, le fil plus fin avait un diamètre de $0^{mm},8$. Ces bobines avaient la même forme extérieure et s'adaptaient sur les mêmes noyaux de fer doux. On sait que, dans des bobines de formes extérieures identiques et sans fer, le rapport $\frac{L}{r}$ du coefficient de self-induction à la résistance est constant; ce principe a, d'ailleurs, été vérifié expérimentalement par M. Brillouin.

L'auteur dit à ce sujet [1] : « Plusieurs causes rendent difficile la preuve de cette proposition : d'abord la différence de diamètre du fil de cuivre qui rend très peu probable l'identité de la matière, et, par suite, sa conductibilité spécifique; puis la difficulté de satisfaire aux conditions de similitude pour l'épaisseur de l'isolant. Une vérification rigoureuse exigerait que les bobines fussent construites avec tous les soins que l'on donne aux bobines étalons, et que l'on déterminât directement, pour chaque fil employé, sa résistance spécifique. »

Connaissant donc le rapport des résistances, on peut prévoir le rapport des coefficients de self-induction; mais, comme les bobines dont il s'agit ont été enroulées à la manière ordinaire, la vérification de la loi n'est que très approximative.

Dans plusieurs expériences on a, en vue de la vérification des formules, changé le rapport des branches du pont.

Nous donnons ici le résumé des résultats obtenus sans reproduire les Tableaux des expériences.

Les premières mesures sont relatives à des bobines sans noyaux de fer doux.

---

[1] Brillouin, *Comparaison des coefficients d'induction*, p. 67 et 68.

La moyenne des valeurs de L est, pour la bobine à gros fil,

$$L = 0,00085 \times 10^9 \text{ centimètres,}$$

et les extrêmes ne diffèrent de cette moyenne que de $\frac{2}{80}$ ou $\frac{1}{40}$.

La moyenne donne, pour la valeur du coefficient de self-induction de la bobine à fil fin,

$$L = 0,0225 \times 10^9 \text{ centimètres.}$$

On a, comme dans le cas précédent, enlevé les noyaux de fer doux.

En comparant les valeurs de $\frac{L}{r}$, on trouve, gros fil,

$$\frac{L}{r} = \frac{0,00085}{0,234} = 0,00363,$$

fil fin

$$\frac{L}{r} = \frac{0,0225}{0,70} = 0,00333.$$

Il y a donc une différence de $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Comme nous l'avons déjà dit, cette différence doit être attribuée à l'enroulement et à la nature du fil.

Pour ces mêmes électro-aimants pourvus de leurs noyaux de fer doux, on a trouvé, comme valeurs moyennes, les valeurs suivantes :

Électro-aimant à gros fil........	$L = 0,0088 \times 10^9$ centimètres
Électro-aimant à fil fin	$L = 0,23 \times 10^9$ centimètres

On voit que l'introduction des noyaux de fer a décuplé la valeur du coefficient de self-induction. Les moyennes montrent d'ailleurs que les indications obtenues avec le galvanomètre apériodique sont identiques à celles obtenues avec le galvanomètre ordinaire.

Dans le Chapitre suivant, nous donnerons en outre une autre vérification directe de la méthode employée.

Les courants employés étaient très faibles pour être loin du point de saturation du fer. (*A suivre.*)

SUR LA VITESSE LIMITE D'ÉCOULEMENT DES GAZ;

PAR M. HUGONIOT [1].

Quand deux réservoirs A et B, contenant un même gaz à des pressions différentes p_0 et p_1, telles que p_0 soit supérieur à p_1, sont mis en communication, il s'établit un écoulement du réservoir A dans le réservoir B. Si les pressions p_0 et p_1 varient très lentement, on peut regarder le mouvement comme permanent, sauf peut-être dans les premiers instants. Il se forme alors une veine dans laquelle la pression diminue de p_0 à p_1 quand on se déplace le long de cette veine, dans le sens du mouvement. La vitesse, nulle dans la partie de la veine où la pression est p_0, croît à mesure que l'on s'en éloigne et atteint sa plus grande valeur dans la section où la pression est devenue p_1. C'est à cette valeur maximum que l'on donne d'habitude le nom de *vitesse d'écoulement*.

Lorsque la pression p_1 diminue, la pression p_0 restant constante, la vitesse d'écoulement se montre croissante. On peut se demander si elle converge vers une limite finie quand p_1 tend vers zéro ou si, au contraire, dans ces conditions, elle augmente indéfiniment.

On sait que la Thermodynamique conduit à représenter la vitesse d'écoulement V par la formule dite de Weisbach ou de Zeuner

$$V = a\sqrt{\frac{2}{m-1}}\sqrt{1-\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{m-1}{m}}} \quad (^2),$$

m désignant le rapport des chaleurs spécifiques et a la vitesse normale du son qui correspond à la pression p_0 et à la densité ρ_0 dans le réservoir A, savoir $\sqrt{\frac{mp_0}{\rho_0}}$. D'après cette formule, la vitesse V convergerait, quand p_1 tend vers zéro, vers une limite égale à $a\sqrt{\frac{2}{m-1}}$ qui, pour l'air atmosphérique, pris dans les

[1] Nous avons la douleur d'annoncer à nos lecteurs la mort subite de M. Hugoniot; il n'avait que trente-cinq ans.

[2] Cette formule a été donnée pour la première fois par MM. de Saint-Venant et Wantzel (*Journal de l'École Polytechnique*, t. XVI; 1839).

conditions ordinaires de température et de pression, serait d'environ 735^m.

M. Hirn a exécuté dans ces derniers temps une importante série d'expériences en vue de rechercher s'il existe réellement une vitesse limite d'écoulement des gaz ([1]). Il opérait sur l'air atmosphérique; la pression p_0 était égale à la pression normale. Quant à la pression p_1, elle variait dans le cours d'une même expérience, mais sa valeur initiale était égale à $0^m,01$ de mercure. M. Hirn mesurait le débit, c'est-à-dire la masse de gaz qui s'écoulait pendant l'unité de temps, et il en déduisait les vitesses d'écoulement. La méthode de calcul qu'il employait l'a conduit, pour les cas où la pression p_1 était très faible, à assigner à ces vitesses des valeurs très considérables, bien supérieures à celles qui sont indiquées par la formule de Zeuner et par les autres formules proposées jusqu'à ce jour. Ainsi, d'après lui, la vitesse d'écoulement aurait été supérieure à 4000^m quand la pression p_1 n'était que de $0^m,01$ de mercure. Il déclare, du reste, que si la pression p_1 convergeait vers zéro, la vitesse en question croîtrait indéfiniment.

M. Hirn s'est attaché spécialement à montrer que ces résultats étaient en contradiction avec la théorie cinétique des gaz; mais on n'arriverait pas davantage à expliquer de semblables vitesses en partant des propriétés physiques qui caractérisent les gaz parfaits, abstraction faite de toute hypothèse sur leur constitution. Il est donc impossible d'admettre ces nombres sans les soumettre à une discussion sérieuse.

Or, pour déduire la vitesse du débit mesuré, M. Hirn était obligé de faire diverses hypothèses dont l'une consistait à admettre que la pression dans l'orifice ou, plus exactement, dans la section contractée de la veine, était toujours égale à la pression finale p_1, quelle que fût la valeur de cette pression. Mais cette hypothèse est complètement inexacte quand la pression p_1 est très faible. La veine conserve encore dans l'orifice une pression bien supérieure à p_1; elle s'épanouit après sa sortie et la pression ne devient égale à p_1 qu'en un point où la veine a déjà subi une grande dilatation. On peut même démontrer que la pression dans la section con-

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VII, p. 289; mars 1886.

tractée n'est jamais inférieure à la moitié de la pression initiale p_0 (1).

Représentant par W le débit, par ω l'aire de la section contractée (2), il est visible que, si le gaz ne subissait pas de dilatation, sa vitesse dans la section contractée serait

$$V_0 = \frac{W}{\omega\rho_0}.$$

Mais, si l'on désigne par ρ_x la densité, par V_x la vitesse réelle dans la section contractée, on a

$$V_x = V_0 \frac{\rho}{\rho_x}.$$

D'ailleurs, en regardant la transformation comme adiabatique, on a

$$\rho_x = \rho_0 \left(\frac{p_x}{p_0}\right)^{\frac{1}{m}},$$

p_x étant la pression dans la section contractée; donc

$$V_x = V_0 \left(\frac{p_0}{p_x}\right)^{\frac{1}{m}} = \frac{W}{\omega\rho_0} \left(\frac{p_0}{p_x}\right)^{\frac{1}{m}}.$$

Les valeurs de V_0 calculées par M. Hirn, pour le cas où la pression p_1 était égale à $0^m,01$ de mercure, ont été, dans diverses expériences, les suivantes :

$$260^m,\quad 264^m,\quad 204^m,\quad 199^m,\quad 200^m,\quad 201^m.$$

En faisant dans la formule ci-dessus $p_x = p_1$, il en a déduit, pour V_x, les valeurs

$$5555^m,\quad 5691^m,\quad 4374^m,\quad 4247^m,\quad 4362^m,\quad 4295^m,$$

---

(1) Par une méthode qu'il serait trop long de développer ici, on trouve que la pression dans la section contractée est égale à p_1 si $\frac{p_1}{p_0} > 0,522$, mais que si $\frac{p_1}{p_0}$ est inférieur à 0,522, la pression dans la section contractée est toujours $0,522\,p$. (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CII et CIII, 28 juin et 26 juillet 1886.)

(2) M. Hirn déterminait la section contractée ω au moyen d'expériences préalables et la regardait comme indépendante du rapport $\frac{p_1}{p_0}$.

toutes supérieures à 4000^m. De plus, le débit W s'étant montré sensiblement indépendant de p_1 quand cette pression était inférieure à une certaine limite, M. Hirn concluait de la même formule que V_x augmentait indéfiniment quand p_1 convergeait vers zéro.

Mais, ainsi qu'on l'a fait observer, la pression p_x n'était jamais en réalité inférieure à $\frac{1}{2}p_0$; la valeur maximum du rapport $\frac{p_0}{p_x}$ était ainsi égale à 2, de sorte que les vitesses V_x ont été bien moins considérables que ne l'a supposé l'auteur des expériences ([1]).

Lorsque la pression p_x est supérieure à p_1, la vitesse continue à croître au delà de la section contractée, mais suivant une loi que les expériences ne faisaient pas connaître; ces dernières ne peuvent donc servir à déterminer la vitesse limite d'écoulement. Mais les résultats des expériences étant parfaitement d'accord avec la formule de Zeuner et la vérifiant, tout au moins jusqu'à la section contractée de la veine, il est assez naturel de regarder cette formule comme encore applicable pour la partie de la veine qui se trouve au delà de la section contractée et d'admettre, par suite, pour limite de vitesse d'écoulement, la quantité $a\sqrt{\frac{2}{m-1}}$ indiquée par la formule de Zeuner.

Mais cette valeur correspond au cas particulier du mouvement permanent. Lorsqu'on fait abstraction de la permanence, on trouve une autre vitesse limite, notablement supérieure à la précédente.

Pour définir cette vitesse, on peut considérer un cylindre indéfini dans un sens et renfermant un gaz à la densité ρ_0 et à la pression p_0. La colonne supposée en repos à l'instant initial est limitée en A par un piston de masse M. Les différents mouvements qui peuvent s'y propager sont représentés par des formules que j'ai données dans un travail antérieur ([2]) et qui conduisent aux conséquences suivantes.

([1]) La valeur maximum de $\frac{p_x}{p_0}$ étant exactement 0,522, on trouve pour V_x les valeurs suivantes : 412^m, 419^m, 324^m, 316^m, 317^m, 319^m. Elles sont encore exagérées, surtout les deux premières, car la valeur attribuée à la section ω devenait trop faible quand la pression p_1 était très petite.

([2]) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* t. CI, 26 octobre 1885.

Si le vide absolu existe à droite du piston A et qu'on l'abandonne à lui-même, ce piston prend une vitesse qui croît avec le temps et qui converge vers une limite indépendante de M. Cette vitesse limite est égale à $\frac{2a}{m-1}$; elle ne serait atteinte qu'au bout d'un temps infini; mais la vitesse de la masse M se rapproche d'autant plus rapidement de sa limite que M est plus petit. Quand on fait converger M vers zéro, la vitesse, au bout d'un temps très petit t, converge vers la limite en question, de sorte que, si la masse M disparaissait, la tranche gazeuse extrême prendrait presque instantanément cette vitesse $\frac{2a}{m-1}$.

On peut encore supposer que, le système étant primitivement en repos, on imprime au piston A une vitesse progressivement croissante et dirigée de manière à dilater le gaz. Quel que soit le mouvement imprimé à ce piston, pourvu que sa vitesse varie d'une manière continue, le vide absolu se produit à l'arrière dès que la vitesse dépasse $\frac{2a}{m-1}$.

Les lois de l'Hydrodynamique et de la Thermodynamique conduisent ainsi à considérer deux vitesses limites d'écoulement; l'une $\frac{2a}{m-1}$ est celle qui se développerait au début de l'écoulement dans le vide absolu; l'autre $a\sqrt{\frac{2}{m-1}}$ est celle qui finirait par être réalisée dans le cas de l'écoulement dans le vide absolu, si le régime permanent parvenait à s'établir. Pour l'air atmosphérique, dans les conditions normales, la première vitesse est d'environ 1650^{m}, tandis que la seconde est à peu près égale à 735^{m}.

SUR LES SPECTRES MAGNÉTIQUES PRODUITS AU MOYEN DE SUBSTANCES PEU MAGNÉTIQUES;

PAR M. E. COLARDEAU.

Parmi les procédés mis en pratique pour étudier les variations de la direction des forces actives aux divers points d'un champ magnétique, l'un des plus usités et des plus commodes consiste, comme on sait, à projeter de la limaille de fer sur une feuille de

papier, placée dans ce champ. Les grains s'arrangent en chapelets longitudinaux dont l'ensemble donne un tracé des lignes de force.

Si, au lieu d'une feuille de papier, on emploie une lame de tôle d'épaisseur très faible et comparable à celle de cette feuille de papier, et si on la place sur les deux pôles d'un électro-aimant, elle s'aimante par influence au voisinage de ces pôles et, en y projetant de la limaille, on voit celle-ci dessiner le spectre magnétique ordinaire, formé par les files de grains ayant la direction générale des lignes de force, c'est-à-dire allant à peu près d'un pôle à l'autre par un trajet plus ou moins incurvé.

Mais l'effet produit est tout autre quand on réalise ce spectre avec une poudre très fine présentant, *à un degré moyen,* les propriétés magnétiques. En enfermant cette poudre dans un sachet de toile et en secouant celui-ci avec précaution au-dessus de la lame de fer, on voit la poudre se porter d'abord en amas considérables sur les points de la plaque placés immédiatement au-dessus des arêtes des pièces polaires; c'est là, en effet, que se trouve concentrée l'énergie magnétique maxima. De plus, dans tout l'espace interpolaire, la poudre s'arrange d'elle-même en filets donnant lieu à un spectre magnétique, dont on facilite la formation en donnant sur les bords de la lame une série de petits chocs qui l'ébranlent et permettent à la poudre de s'arranger.

Mais, chose remarquable, les filets de ce spectre, au lieu d'être, comme on pouvait s'y attendre, dirigés sensiblement d'un pôle à l'autre, suivant les lignes de force magnétiques, forment précisément un système orthogonal, c'est-à-dire sont dirigés suivant les lignes équipotentielles.

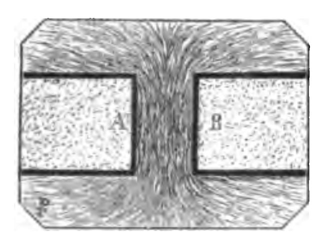
La *fig.* 1 ci-jointe représente assez fidèlement ce dispositif de la poudre; A, B sont les deux pièces polaires rectangulaires dont les arêtes sont nettement dessinées par un fort amas de matière, et entre lesquelles se trouve l'ensemble des lignes en question.

Pour faciliter la comparaison, la *fig.* 2 représente le spectre ordinaire, tel que le donne la poudre de fer sur une plaque mince de cuivre ou de verre. L'ensemble des deux figures montre bien les relations entre les deux espèces de spectres, dont les lignes sont orthogonales.

On réalise pratiquement l'expérience d'une façon beaucoup plus commode et plus satisfaisante en mettant la poudre fine de ma-

tière peu magnétique, en suspension dans l'eau additionnée d'un peu de gomme pour retarder la précipitation, ou mieux dans un vernis clair de gomme laque dans l'alcool. En déposant, avec une pipette, une couche de ce liquide sur la lame mince de fer placée à cheval sur les pôles de l'électro-aimant, et en mettant celui-ci en activité, on voit un mouvement s'opérer dans la masse des par-

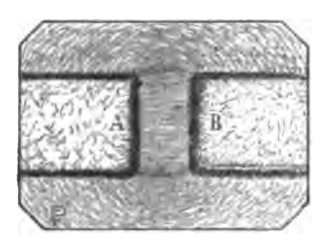
Fig. 1.



ticules en suspension, et celles-ci viennent se déposer dans les conditions indiquées plus haut. Le vernis, en s'évaporant, les emprisonne et fixe leur image d'une façon durable.

C'est, en réalité, d'après les résultats donnés par ce procédé, que les *fig.* 1 et 2 ont été dessinées en grandeur naturelle.

Fig. 2.



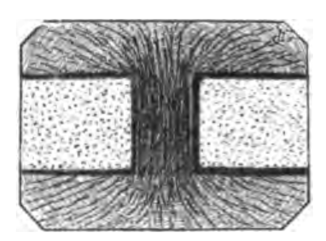
Toutes les poudres qui sont *notablement magnétiques, sans cependant l'être à un degré trop élevé,* montrent nettement cet effet. Une de celles qui donnent les meilleurs résultats est celle de sesquioxyde de fer, sous forme de fer oligiste cristallisé, soyeux et friable. Mais on réussit également bien avec l'oxyde rouge (colcothar), l'oxyde des battitures, les divers oxydes de nickel et de cobalt, etc.

Les poudres inertes non magnétiques (ou qui ne le sont du

moins qu'à un degré très faible) ou les poudres diamagnétiques ne donnent rien, au moins avec les intensités magnétiques mises en jeu dans ces expériences.

Enfin, si l'on emploie des poudres *fortement magnétiques*, telles que l'oxyde magnétique naturel, le fer, le nickel, le cobalt réduits par l'hydrogène, l'effet est plus complexe. Le dépôt de la poudre a lieu sous la forme d'un réseau constitué par l'ensemble des deux systèmes de lignes à la fois et le dessin obtenu résulte de la superposition des *fig.* 1 et 2, comme l'indique précisément la *fig.* 3. On voit que les lignes de force du champ initial (*fig.* 2) s'y dessinent comme auparavant, sans exclure cependant le système orthogonal de la *fig.* 1.

Fig. 3.



Ce double réseau, par sa complication même, est plus difficile à réussir avec les poudres sèches que le simple spectre orthogonal. Mais on l'obtient sans peine en mettant les poudres en suspension dans l'eau (surtout avec l'oxyde magnétique naturel).

Ces mêmes résultats se reproduisent d'une façon constante et très régulière, pour toutes les formes possibles de pièces polaires (rectangulaires, circulaires, cylindriques, etc.). Ils se reproduisent également quand on remplace la lame mince de fer par une d'un autre métal très magnétique, tel que le nickel. Ils deviennent plus diffus quand la lame a une trop grande épaisseur, car on s'éloigne alors des pièces polaires. Enfin ils disparaissent d'une façon complète quand on emploie des lames non magnétiques, telles que le cuivre, le zinc, l'étain, etc.

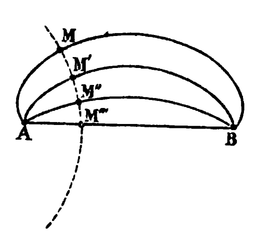
Nous pensons que les considérations suivantes peuvent fournir une explication satisfaisante des phénomènes observés.

Soient deux pôles magnétiques de noms contraires A et B (*fig.* 4),

et une ligne de force AMB allant de l'un à l'autre. Plaçons dans le plan de la figure des grains de matière magnétique. Ils vont s'aimanter par influence et prendre un pôle austral du côté de B et boréal du côté de A. Considérons, en particulier, ceux de ces grains qui sont sur la ligne AMB, et supposons-les suffisamment serrés pour qu'ils soient en contact les uns avec les autres. S'ils sont fortement aimantés (c'est le cas du fer par exemple), ils adhèrent solidement les uns aux autres et forment un ensemble solidaire assimilable à un système de perles enfilées sur le fil AMB.

Or on sait que toute ligne de force présente une propriété remarquable énoncée par Faraday et interprétée théoriquement par Maxwell. D'après ces physiciens, elle est assimilable à un fil

Fig. 4.



élastique tendu et elle cherche constamment à se raccourcir. Si donc nos grains de poudre, rangés le long de AB, n'éprouvaient aucun frottement sur leur support, la ligne suivant laquelle ils sont étalés, tendant à se raccourcir, se mettrait en mouvement tout d'une pièce et viendrait occuper successivement les positions AMB, AM'B, AM''B, ..., jusqu'à AM'''B qui est la ligne de longueur minima. Si cela ne se produit pas spontanément dans l'expérience du spectre magnétique ordinaire, cela tient à ce que les grains éprouvent des frottements sur la feuille de papier qui les soutient, ou s'arc-boutent les uns contre les autres pour s'opposer au raccourcissement de la ligne. Mais tout le monde a pu voir ce raccourcissement s'opérer effectivement si l'on a soin de donner à la feuille de papier une série de petits chocs qui l'ébranlent et favorisent le mouvement des grains.

Dans ce mouvement d'ensemble de toute la file, considérons l'un des grains M en particulier. Il se déplace avec les autres et

passe successivement en M, M', M'', M'''. Il est aisé de voir qu'il trace, dans le plan, une trajectoire qui est orthogonale aux lignes de force. Si donc il abandonnait à chaque instant, sur la feuille de papier, quelques parcelles de sa propre matière, ces parcelles s'étaleraient dans le plan normalement aux lignes de force.

Ceci posé, admettons maintenant que la poudre, au lieu d'être très magnétique, ne le soit que médiocrement. Les grains, tout en s'aimantant, n'auront les uns pour les autres qu'une adhérence très faible. Mais cela ne les empêchera pas d'éprouver, de la part du champ qui est assez énergique, les actions qui se traduisent sous une forme imagée par le raccourcissement des lignes de force. Pour prendre une comparaison, ces grains se trouveront pour ainsi dire dans le même cas que deux corps matériels de dimensions restreintes, placés à la surface du globe terrestre. Leur attraction réciproque est inappréciable à cause de leur faible masse, mais cela ne les empêche nullement d'être pesants, c'est-à-dire d'être sollicités, chacun pour leur compte, et d'une façon assez intense, dans le champ de la pesanteur terrestre qui est très énergique.

Revenons alors à notre file de grains placés sur AMB. Nous voyons que, leurs attractions mutuelles étant faibles, ils cessent d'être solidaires les uns des autres d'une façon appréciable. Alors cette ligne de force qui les contient, en se raccourcissant graduellement par les chocs imprimés à la plaque, va laisser en route ceux de ces grains qui auront rencontré une rugosité ou un obstacle quelconque facile à imaginer, tandis que les autres continueront leur chemin.

Si une seconde ligne de grains, en train de se raccourcir, vient alors à passer derrière la première, les grains déjà arrêtés vont bloquer à leur tour les nouveaux arrivants, et ainsi de suite. Ils deviendront donc, pour ainsi dire, chefs de file pour une série de grains qui s'arrêteront successivement contre cet obstacle. Et alors l'obstacle s'allongera lui-même peu à peu dans la direction d'où arrivent les grains, c'est-à-dire normalement aux lignes de force. De là les traînées observées dans ce spectre magnétique d'un nouveau genre qui couvre bientôt toute la plaque.

Rien n'empêche de suivre à la loupe les déplacements produits dans les grains par les chocs imprimés à la plaque (ou dans la

masse de liquide qui facilite les mouvements). On voit alors que ces déplacements ont bien lieu pour chaque grain, comme nous venons de l'expliquer, et que les files s'allongent peu à peu dans la direction du mouvement.

On conçoit aisément que, d'après leur mode même de formation, ces filets puissent présenter plus d'épaisseur transversale et avoir des contours moins nettement arrêtés que ceux que l'on observe suivant les lignes de force dans les spectres ordinaires. En effet, les grains n'ont plus ici de solidarité les uns pour les autres dans le sens de leur étalement. L'examen des spectres obtenus est bien d'accord avec cette particularité que l'on retrouve, jusqu'à un certain point, sur notre *fig.* 1, bien que le dessin ne puisse la rendre d'une façon absolument satisfaisante.

Si la poudre employée est notablement magnétique, de façon que les grains aient une adhérence assez grande les uns pour les autres, dans le sens des lignes de force, les filets dirigés suivant ces lignes se couperont et se détruiront moins facilement que dans le cas précédent, mais rien n'empêchera cependant que quelques-uns des grains ne restent en route et ne produisent le même résultat. On aura alors le double réseau de la *fig.* 3.

Toutefois, il est clair que l'expérience n'aura véritablement chance de réussir dans ce sens qu'autant que les grains n'auront pas une adhérence mutuelle exagérée donnant une trop grande solidité aux files orientées suivant les lignes de force. Aussi avons-nous déjà vu plus haut que la poudre d'oxyde magnétique naturel, moins magnétique que le fer métallique, se prête mieux que celui-ci à la formation du double réseau. De plus, il sera bon que les grains, pour s'arrêter facilement en route, aient une surface considérable par rapport à leur masse : ce qui sera réalisé en prenant une poudre très fine. On n'obtient, en effet, que de mauvais résultats avec de la limaille grossière.

Il reste un dernier point à élucider. Nous avons vu que les effets obtenus cessent de se produire quand, à la lame de fer ou de nickel, on substitue une lame de cuivre ou de zinc. Ceci s'explique tout naturellement en remarquant que, pour que les forces du champ magnétique agissent efficacement sur le mouvement des grains, surtout quand ceux-ci sont peu magnétiques, il faut que le champ soit intense dans tout l'espace sur lequel on opère. Alors

le fer et le nickel, en vertu de leur coefficient élevé d'induction et de perméabilité magnétique, ne doivent avoir d'autre effet que de concentrer, tout en la répartissant, l'énergie de ce champ sur toute la région qui environne les pôles. Ajoutons à cela que la position même de cette lame, au-dessous des grains, ne doit pas être sans influence, à cause de l'attraction normale qu'elle exerce sur eux vers le bas, attraction qui donne aux grains une adhérence plus grande avec la plaque, que celle qui résulterait de leur simple poids. Ces grains peuvent alors s'arrêter plus facilement en route, et se fixer ensuite plus solidement dans leur position d'arrêt.

Nous ferons remarquer, en terminant, que l'emploi de la poudre de sesquioxyde de fer, en suspension dans un liquide, fournit une méthode commode de tracé automatique des lignes équipotentielles d'un champ, quand celui-ci n'est pas trop faible. Elle réussit parfaitement, par exemple, pour étudier la distribution de ces lignes dans le champ du faisceau aimanté d'une machine Gramme (modèle de laboratoire). En remplaçant la bobine par une large plaque de fer mince sur laquelle on verse le liquide, on voit rapidement se produire les traînées de grains qui traversent normalement le plan du fer à cheval.

Les expériences qui précèdent ont été effectuées dans le but de chercher une interprétation à certains faits bizarres observés dans les précipitations électrochimiques de quelques sels métalliques. L'exposé de ces phénomènes fera l'objet d'une prochaine Note.

INFLUENCE DE LA PRESSION SUR LA TEMPÉRATURE DE FUSION;

PAR M. A. BATTELLI.

On sait que, vers 1849, James Thomson (¹), par un calcul purement théorique, était arrivé à cette conclusion que, quand l'eau se trouve soumise à une pression supérieure à celle de l'atmosphère, son point de congélation doit s'abaisser et que cet abaissement doit être environ de $0^{\circ},0075$ C. par atmosphère de pres-

(¹) *Transactions of the Royal Society of Edinburg;* Jan. 2, 1849.

sion. Plus tard, W. Thomson et Devar [1] vérifièrent ce résultat par l'expérience même et trouvèrent, le premier, un abaissement de 0°,0075 et le second, de 0°,0072, pour chaque atmosphère de pression. Ce phénomène fut aussi constaté par Mousson [2] qui porta la température de fusion de l'eau jusqu'à environ — 20°, sans toutefois en venir à des calculs.

J. Joli Bunsen [3] et Hopkins [4] ont fait à ce sujet des études spéciales sur d'autres substances; mais ils n'ont pu vérifier la conclusion de James Thomson, laquelle s'exprime pour tous les corps par la formule connue

$$\frac{L}{T} = \frac{1}{E}(v' - v)\frac{dp}{dt}, \tag{1}$$

dans laquelle L et T indiquent respectivement la chaleur latente et la température absolue de fusion du corps sur lequel on expérimente; E l'équivalent mécanique de la chaleur; v' et v les volumes spécifiques à l'état solide et liquide; dp, dt les variations infiniment petites de la pression et de la température.

Mais ni Bunsen ni Hopkins ne pouvaient connaître, pour les corps qu'ils ont étudiés, les quantités L, v' et v. Il m'a paru d'un intérêt tout particulier de constater l'exactitude de cette formule importante pour d'autres substances, tout comme on l'avait déjà fait pour l'eau.

L'élément le plus difficile à obtenir, pour le calcul de cette formule, c'est la variation $v' - v$ de volume que subit la substance dans le passage de l'état liquide à l'état solide. Aussi, ce ne fut qu'assisté par M. le Dr Palazzo que j'ai étudié ce changement de volume pour les corps suivants : la paraffine, le blanc de baleine, la naphtaline, la nitronaphtaline, la paratoluidine, la diphénylamine et la naphtylamine.

Il ne me restait donc plus à trouver pour ces corps que la chaleur L de fusion. A cet effet, et comme des déterminations de ce genre

(1) *Proc. Roy. Soc.*, t. XXX, p. 533; 1880.
(2) *Poggendorff's Ann.*, B. CX, S. 161; 1858.
(3) *Poggendorff's Ann.*, B. LXXXI, S. 514; 1850.
(4) *Rep. of Brit. Assoc.*, 2, p. 57; 1854.
(5) *Acc. dei Lincei,* Memorie, serie 4a, Vol. I; 1885.

sur de pareilles substances laissent toujours à désirer sous le rapport de la précision, j'ai employé deux procédés différents, afin d'obtenir, pour moyenne, un résultat plus sûr.

Le premier procédé consistait à échauffer les substances étudiées dans une enceinte dont la température fût fixe, pour éviter la surfusion à laquelle ces sortes de substances sont sujettes, et à déduire ensuite, de la rapidité de l'échauffement, la chaleur spécifique et la chaleur latente de fusion.

L'autre procédé consiste dans l'emploi de la méthode *des mélanges*. L'appareil est celui dont nous nous sommes précédemment servis, M. Martinetti et moi, pour déterminer la chaleur spécifique et la chaleur latente de fusion de l'acétate de soude cristallisé ([1]).

L'appareil dont je fis usage pour comprimer ces diverses substances consistait en un cylindre M de fer, destiné à recevoir le corps en expérience. Ce cylindre, aux parois très robustes, de la hauteur de $0^m,06$, avait un diamètre qui mesurait $0^m,03$ de vide. Le couvercle de fer qui en fermait l'orifice était construit de telle sorte qu'il pouvait adhérer étroitement au cylindre soit par le moyen d'un anneau de gomme élastique, soit à l'aide de six vis qui pénétraient dans le corps du cylindre lui-même.

Au milieu du couvercle était placé un dé de fer N, rempli de mercure, dans lequel on plongeait un thermomètre indiquant les dixièmes de degré, et dont les divisions avaient été préalablement dûment contrôlées. Sur un des côtés du couvercle était pratiquée une ouverture dans laquelle se vissait avec précision un tube robuste de cuivre, destiné à mettre l'intérieur du cylindre en communication avec une machine de compression.

Les choses étant ainsi disposées, le cylindre de fer, par le moyen de trois fils métalliques, était suspendu à un bouchon de liège, pour être ensuite plongé dans un récipient cylindrique de cuivre à l'orifice duquel s'adaptait parfaitement le bouchon, et dans lequel, depuis longtemps, l'air avait été maintenu à une température fixe, à l'aide d'un gros bain d'eau qui enveloppait le récipient de toutes parts.

Alors, on lisait à travers une lunette les indications du ther-

---

([1]) *L'Ingegnere civile*, Vol. XI; 1885.

momètre placé dans le dé; et, pour déterminer le point de fusion de la substance, on traçait à une grande échelle la courbe des températures en fonction des temps et en prenant sur cette courbe le point à partir duquel, après s'être élevée insensiblement pendant un certain temps, elle commençait à s'élever plus rapidement.

Pour chaque substance la température de fusion était déterminée d'abord à la pression ordinaire, ensuite à celle de 8^{atm}, puis de 12^{atm}, et finalement, pour quelques-unes, de 15^{atm}. Les pressions étaient indiquées par un manomètre contrôlé avec soin.

A chaque pression, la température fut déterminée deux fois, pour vérifier s'il y avait accord dans les résultats.

Pour le calcul de la formule (1), à la quantité $v' - v$ je n'ai pas substitué la valeur de la seule dilatation qui avait lieu au moment précis de la température de fusion, mais encore celle de la dilatation due au changement d'état du corps durant l'état pâteux de la substance. A cet effet, à chaque courbe des volumes décrite dans mon Mémoire sur les dilatations de ces substances, j'ai mené la tangente au point même où elle prend un pli plus marqué d'ascension, en la prolongeant jusqu'à sa rencontre avec la perpendiculaire abaissée du point de la courbe qui correspond au commencement de l'état liquide. La longueur de ce segment de la verticale donne la valeur de $v' - v$ la plus convenable.

Pour les calories de fusion j'ai pris la moyenne entre les résultats obtenus avec le premier procédé et ceux qui me furent donnés par le second; leur différence est d'ailleurs petite.

Paraffine. — Pour la paraffine, on a la chaleur de fusion

$$L = 35,35,$$
$$v' - v = 0,125,$$
$$T = 325,70.$$

En substituant dans la formule (1) mise sous la forme

$$\delta t = \frac{(v' - v)T}{EL} \delta p,$$

on aura, pour l'augmentation de 1^{atm} dans la pression,

$$\delta t = \frac{0,125 \times 325,40}{4,25.10^4 \times 35,35} 1033,4 = 0,027978.$$

Dans le Tableau suivant figurent les uns à côté des autres les résultats du calcul et ceux de l'expérience : $p' - p$ représente l'augmentation de la pression; $t' - t$ la variation de la température de fusion.

Température de fusion à la pression ordinaire = 52°,40.

$p' - p$.	Température de fusion.	$t' - t$ observée.	$t' - t$ calculée.
8^{atm}	52°,640	0°,240	0°,2238
12^{atm}	52°,760	0°,360	0°,3357

Pour la paraffine donc, l'expérience donne une augmentation de la température de fusion un peu plus forte que celle qui résulte de la formule (1).

Blanc de baleine. — Pour le blanc de baleine, on a

$$L = 36,87,$$
$$v' - v = 0,098,$$
$$T = 316,90;$$

et si la pression augmente de 1^{atm}, on aura

$$\delta t = \frac{0,098 \times 316,90}{4,25 . 10^{4} \times 36,87} 1033,4 = 0,020482;$$

d'où résulte le Tableau de comparaison :

Température de fusion à la pression ordinaire = 43°,90.

$p' - p$.	Température de fusion.	$t' - t$ observée.	$t' - t$ calculée.
8^{atm}	44°,05	0°,150	0°,1638
12^{atm}	44°,12	0°,220	0°,2458

Comme on le voit, pour ce corps, l'expérience donne une augmentation de température inférieure à celle qui résulte du calcul.

Les expériences de Bunsen donnent pour cette substance une augmentation de 0°,0207 dans la température de fusion, pour une variation de 1^{atm} dans la pression : résultat qui s'approche consi-

dérablement du mien, bien que le sparmacéti dont fit usage ce physicien fût tant soit peu différent du mien.

Naphtaline. — Pour la naphtaline, on a

$$L = 35,46,$$
$$v' - v = 0,146,$$
$$T = 352,20;$$

si la pression augmente de 1^{atm},

$$\delta t = \frac{0,146 \times 352,2}{4,25.10^4 \times 35,46} 1033,4 = 0,3526.$$

Le Tableau de comparaison sera donc :

Température de fusion à la pression ordinaire = 79°,20.

$p' - p$.	Température de fusion.	$t' - t$ observée.	$t' - t$ calculée.
8^{atm}...............	79°,480	0°,280	0°,2821
12^{atm}...............	79°,605	0°,405	0°,4232

Pour cette substance, les résultats du calcul et de l'expérience s'accordent mieux que pour les corps précédents.

Nitronaphtaline. — Pour la nitronaphtaline, on a

$$L = 25,44,$$
$$v' - v = 0,078,$$
$$T = 329,00,$$

et si la pression augmente de 1^{atm}

$$\delta t = \frac{0,078 \times 329}{4,25.10^4 \times 25,44} 1033,4 = 0,01962;$$

et l'on aura le Tableau de comparaison :

Température de fusion à la pression ordinaire = 56°,00.

$p' - p$.	Température de fusion.	$t' - t$ observée.	$t' - t$ calculée.
8^{atm}...............	56°,180	0°,180	0°,1962
12^{atm}...............	56°,300	0°,300	0°,2943

Dans le cas présent, pour une augmentation de 8^{atm} dans la pression, l'expérience donne pour $t' - t$ une valeur plus petite que celle qui résulte de la formule; si, au contraire, la pression est de 12^{atm}, l'expérience donne une quantité plus grande : de sorte que la moyenne présentera entre le calcul et l'expérience un accord suffisant.

Paratoluidine. — Pour la paratoluidine, on a

$$L = 39,34,$$
$$v' - v = 0,066,$$
$$T = 311,90;$$

d'où l'on aura, si la pression se trouve augmentée de 1^{atm},

$$\delta t = \frac{0,066 \times 311,9}{4,25.10^4 \times 39,34} 1033,4 = 0,01272;$$

et pour Tableau de comparaison, on aura :

Température de fusion à la pression ordinaire = 38°,90.

$p' - p$.	Température de fusion.	$t' - t$ observée.	$t' - t$ calculée.
atm	°	°	°
8	39,000	0,100	0,1018
12	39,040	0,140	0,1527
15	39,080	0,180	0,1908

Pour cette substance, comme aussi pour la naphtylamine, j'ai expérimenté sous la pression de 15^{atm}, parce que pour ces deux corps on obtient un léger déplacement dans la température de fusion.

Diphénylamine. — Pour la diphénylamine, on a

$$L = 21,18,$$
$$v' - v = 0,062,$$
$$T = 324,0;$$

donc, si la pression augmente de 1^{atm},

$$\delta t = \frac{1,062 \times 324,0}{4,25.10^4 \times 21,18} 1033,4 = 0,02306;$$

et l'on aura le Tableau de comparaison :

Température de fusion à la pression ordinaire $= 51°,00$.

$p'-p$.	Température de fusion.	$t'-t$ observée.	$t'-t$ calculée.
8atm	51°,180	0°,180	0°,1845
12atm	51°,260	0°,260	0°,2767

Naphtylamine. — Pour la naphtylamine, on a

$$L = 19,39,$$
$$v'-v = 0,041,$$
$$T = 316,40;$$

d'où l'on aura, pour l'augmentation de 1atm dans la pression,

$$\delta t = \frac{0,041 \times 316,4}{4,25.10^4 \times 19,39} 1033,4 = 0,01627;$$

et le Tableau de comparaison sera :

Température de fusion à la pression ordinaire $= 43°,40$.

$p'-p$.	Température de fusion.	$t'-t$ observée.	$t'-t$ calculée.
atm	o	o	o
8	43,505	0,105	0,1301
12	43,580	0,180	0,1952
15	43,620	0,220	0,2440

J'ai voulu examiner aussi l'influence de la pression sur la température de fusion des alliages facilement fusibles, et j'ai préféré ceux de Lipowitz et de Wood, parce que leur étude s'adaptait davantage à mon appareil.

J'ai adopté la même composition que celle dont fait mention Spring dans ses Mémoires *Sur la dilatation et la chaleur spécifique des alliages fusibles*, etc. (1), précisément parce que, de ses données, j'ai pu déduire pour ces alliages l'augmentation de volume durant le passage de l'état solide à l'état liquide et la chaleur de fusion.

(1) *Acad. R. des Sciences, Lettres et Beaux-Arts de Belgique*, 2e série, t. XXXIX, p. 548.

Voici cette composition :

		En poids.
Alliage de Lipowitz. $Bi^{11}Pb^{6}Sn^{5}Cd^{4}$	Bi	49,98
	Sn	12,76
	Pb	26,88
	Cd	10.38
		100,00
Alliage de Wood. $Bi^{4}PbCd^{2}Sn^{2}$	Bi	55,74
	Sn	13,73
	Pb	13,73
	Cd	16,80
		100,00

Les Mémoires de Spring présentent pour chaque alliage une courbe qui en donne le volume correspondant aux diverses températures. Selon les règles exposées ci-devant, j'en ai déduit la variation de volume durant le passage de l'état solide à l'état liquide. Mais, comme Spring déterminait ces volumes en prenant pour unité celui de l'alliage à 0°, j'ai dû calculer le rapport entre l'inverse de la densité de l'alliage à 4° (densité au reste déjà déterminée par Spring) et le volume à 4° déduit de la courbe; j'ai multiplié ensuite par ce rapport la variation calculée auparavant.

Pour trouver la chaleur de fusion, je me suis servi des Tables qui se trouvent dans les Mémoires de Spring et qui donnent les variations de température que subissent, pendant chaque seconde, des poids fixes de mercure et d'une de ces substances, placés dans une enceinte à température constante. Le calcul se fait pour les alliages comme pour les corps étudiés ci-dessus.

Je dois noter, toutefois, que j'ai négligé le déplacement qui aurait pu survenir, par suite de la pression, dans le point de fusion le moins élevé de ces alliages : dans les conditions de mon appareil, la température s'y élevait trop rapidement. En conséquence, je me suis borné à tenir compte de la chaleur de fusion et de la dilatation correspondant au point le plus élevé.

Alliage de Lipowitz. — Pour cet alliage, on trouve

$$L = 4,636,$$
$$v' - v = 0,002176,$$
$$T = 344,50.$$

On aura, par conséquent, pour l'augmentation de 1^{atm} dans la pression,

$$\delta t = \frac{0,002176 \times 344,50}{4,25.10^4 \times 4,636} 1033,4 = 0,003931;$$

et l'on aura pour Tableau de comparaison :

Température de fusion à la pression ordinaire = 71°,50.

$p'-p$.	Température de fusion.	$t'-t$ observée.	$t'-t$ calculée.
18^{atm}..............	71°,585	0°,085	0°,0707

Alliage de Wood. — Pour cet alliage, on a

$$L = 6,761,$$
$$v' - v = 0,002034,$$
$$T = 355,30.$$

Donc, si la pression augmente de 1^{atm},

$$\delta t = \frac{0,002034 \times 355,30}{4,25.10^4 \times 6,761} 1033,4 = 0,002599;$$

et le Tableau de comparaison sera :

Température de fusion à la pression ordinaire = 82°,30.

$p'-p$.	Température de fusion.	$t'-t$ observée.	$t'-t$ calculée.
18^{atm}	82°,353	0°,053	0°,047

Comme on le voit, ces résultats sont très petits et s'écartent plus de la formule que tous les précédents. De plus, une augmentation dans la pression de 8^{atm} à 12^{atm} donne des résultats à peine sensibles et peu d'accord entre eux. Les chiffres des deux Tableaux précédents sont les moyennes de trois expériences.

Conclusions. — Les résultats obtenus démontrent :

1° Que la formule de James Thomson, pour toutes les substances sur lesquelles j'ai expérimenté, se trouve vérifiée avec une approximation suffisante;

2° Que pour les corps dont la composition chimique n'est pas bien déterminée et qui semblent plutôt des mélanges, comme la paraffine, le spermacéti et les alliages métalliques, qui présentent l'état pâteux dans un intervalle assez étendu, l'accord est moins évident.

Qu'il me soit permis, toutefois, d'observer que ces différences semblent devoir être attribuées au défaut de précision des données qui ont servi au calcul de la formule; car il est presque impossible de déterminer exactement, au moyen de la courbe des volumes, la dilatation correspondant à la fusion; comme asssi d'obtenir une valeur exacte de la chaleur de fusion.

J'observerai finalement qu'aucun de mes résultats ne présente ce merveilleux accord entre l'expérience et le calcul, obtenu par sir W. Thomson. Cela tient sans doute à ce que les données relatives à la glace sont parfaitement connues et que le point de fusion de cette substance est fixe et bien déterminé, tandis que dans mes expériences le point de fusion était toujours difficile à déterminer; et la chaleur de fusion et l'augmentation de volume corrélative du changement d'état devaient toujours présenter quelque erreur ([1]).

M. BELLATI ET R. ROMANESE. — Sulla dilatazione e sui calori specifici e di trasformazione dell' azotato ammoniaco (De la dilatation, de la chaleur spécifique et de la chaleur de transformation de l'azotate d'ammoniaque); *Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, t. IV, série VI, 1886.

Les transformations cristallines de l'azotate d'ammoniaque ont déjà été étudiées par Frankenheim et par Lehmann.

MM. M. Bellati et R. Romanese ont d'abord déterminé approximativement les températures où l'azotate d'ammoniaque subit ces transformations physiques par l'étude du réchauffement ou du refroidissement de cette substance.

([1]) Ces expériences ont été exécutées à l'Institut Sommellier Germain, et la machine qui m'a servi pour comprimer ces différentes substances a été construite au Laboratoire de l'Université.

C'est donc à l'obligeance de MM. les professeurs Naccari et Pagliani que je dois d'avoir pu mener à bonne fin ce genre d'études; je les prie donc d'accepter mes plus sincères remerciements.

La mesure de la dilatation et surtout celle de la quantité de chaleur nécessaire à l'échauffement, représentées graphiquement, leur ont permis de fixer plus exactement la valeur de ces températures. D'après ces auteurs, l'azotate d'ammoniaque subit une première transformation à 31°, une deuxième à 82°,5, une troisième à 124°.

La dilatation a été étudiée par la méthode du thermomètre à tige, en employant, comme liquide environnant l'azotate d'ammoniaque, l'essence de térébenthine dont la dilatation a été déterminée par ces auteurs. Entre 0° et 31°, la dilatation peut être représentée par les formules

$$v_t = v_0(1 + 0,000339\,t + 0,000000346\,t^2),$$

entre la première et la seconde transformation (de 40° à 85° environ) par

$$v_t = v_0(1,04957 - 0,00038756\,t + 0,000008976\,t^2 - 0,0000000432\,t^3),$$

enfin, au delà de la seconde transformation, par

$$v_t = v_0(1,02374 + 0,000199\,t).$$

La première transformation est accompagnée d'une brusque augmentation de volume de 0,0330, la seconde d'une brusque contraction de 0,0143.

L'étude de la chaleur spécifique et des chaleurs de transformation a été faite par la méthode des mélanges, en employant comme liquide, dans le calorimètre, l'essence de térébenthine rectifiée par la chaux vive. La chaleur spécifique de ce liquide a été déterminée à nouveau.

Voici les résultats :

Chaleur spécifique moyenne entre	0°,0 et 31°,0	0,407
» »	31,0 et 82,5	0,355
» »	82,5 et 124,0	0,426
Chaleur de transformation à	31,0	5,020
» »	82,5	5,330
» »	124,0	11,860

ce dernier nombre étant un peu incertain. H. PELLAT.

ROBERT VON HELMHOLTZ. — Untersuchungen über Dämpfe und Nebel, besonders über solche von Lösungen (Recherches sur les vapeurs et la production du brouillard, en particulier dans le cas des dissolutions); *Wiedemann's Annalen*, t. XXVII, p. 508, 543; 1886.

L'auteur s'est proposé de déterminer la tension de la vapeur d'eau dans l'air, en mesurant la détente adiabatique nécessaire pour amener la formation du brouillard. Il appelle degré de saturation, λ, le quotient de la tension réelle de la vapeur par celle de la vapeur saturée à la même température. Il conserve la loi de Mariotte et celle de Gay-Lussac dans les calculs, quitte à en justifier l'emploi *a posteriori*.

Quand un gaz passe adiabatiquement de l'état $(P_1\theta_1)$ à l'état $(P_2\theta_2)$, on a la relation

$$\log\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{C-c}{C}\log\frac{P_2}{P_1} = k\log\frac{P_2}{P_1}.$$

L'effet thermique dû à la détente de l'air étant toujours bien supérieur à celui de la vapeur, on pourra prendre pour γ la valeur 1,40, et calculer $k = 1 - \frac{1}{\gamma}$. Si p_1, p_2 sont les pressions de l'air, π_1, π_2 celles de la vapeur, on aura

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\pi_2}{\pi_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

et, par suite,

$$\log\frac{\theta_2}{\theta_1} = k\log\frac{\pi_2}{\pi_1}.$$

La condition pour qu'un mélange saturé tende à se sursaturer est que, pour une variation déterminée $d\theta$ de température, on ait

$$\frac{d\log\Pi}{d\theta} > \frac{1}{k\theta},$$

Π étant la tension de la vapeur saturée à θ.

Si une vapeur non saturée a une tension π, il faut voir si λ croît pour une petite détente, c'est-à-dire si l'on a

$$\frac{d\log\Pi}{d\theta} > \frac{d\log\pi}{d\theta},$$

car il s'ensuit

$$\frac{d \log \Pi}{d\theta} > \frac{1}{k\theta},$$

et la saturation s'obtiendra par la détente. Réciproquement, de la valeur de cette détente on déduira k; voici maintenant le dispositif employé par l'auteur pour la produire et la mesurer.

Un tube de verre horizontal, fermé aux deux bouts par des plaques de verre, contient le liquide à étudier que l'on peut introduire par la paroi inférieure; à la partie supérieure se trouve un robinet à large ouverture, donnant communication avec l'atmosphère; un autre robinet commande un tube qui se bifurque et communique d'une part avec un manomètre à eau, de l'autre avec une cloche plongeant dans du mercure, destinée à produire des pressions. Pour juger nettement de l'apparition du brouillard, on produit au milieu du tube de verre l'image réelle d'une flamme, en s'arrangeant de façon à ne recevoir dans l'œil que les rayons diffusés par le brouillard, au point de formation de cette image. On opère en employant des détentes de moins en moins fortes.

M. von Helmholtz a d'abord opéré sur la vapeur émise par l'eau pure, c'est-à-dire sur de la vapeur saturée. Après des tâtonnements nécessaires pour éliminer certaines causes d'erreur, il a trouvé que, même dans ces conditions, la détente nécessaire pour amener la condensation n'est pas infiniment petite, mais varie de 12^{mm} à 5^{mm} d'eau de 0° à 60°. Le désaccord entre ce résultat et celui auquel on aurait pu s'attendre provient, soit du défaut de sensibilité de la rétine, soit de l'existence d'une survaporisation.

A ce propos, l'auteur rend compte de quelques expériences qui montrent que la présence de poussières empêche le retard à la condensation; l'air de l'appareil étant filtré, il a pu arriver à des détentes de $\frac{1}{2}$ atmosphère sans apercevoir trace de brouillard. Pour expliquer ce fait, il cherche deux expressions du travail nécessaire pour faire passer une masse dw de liquide d'une sphère de rayon r_1 à une sphère de rayon r_2; l'une

$$\frac{2T}{s}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) dw,$$

où T est la tension superficielle et s la densité du liquide, résulte

de la considération des forces capillaires; l'autre

$$R\theta \log \frac{p_{r_2}}{p_{r_1}} dw$$

résulte de l'application des lois de Mariotte et de Gay-Lussac [R est la constante des gaz, p_1 et p_2 sont les tensions de la vapeur pour les deux sphères]; en égalant ces deux expressions, on a la relation

$$\frac{2T}{s}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = R\theta \log \frac{p_{r_2}}{p_{r_1}};$$

si l'on suppose $r_1 = \infty$, elle devient

$$\log \frac{p_r}{p} = \frac{2T}{R\theta s r},$$

formule voisine de celle qui a été donnée par sir W. Thomson

$$p_r - p = \frac{2T\sigma}{(s-\sigma) r},$$

où σ est la densité de vapeur; car, en négligeant $\frac{\sigma}{s}$ devant l'unité, et les puissances supérieures de $\frac{p - p_r}{p}$, on revient à la formule trouvée. M. Duhem a fait observer récemment à ce sujet (¹) que l'étude faite antérieurement par lui (²) de l'équilibre d'une bulle gazeuse au sein d'un liquide, en tenant compte de la pression capillaire, pouvait s'appliquer à ce cas, en renversant les mots *liquide* et *vapeur*.

On déduit de là, sachant que la tension superficielle de l'eau décroît avec la température, que les nuages, l'influence des poussières étant d'ailleurs la même de part et d'autre, se formeront plus facilement aux hautes qu'aux basses températures.

Après cette étude de la vapeur d'eau saturée, l'auteur opéra sur des solutions aqueuses; le calcul, pour trouver le degré de saturation, est analogue à celui fait pour l'eau pure; mais il tient compte de la détente nécessaire pour amener la condensation de la vapeur

---

(¹) DUHEM, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CII, p. 1548, et t. CIII, p. 1008.

(²) DUHEM, *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3ᵉ série, t. II, p. 207.

saturée : si Δ est cette détente et D celle subie par le mélange, on aura

$$\log \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{P + \Delta}{P + D}.$$

Les recherches ont porté sur les mélanges d'acide sulfurique et d'eau employés par Regnault dans ses recherches sur l'hygrométrie, $H^2SO^4 + 11H^2O$ et $H^2SO^4 + 17H^2O$; la concordance des nombres trouvés avec ceux de Regnault est à peu près la même dans les deux cas : les différences ne dépassent guère $\frac{1}{100}$. La valeur de λ paraît sensiblement constante, quelle que soit la température ; elle est environ 0,702 de 0° à 33°,2 pour le premier mélange, 0,829 de 0° à 50° pour le second. Une troisième solution

$$SO^4H^2 + 50H^2O,$$

pour laquelle λ est voisin de 0,953, a été étudiée de 0° à 47°.

L'auteur a encore opéré sur trois dissolutions de NaCl, pour lesquelles Wüllner et Tammann ont donné la valeur de la quantité μ

$$\mu = \frac{(\Pi - \pi)1000}{\Pi s} = \frac{(1 - \lambda)1000}{s}$$

(Π étant la tension de la vapeur saturée, s la quantité de sel dissoute pour 100).

Les résultats obtenus ne concordent pas avec ceux de Tammann, en ce sens que, la température croissant, la valeur de μ croît, tandis que celle indiquée par Tammann décroît, les valeurs étant cependant très voisines.

Cet écart vient probablement des variations de la chaleur de dissolution de NaCl, l'auteur ayant ramené les résultats trouvés à ceux qu'il aurait obtenus avec les solutions de Tammann, en réduisant les ordonnées de la courbe de détente dans le rapport des concentrations.

Les résultats obtenus par Wüllner sont exprimés par l'équation

$$\Pi - \pi = 0,006\,\Pi;$$

les nombres trouvés par M. von Helmholtz démontrent l'inexactitude de cette loi, car ils croissent avec la température; ils passent, par

exemple, de la valeur 5,745 à la valeur 6,822 pour une concentration de $\frac{22,05}{100}$, la température variant de 0° à 75°,8. Les solutions étudiées renfermaient $\frac{15,38}{100}$, $\frac{22,05}{100}$ et $\frac{35,77}{100}$ de NaCl.

A. PEROT.

H. HAGA. — Experimentaluntersuchung über die Fortführung der Wärme durch den galvanischen Strom [Recherches expérimentales sur le transport électrique de la chaleur (¹)]; *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 179; 1886.

M. Haga s'est proposé d'étudier dans le mercure le phénomène connu sous le nom d'*effet Thomson*. L'application de la Thermodynamique aux phénomènes thermo-électriques a conduit, comme l'on sait, M. Thomson à admettre que, sur un conducteur inégalement chauffé en ses divers points, le potentiel varie d'une manière continue avec la température, bien que ce conducteur soit, sous tous les autres rapports, homogène. Il suit de là que, si l'on fait passer un courant dans un conducteur métallique chauffé en un de ses points, la distribution des températures ne sera pas symétrique par rapport au point chauffé : la conductibilité calorifique produirait, en effet, si elle agissait seule, une distribution symétrique, il en serait de même du dégagement de chaleur qui obéit à la loi de Joule; mais l'effet Thomson donne naissance à un phénomène analogue à celui de Peltier et ayant des signes contraires de part et d'autre du point chauffé. En comparant la dissymétrie ainsi produite à la variation de température causée par le phénomène de Joule, on pourra déterminer, si l'on connaît l'intensité du courant, la grandeur de l'effet Thomson.

L'auteur, opérant sur une colonne de mercure renfermée dans un tube en U renversé et chauffé à sa partie supérieure par un bain de vapeur, étudie la distribution des températures à l'aide d'aiguilles thermo-électriques fer-maillechort, isolées du mercure par de petits tubes de verre. Il conclut de ses expériences que la *chaleur spécifique d'électricité* du mercure, c'est-à-dire le travail calorifique d'un courant égal à un ampère entre deux points

(¹) Extrait des *Annales de l'École Polytechnique de Delft.*

dont les températures diffèrent de 1°, ou encore la différence de potentiel entre ces deux points, équivaut à une fraction de calorie-gramme égale à

$$-0,00000069,$$

à la température de 78°. Cette chaleur spécifique est négative, conformément aux prévisions de M. Thomson.

Dans les limites de température de ses expériences, c'est-à-dire entre 42° et 128°, l'auteur vérifie la loi de Tait, d'après laquelle le phénomène serait proportionnel à la température absolue.

Suivant M. Clausius, deux parties voisines et inégalement chaudes d'un conducteur homogène se comporteraient comme deux corps de structures différentes, et le phénomène Thomson ne serait que la conséquence du principe de Volta généralisé. D'après M. Kohlrausch, le phénomène serait lié immédiatement au flux calorifique qui va des parties chaudes vers les parties froides. M. Haga penche vers cette dernière hypothèse, et cela pour les raisons suivantes :

Dans le bismuth étudié par M. Le Roux, la chaleur spécifique d'électricité est égale à

$$+0,0000245.$$

Le nombre obtenu pour le mercure semble hors de proportion avec les variations de structure moléculaire que les variations de température peuvent produire dans ce métal, en comparaison de celles qu'elles doivent produire dans le bismuth.

A cette raison, qu'il sera permis de regarder comme peu concluante, se joint cette remarque que, d'après les résultats des recherches de Weber sur la variation de la conductibilité calorifique du mercure avec la température, le phénomène Thomson pourrait être regardé, dans cette substance, comme proportionnel à la conductibilité calorifique.

Cette remarque demanderait certainement à être généralisée et montre l'intérêt qu'il y aurait à étudier la conductibilité calorifique dans un certain nombre de métaux, en particulier dans le plomb où l'effet Thomson est nul. C. Rivière.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Wiedemann's Annalen.

T. XXX, n° 1; 1887.

K. Wesendonck. — *Recherches sur la décharge en aigrettes,* p. 1.

S. Arrhenius. — *Sur la conductibilité des mélanges de dissolutions acides,* p. 51.

C. Fromme. — *Polarisation galvanique produite par de petites forces électromotrices,* p. 77.

L. Arons. — *Méthode pour mesurer la réaction électromotrice de l'arc électrique,* p. 95.

E. Budde. — *Moyen de décider pratiquement entre les lois électrodynamiques de Weber, de Riemann et de Clausius,* p. 100.

O. Frölich. — *Généralisation du pont de Wheatstone,* p. 156.

F Melde. — *Recherches expérimentales d'acoustique,* p. 161.

W. Voigt. — *Réflexion de la lumière sur les milieux qui produisent la polarisation circulaire,* p. 190.

C. Pulfrich. — *Nouveau goniomètre à réflexion totale,* p. 193.

N° 2; 1887.

Ph. Lenard. — *Vibrations des gouttes qui tombent,* p. 209.

A. Blümcke. — *Mesure du poids spécifique de quelques mélanges d'alcool éthylique et d'acide carbonique,* p. 243.

F. Braun. — *Recherches sur la solubilité des corps solides, et sur les variations de volume et d'énergie qui accompagnent la dissolution,* p. 250.

B. Hecht. — *Sur la polarisation elliptique du quartz,* p. 274.

E. Ketteler. — *Constance du pouvoir réfringent,* p. 285.

E. Ketteler. — *Transformation de la formule de dispersion,* p. 299.

C. Pulfrich. — *Le cristalréfractoscope, appareil de démonstration,* p. 317.

C. Fromme. — *Polarisation galvanique produite par de faibles forces électromotrices,* p. 320.

C. Hünlich. — *Durée de la lueur de l'étincelle d'ouverture d'une bobine d'induction,* p. 343.

E. Budde. — *Sur l'équation fondamentale de l'induction stationnaire produite par des aimants tournants, et sur une nouvelle classe de phénomènes d'induction,* p. 358.

H. Lorberg. — *Sur le calcul du courant induit dans la masse de l'anneau d'une machine dynamo-électrique,* p. 389.

DES

CONSTANTES D'ÉLASTICITÉ

DANS LES MILIEUX ANISOTROPES,

PAR

M. B. ÉLIE,
Professeur au Collège d'Abbeville.

BORDEAUX, IMPRIMERIE G. GOUNOUILHOU; 1886.

TABLE DES MATIÈRES.

FÉVRIER 1887.

12680 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE,
BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPAR
CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET,
DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHA
GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT,
LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURA
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL
RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — MARS 1887.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, 55, rue de Bécon, à Courbe

Le *Journal de Physique théorique et appliquee* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

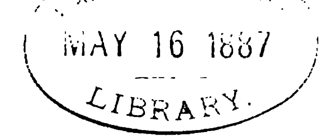
Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............	15 fr.
Autres pays...	17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).



RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA TRANSMISSION DE L'ÉLECTRICITÉ A FAIBLE TENSION PAR L'INTERMÉDIAIRE DE L'AIR CHAUD;

PAR M. R. BLONDLOT.

Introduction.

En 1853, M. Ed. Becquerel, guidé par le fait que les flammes laissent passer l'électricité à faible tension, fut amené à découvrir que les gaz, portés à des températures élevées, donnent passage au courant électrique, lors même que celui-ci n'est dû qu'à un seul élément de pile (1). Je rappellerai en quelques mots comment M. Ed. Becquerel mit ce fait en évidence. Un long tube de platine était chauffé dans un fourneau; dans ce tube étaient tendus parallèlement deux fils de platine isolés; l'une des extrémités de l'un de ces fils était reliée à l'un des pôles d'une pile de quelques éléments, dont l'autre pôle aboutissait à l'une des bornes d'un galvanomètre à 24000 tours de fil; l'autre borne de ce galvanomètre était reliée au second fil de platine. A partir de la chaleur rouge, le galvanomètre commençait à indiquer le passage d'un courant, lequel était, par conséquent, transmis par l'air chaud qui se trouvait entre les fils. Dans d'autres expériences, M. Ed. Becquerel n'employait qu'un seul fil, le tube de platine remplissant le rôle du second fil.

Cette importante découverte semble n'avoir pas reçu l'accueil qu'elle méritait. M. Grove objecta une expérience qu'il avait faite lui-même dans le but de s'assurer si les courants électriques pouvaient circuler au travers des gaz chauds, expérience qui lui avait donné un résultat négatif (2). On parut croire que des causes d'erreur s'étaient glissées dans l'expérience de M. Ed. Becquerel, et que le courant avait été transmis, non à travers les gaz chauds eux-mêmes, mais par l'intermédiaire des supports isolants rendus conducteurs par l'élévation de la température (3).

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXIV; 1853.

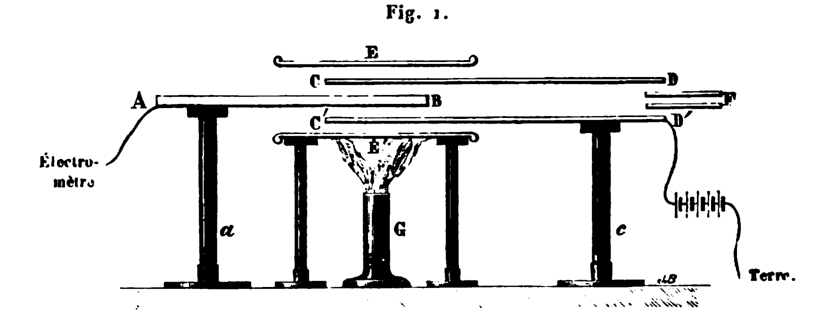
(2) GROVE, *Athenæum*, p. 1134; 1853. *Institut*, p. 35; 1854. *Voir* aussi le Mémoire de M. Ed. Becquerel.

(3) *Voir* G. WIEDEMANN, *Galvanismus*, 2e édition, t. I, p. 339.

Plus récemment, Maxwell, qui semble n'avoir pas eu connaissance des travaux de M. Ed. Becquerel, fit sur le même sujet des expériences dont la description se trouve dans son *Traité élémentaire d'électricité,* qui a été publié après sa mort (¹) : il n'obtint que des résultats négatifs. Voici comment il opérait :

« Un tube CDC′D′ de $\frac{1}{2}$ pouce de diamètre est supporté par un pied isolant *c*. Une tige AB de $\frac{1}{4}$ de pouce de diamètre est supportée par l'isoloir *a*, de telle sorte que 6 pouces de la tige se

Fig. 1.



trouvent dans le tube, laissant entre le tube et elle une couche de $\frac{1}{8}$ de pouce d'épaisseur. Le tube est relié à l'un des pôles d'une pile de 50 éléments Leclanché, l'autre pôle communiquant avec la terre. La tige est reliée à l'une des bornes d'un électromètre à quadrants de Thomson, dont l'autre borne était reliée à la terre. Un tube F, qui est fixé de façon à ne pas toucher le tube CD, sert à envoyer un courant d'air chaud ou de vapeur d'eau à travers le tube CD. La partie du tube CD qui contient la tige AB est entourée d'un tube plus large E en laiton épais, qui peut être chauffé par un fourneau à gaz de façon à maintenir l'intérieur du tube à la chaleur rouge sans l'exposer au courant des produits de la combustion du brûleur... Si une transmission quelconque eût eu lieu à travers l'air entre le tube et la tige, elle eût été indiquée par l'électromètre. Aucune transmission ne put être observée, même après l'intervalle d'un quart d'heure, lors même qu'on insufflait de l'air et de la vapeur d'eau dans le tube. »

(¹) Cl. Maxwell, *An elementary Treatise on electricity*, p. 114; 1881. Traduction de G. Richard, éditée par Gauthier-Villars, p. 149.

J'ai été moi-même assez heureux, il y a quelques années, pour confirmer la découverte de M. Ed. Becquerel et pour mettre hors de contestation la transmission de l'électricité par l'intermédiaire d'une couche gazeuse chaude, au moyen d'une expérience dans laquelle les supports isolants restaient absolument froids, et où toutes les parties de l'appareil étaient constamment accessibles à la vue. J'extrais de la Note que j'ai présentée à ce sujet à l'Académie (¹) des Sciences la description de cette expérience.

Dans un même circuit sont installés un élément à sulfate de cuivre et un électromètre capillaire; le circuit est interrompu en un point et les deux extrémités du fil sont reliées à deux disques de platine d'environ $0^m,03$ de diamètre, maintenus verticaux en regard et parallèles au moyen de deux longs tuyaux de pipe isolés à la partie inférieure. La distance de ces disques étant de $0^m,002$ ou $0^m,003$, il est clair que le circuit est interrompu par la couche d'air interposée et que, par suite, l'électromètre reste immobile.

Pour faire l'expérience, on commence par fermer l'électromètre sur lui-même, au moyen du pont qui lui est annexé; puis, à l'aide d'un chalumeau de lampe d'émailleur, on porte au rouge les deux disques de platine (pendant cette opération, l'électromètre reste toujours au zéro, puisque le pont est fermé). On enlève alors la flamme, puis, un instant après, le pont; aussitôt, le mercure de l'électromètre est dévié et sort du champ du microscope. Par conséquent, la continuité du circuit, qui était interrompue par l'air froid, est rétablie par l'air chaud, et ainsi il ne peut rester de doute sur la transmission de l'électricité par l'intermédiaire d'un gaz porté à une haute température.

Il restait à expliquer les expériences négatives de Grove et de Maxwell; de plus, un grand nombre de questions se présentaient. C'est l'exposé des recherches expérimentales que j'ai entreprises à ce sujet qui fait l'objet du présent Mémoire.

Description des appareils de chauffage et expériences préliminaires.

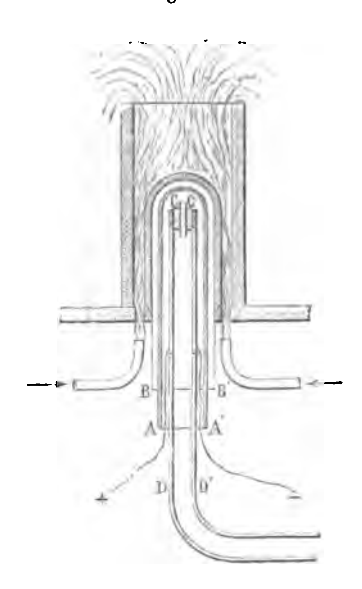
J'ai commencé par installer un appareil permettant de transmettre un courant par l'intermédiaire d'une couche immobile

(¹) *Comptes rendus*, 4 avril 1881.

d'air chaud comprise entre deux disques de platine parfaitement isolés.

Dans l'intérieur d'un fourneau Pérot, modifié a cet effet, est fixée une cloche de fer forgé de $0^{cm},5$ d'épaisseur; cette cloche est verticale, et son ouverture est dirigée vers le bas; elle se prolonge inférieurement par un cylindre de tôle désigné sur la figure par les lettres B, B′ et destiné à empêcher la flamme des brûleurs

Fig. 2.



de pénétrer dans l'intérieur. Dans cette cloche s'en trouve une seconde AA′, en porcelaine vernissée, de diamètre un peu plus petit (6^{cm}), de telle sorte qu'un intervalle de 5^{mm} à 6^{mm} règne entre les deux cloches. La cloche de porcelaine est assujettie sur une plaque de tôle horizontale, non figurée sur le dessin, laquelle est percée d'un trou correspondant à l'ouverture de la cloche.

La cloche en fer peut ainsi être portée et maintenue en réglant convenablement le débit du gaz à une haute température pouvant atteindre le rouge vif; la cloche de porcelaine acquiert une température presque égale. On a ainsi, à la partie supérieure de celle-ci, une atmosphère constituée par de l'air porté à une température élevée, sensiblement uniforme dans toute son étendue :

en effet, d'une part la cloche de fer joue le rôle de répartiteur de chaleur, et, d'autre part, l'échauffement ayant lieu par la partie supérieure, la tendance à la production de courants d'air est à peu près nulle.

C'est dans cette atmosphère chaude, qui remplit la partie supérieure de la cloche de porcelaine, que sont disposées les électrodes; elles sont constituées par deux disques C, C', en platine, de 3^{cm} de diamètre; ces disques sont supportés par deux colonnes creuses en platine, auxquelles ils sont fixés par l'intermédiaire d'anneaux du même métal rivés à leurs faces postérieures.

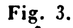
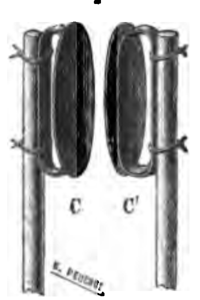


Fig. 3.



Chacune des colonnes se prolonge à la partie inférieure par une tige de fer DD', recourbée ensuite horizontalement (voir *fig.* 2), et aboutissant à un support isolant, en ébonite (non représenté), dans lequel elle est pincée comme dans un étau. L'un des supports isolants est muni d'un système de réglage qui permet de fixer les deux disques de platine exactement en regard l'un de l'autre et à la distance que l'on veut.

La disposition précédente a pour but de maintenir constamment froids les supports isolants, en les soustrayant au rayonnement du fond de la cloche. A chacune des colonnes de platine est fixé un fil, également en platine, qui sort de la cloche sans rien toucher et permet d'établir des communications entre les disques et les parties de l'appareil situées à l'extérieur. L'appareil précédent permet de vérifier facilement le passage du courant par l'intermédiaire de la couche d'air chaud comprise entre les électrodes. A cet effet, on forme un circuit comprenant la lame d'air (de 1^{cm} d'épaisseur par exemple), une pile d'un élément et un électro-

mètre capillaire. Aussi longtemps que la température est au-dessous du rouge, l'électromètre reste au zéro; mais, une fois le rouge atteint, on constate une déviation de l'électromètre, lente d'abord, puis de plus en plus rapide à mesure que la température s'élève; si à ce moment on ramène l'électromètre au zéro en mettant un instant le pont, puis qu'on enlève celui-ci, on voit le mercure parcourir le champ du microscope en un temps très court, une fraction de seconde, si la température est suffisamment élevée.

Cette expérience concorde absolument avec les observations de M. Ed. Becquerel; ce n'est qu'à partir de la chaleur rouge que le courant commence à passer.

De ce fait bien constaté, il est intéressant de rapprocher un autre fait, que j'ai indiqué dans la Note des *Comptes rendus* précédemment citée (1), à savoir que la colonne d'air chaud qui s'élève d'un corps incandescent, tel qu'un morceau de fer ou une masse de verre chauffée au rouge, laisse passer le courant d'un seul élément alors qu'un thermomètre qui y est plongé indique une température ne dépassant pas 70°. Au premier abord, il semble qu'il y ait là une contradiction. Je crois que l'explication est la suivante. Le courant de gaz chauds qui s'élève d'un corps incandescent n'est pas homogène au point de vue calorifique : il est constitué par des *filets* ou *traînées,* dont quelques-uns ont une température beaucoup plus élevée que la température moyenne indiquée par le thermomètre. Pour s'en convaincre, que l'on se rappelle les phénomènes de réfraction qui font paraître tremblée et irrégulière l'image d'un objet qu'on regarde au travers d'une telle colonne d'air chaud, ou encore les traînées de fumée qui s'échappent d'un corps en ignition. Il est probable que ce sont ces traînées très chaudes qui, formant un pont entre les deux électrodes, conduisent exclusivement le courant; leur température peut être en réalité beaucoup plus élevée que celle qu'indique le thermomètre, attendu que celui-ci indique seulement une moyenne entre les températures des filets d'air chauds et froids qui l'atteignent simultanément ou successivement. Il se peut aussi que le mouvement de l'air contribue au passage de l'électricité, cet air

---

(1) *Comptes rendus,* 4 avril 1881.

venant se charger contre l'une des électrodes pour aller se décharger contre l'autre.

Quoi qu'il en soit de cette explication, dans l'atmosphère immobile et à température uniforme contenue dans la cloche de porcelaine de l'appareil décrit plus haut, le passage du courant n'a jamais lieu au-dessous de la chaleur rouge, résultat qui, comme je l'ai dit plus haut, est entièrement conforme aux observations de M. Ed. Becquerel.

Si MM. Grove et Maxwell n'ont pu constater le passage de l'électricité à travers l'air, cela tient uniquement à ce qu'ils n'opéraient pas à une température suffisamment élevée.

J'ai cherché si, en employant des piles de forces électromotrices de plus en plus faibles, on arriverait finalement à une force électromotrice au-dessous de laquelle le courant ne passerait plus; j'ai constaté que le passage a encore lieu, même avec une force électromotrice de $\frac{1}{1000}$ de volt, obtenue par dérivation; dans ce cas encore, l'électromètre se charge à travers la couche d'air, et, quoique la déviation se fasse lentement, elle finit par être exactement la même que si l'on substituait à la couche d'air un conducteur métallique. Par conséquent, ou bien il n'y a pas de force électromotrice au-dessous de laquelle le courant ne passe plus, ou bien cette force électromotrice est extrêmement petite. Voici une autre expérience qui confirme cette proposition; si, après avoir imprimé à l'électromètre une déviation quelconque, on relie ses pôles par un circuit comprenant la couche d'air, l'électromètre revient *exactement* au zéro; cela signifie qu'aucune différence de potentiel appréciable ne peut subsister entre les deux disques de platine séparés par l'air chaud.

J'ai recherché aussi si l'on pouvait produire une polarisation des disques de platine dans l'air chaud; pour cela, après les avoir maintenus longtemps reliés aux pôles d'une pile de plusieurs éléments, je les déchargeais dans un électromètre capillaire : je n'ai jamais constaté de polarisation, il n'y avait qu'une très faible déviation, due à la charge statique du condensateur formé par les disques.

Sur la loi élémentaire de la transmission de l'électricité par l'air chaud.

La question capitale qui se présente dans l'étude de la transmission de l'électricité par l'air chaud est de savoir si les lois de ce passage sont identiques à celles qui régissent cette transmission par les corps solides et liquides.

M. Ed. Becquerel a constaté plusieurs faits qui sont en contradiction avec ces dernières lois; je cite son Mémoire : « La résistance diminue avec l'intensité du courant; pour une même intensité, la résistance de l'air chauffé au rouge est d'autant plus grande que le nombre des éléments de la pile est aussi plus grand. » Plus loin encore : « Je dois ajouter ici que, dans la comparaison des résistances des gaz, je n'ai pu avoir de résultats comparables qu'en faisant usage d'un seul couple voltaïque. D'où provient cette différence, à intensité électrique égale, quand on emploie plus ou moins d'éléments pour produire le courant électrique? N'ayant pu m'en rendre compte d'une manière satisfaisante, je me suis borné à la constater. »

Je me suis proposé de poursuivre l'étude de cette question et je vais exposer mes recherches à ce sujet.

Le principe qui régit la transmission de l'électricité par les solides et les liquides est le suivant : *Si, dans un conducteur cylindrique traversé par un courant, on considère une tranche normale aux génératrices, le débit ou flux d'électricité est proportionnel à la différence des valeurs que possède le potentiel sur les deux faces de la tranche.* C'est là le principe que Ohm a posé par analogie avec celui sur lequel Fourier avait fondé la théorie de la propagation de la chaleur; c'est M. Kirchhoff qui a substitué le mot *potentiel* au mot vague *tension* qu'employait Ohm.

Ce principe a été vérifié, d'abord directement par Ohm et par Kohlrausch, puis indirectement, par Ohm, Fechner et Pouillet, qui constatèrent que les lois des courants, obtenues en appliquant la proposition d'Ohm à des circuits fermés, s'accordent bien avec les faits.

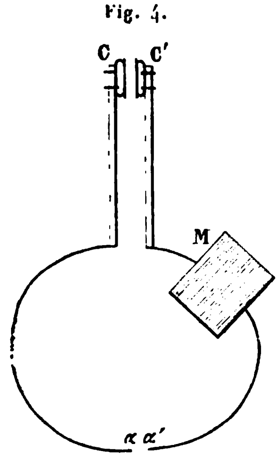
Peut-on appliquer à une tranche d'air chaud le principe d'Ohm, autrement dit, le débit ou flux d'électricité qui la traverse en une

seconde est-il proportionnel à la différence des potentiels des électrodes entre lesquelles elle est comprise? Telle est la question que j'ai cherché avant tout à décider.

La difficulté capitale de cette recherche, difficulté déjà signalée par M. Ed. Becquerel, provient de ce qu'il est à peu près impossible de maintenir constante la température de l'air chaud; avec quelque soin que l'on règle l'arrivée du gaz dans les becs du fourneau, on ne peut éviter des variations notables de température, et par suite on ne peut réaliser des expériences successives dans des conditions suffisamment comparables.

Je suis parvenu à tourner cette difficulté en employant une méthode de compensation particulière, dont je vais d'abord donner le principe.

Fig. 4.



Formons un circuit comprenant la couche d'air chaud CC', et un condensateur M, ayant par exemple une capacité de 1 microfarad, ce circuit est interrompu en α et α'. Soient d'autre part deux piles, l'une dont je désignerai la force électromotrice par E, l'autre de force électromotrice égale à 3E.

Imaginons que l'on intercale d'abord entre α et α' la pile 3E pendant un intervalle de temps déterminé, très court, θ (par exemple, un dixième de seconde), le pôle + étant relié à α et le pôle — à α', puis que l'on substitue à la pile 3E la pile E disposée *en sens inverse*, c'est-à-dire en reliant le pôle + à α' et le pôle — à α, et qu'on laisse passer le courant pendant le temps 3θ.

Dans cette double opération, le courant dû à la pile 3E a passé pendant le temps θ, et le courant dû à la pile E pendant le temps 3θ, en sens contraire. Si le débit, ou flux par seconde, est proportionnel à la différence de potentiel entre les deux plaques ou, ce qui revient au même, à la force électromotrice existant dans le circuit ([1]), ce débit est :

Dans la première opération...... $3E \times A$
Dans la seconde opération ...... $E \times A$

A désignant une certaine constante, et la quantité totale d'électricité qui, dans les deux opérations, a traversé la section du circuit aura été

$$(3E \times A) \times \theta - (E \times A) \times 3\theta = 0;$$

par suite, le *condensateur n'aura reçu aucune charge*.

Si, au contraire, il n'y a pas proportionnalité entre le débit et la différence de potentiel, le condensateur aura acquis une charge dont le signe dépendra du sens dans lequel la loi de proportionnalité est faussée. Maintenant, répétons un très grand nombre de fois la double opération précédente : si la proportionnalité existe, le condensateur ne se chargera aucunement; si au contraire elle n'existe pas, le condensateur recevra à chaque double opération une nouvelle quantité d'électricité, et sa charge, croissant ainsi avec le temps, finira par devenir notable. Pour constater l'état électrique du condensateur, on le déchargera à travers un galvanomètre.

On voit que c'est là un procédé d'une sensibilité pour ainsi dire indéfinie, pour vérifier si la loi de proportionnalité existe. Il est clair que les variations de température de la tranche d'air chaud sont ici sans influence; car, si le temps θ est pris très court, les expériences s'entrecroisent de telle façon que les passages successifs d'électricité dus à la pile E ont lieu, à un infiniment petit près, aux *mêmes* températures que les passages successifs dus à la la pile 3E.

Il va sans dire que, au lieu de donner au rapport des forces

([1]) Car, la résistance des parties métalliques du circuit étant négligeable vis-à-vis de celle de la couche d'air chaud, la différence de potentiel entre les plaques C et C′ est égale à la force électromotrice intercalée dans le circuit.

électromotrices des deux piles la valeur 3, on pourrait lui donner toute autre valeur; il suffit que le rapport $\frac{E}{E'}$ des forces électromotrices soit égal à l'inverse $\frac{\theta'}{\theta}$ du rapport des temps pendant lesquels elles agissent.

Je vais maintenant décrire en détail l'appareil qui m'a permis de réaliser les expériences dont je viens de donner le principe.

Description des appareils; leur réglage. — Il fallait réaliser les conditions suivantes : introduire dans le circuit, périodiquement et en sens contraire, deux forces électromotrices E et E′, pendant des intervalles de temps θ et θ', choisis de telle façon que

$$\frac{E}{E'} = \frac{\theta'}{\theta}.$$

Pour y arriver, j'intercale à demeure entre α et C (voir la *fig.* 5) dans le sens indiqué par la flèche ff', une pile de force électromotrice E, et dans un circuit annexe aboutissant aux points α et α' une pile de force électromotrice $E + E'$ dans le sens contraire au premier.

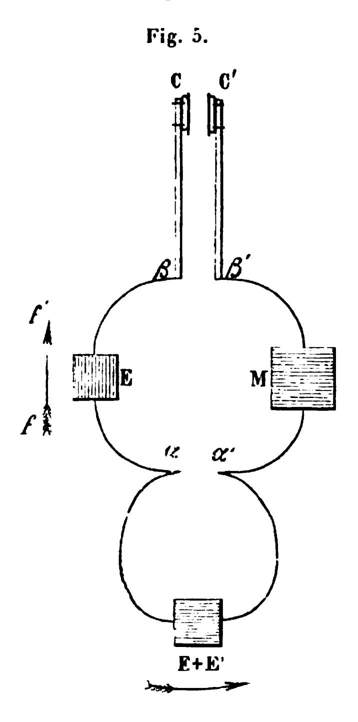
Les choses étant ainsi disposées, on a dans le circuit une force électromotrice se réduisant à la différence $(E + E') - E = E'$, dans le sens de la flèche ff'.

Imaginons maintenant que l'on place momentanément entre les points α et α' un pont d'une résistance très faible : par ce fait, la force électromotrice de la pile $E + E'$ du circuit annexe est annulée, et il reste seulement une force électromotrice E, dans le sens de la flèche ff'.

Il suffira donc de placer et d'enlever périodiquement le pont entre α et α' pendant des intervalles de temps θ et θ', choisis de telle façon que $\frac{E}{E'} = \frac{\theta'}{\theta}$. Pour réaliser cette communication intermittente entre α et α', j'emploie un interrupteur constitué par un secteur tournant S, en laiton; le point α du circuit est mis en communication permanente avec l'axe O du secteur par l'intermédiaire du balai frottant B, et l'extrémité α' est reliée au ressort R, que le secteur vient toucher pendant une fraction de tour déterminée par l'angle du secteur; en vertu de cette disposition, le pont

existe entre α et α' pendant la durée de cette fraction de tour, que nous appellerons θ, et est supprimée pendant le reste du temps de la révolution que nous appellerons θ'. Le secteur est mis en mouvement par une machine Gramme, actionnée par une pile, de façon à exécuter de deux à trois tours par seconde. On voit, du reste, qu'il n'est pas nécessaire que le mouvement soit rigoureusement uniforme : il suffit qu'il n'éprouve pas de variations brusques.

Fig. 5.

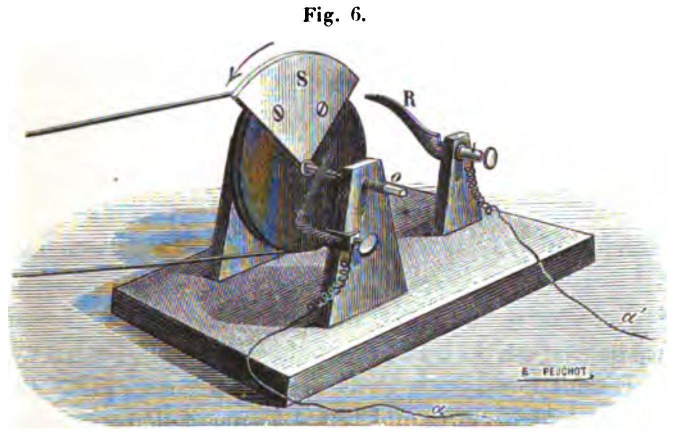


Pour que la condition $\frac{E}{E'} = \frac{\theta'}{\theta}$ soit remplie, il faut qu'il existe ne relation convenable entre les valeurs numériques de l'angle du secteur et des forces électromotrices E et E'. Il serait difficile de construire le secteur de façon à lui faire donner *exactement* un rapport déterminé à l'*avance* pour les temps θ et θ', parce que les irrégularités de l'établissement et la cessation du contact du secteur et du ressort modifient notablement la durée que celui-ci aurait théoriquement d'après l'angle du secteur. J'ai préféré, pour cette raison, faire porter le réglage sur le rapport des forces élec-

tromotrices E et E', en modifiant ce rapport de façon à le rendre égal à celui des temps θ et θ', tel que le secteur le détermine spontanément par sa construction.

A cet effet, après avoir pris arbitrairement la force électromotrice de la pile désignée sur la *fig.* 5 par (E + E'), je fais varier la force électromotrice de la pile désignée par E sur la même figure, d'abord en changeant le nombre des couples, puis en y adjoignant un couple muni d'une dérivation. Pour trouver la force électromotrice E' qui satisfait à la relation $\frac{E}{E'} = \frac{\theta'}{\theta}$, j'ai recours à l'artifice suivant : à l'aide d'un commutateur, j'enlève

Fig. 6.



momentanément du circuit les disques de platine, et je leur substitue une résistance intercalée entre les points β et β' et formée par un trait de plombagine tracé sur une plaque d'ébonite; comme cette résistance obéit au principe d'Ohm, si les forces électromotrices E et E' sont telles que la condition $\frac{E}{E'} = \frac{\theta'}{\theta}$ soit remplie, le condensateur ne se chargera pas lorsqu'on fera fonctionner l'appareil; si elle ne l'est pas, le condensateur se chargera et, d'après le signe de sa charge, on modifiera graduellement la force électromotrice E. En tâtonnant ainsi, on arrivera à une valeur de E telle que le condensateur ne se chargera plus; à ce moment, on est sûr que la condition $\frac{E}{E'} = \frac{\theta'}{\theta}$ est satisfaite : *l'appareil est alors réglé.*

Pour faire une expérience, on substitue à la résistance formée

par le trait de plombagine les deux électrodes C et C′ comprenant la couche d'air chaud, puis l'on fait fonctionner l'appareil et au bout d'un certain temps, quarante-cinq secondes par exemple, on décharge le microfarad dans un galvanomètre à long fil. J'ai employé un galvanomètre astatique de Thomson, construit par Elliot, et souvent aussi un électromètre capillaire, qui donnait à peu près la même sensibilité. La décharge du microfarad se fait à l'aide d'un commutateur que je ne décris pas. Toutes les parties de l'appareil sont soigneusement isolées, car il ne faut pas perdre de vue que l'air chaud est en communication constante avec le sol par l'intermédiaire du fourneau.

Expériences et résultats. — J'ai fait deux séries d'expériences, l'une avec un secteur dont l'angle était de 120° et qui donnait, par conséquent, pour la valeur $\frac{\theta}{\theta'}$, environ 2, l'autre avec un secteur de 90° donnant à $\frac{\theta}{\theta'}$ la valeur 3 environ.

Expérience avec le secteur de 120°. — On commence par régler l'appareil; pour cela, au moyen d'un commutateur qu'il est inutile de décrire, on intercale dans le circuit, à la place des disques de platine, le trait de plombagine sur la lame d'ébonite; la pile E était constituée, dans mes expériences, par 3 éléments au sulfate de cuivre, et la pile (E + E′) par 4 éléments identiques aux précédents et disposés en sens contraire, auquel était adjoint un couple supplémentaire muni d'une dérivation variable à volonté; on modifiait peu à peu la dérivation de ce couple jusqu'à ce que, l'appareil ayant fonctionné un certain temps, la décharge du microfarad ne donnât plus aucune déviation au galvanomètre. Chacun des premiers tâtonnements avait une durée de quinze secondes seulement; mais, une fois qu'on approchait du réglage, on les prolongeait pendant quarante-cinq secondes ou une minute, afin d'accroître la précision.

J'ai trouvé ainsi que, E étant égal à 3 (¹), il fallait donner à E + E′ la valeur 4,399 pour que l'appareil fût réglé.

(¹) Je prends ici et dans tout ce qui suit la force électromotrice d'un élément à sulfate de cuivre (Daniell) comme unité de différence de potentiel.

Cela signifie que $\frac{\theta'}{\theta} = \frac{E}{E'} = \frac{3}{4,399 - 3} = 2,15$ (¹).

Les disques de platine ayant été alors substitués à la résistance de plombagine, on constata que la *compensation n'avait plus lieu :* le microfarad se chargeait et le signe de sa charge indiquait que c'était la pile E, c'est-à-dire la plus grande force électromotrice qui l'emportait. Ainsi le débit qui, pour la résistance de plombagine, était, d'après le principe d'Ohm, proportionnel à la différence de potentiel, ne l'est plus pour la résistance gazeuse : *il croît plus vite que la différence de potentiel.*

J'ai pu savoir encore quelque chose de plus : j'ai modifié de nouveau, en tâtonnant, la force électromotrice de la pile $(E + E')$, de façon à rétablir le réglage de l'appareil avec la couche gazeuse : pour cela, il fallait faire $E + E' = 5 - \frac{200}{1200} = 4,83$; par conséquent, puisque $E = 3$, $E' = 1,83$ et $\frac{E}{E'} = \frac{3}{1,83} = 1,63$.

Nous pouvons maintenant faire le raisonnement suivant : lorsque la compensation est ainsi rétablie, le rapport des débits est l'inverse de celui des durées; ce dernier est resté le même que dans l'expérience avec la plombagine, puisqu'il ne dépend que de la construction de l'appareil : on a donc

$$\frac{\theta'}{\theta} = 2,15,$$

d'où l'on conclut

$$\frac{\text{débit par seconde dû à la pile E}}{\text{débit par seconde dû à la pile E}'} = 2,15.$$

Donc dans cette expérience, *le rapport des forces électromotrices étant* 1,63, *le rapport des débits correspondants est* 2,15.

Expérience avec le secteur de 90°. — La résistance de plombagine étant d'abord intercalée, on a cherché la compensation : pour $E = 3$,

$$(E + E') = 5 - 0,06,$$

(¹) Au lieu de la valeur 2, qui résulterait de l'angle du secteur sans les irrégularités qui se présentent, comme je l'ai expliqué précédemment, au commencement et à la fin du contact.

d'où

$$E' = 0,94.$$

On a ainsi

$$\frac{\theta'}{\theta} = \frac{E}{E'} = \frac{3}{0,94} = 3,19.$$

Ayant substitué la couche d'air à la plombagine, on trouve, comme dans la première série d'expériences, que la compensation n'a plus lieu et que le microfarad acquiert une charge qui indique encore cette fois que la pile la plus forte l'emporte. En modifiant de nouveau la pile $(E + E')$, de façon à obtenir la compensation, on trouve que, la valeur de E étant toujours 3,

$$(E + E') = 4,34;$$

par suite,

$$E' = 1,34 \quad \text{et} \quad \frac{E}{E'} = \frac{3}{1,34} = 2,23.$$

Ainsi, dans cette expérience, *le rapport des forces électromotrices étant* 2,23, *celui des débits correspondants a été* 3,19.

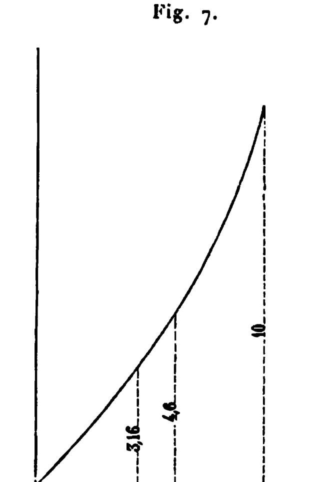
Les expériences précédentes ont été répétées un très grand nombre de fois avec les deux secteurs, à plusieurs mois d'intervalle; les résultats ont toujours été très concordants : les différentes déterminations d'un même nombre ne différaient pas de plus de 2 pour 100, approximation qui est tout ce qu'on peut attendre dans ce genre d'expériences. Les nombres donnés plus haut sont les moyennes d'un très grand nombre de déterminations.

J'ai pu relier entre eux les résultats des expériences faites avec les deux secteurs. Dans chacune des deux séries d'expériences, la pile E avait la valeur 3; par conséquent, le débit correspondant avait aussi la même valeur dans les deux séries : on peut ainsi raccorder les résultats et construire trois points de la courbe ayant pour abscisses les différences de potentiel et pour ordonnées les débits; cette courbe doit aussi passer par l'origine, puisque, d'après les expériences dont j'ai parlé en commençant, le débit ne s'annule qu'avec la force électromotrice. Dans la construction de la courbe, j'ai pris une longueur d'abscisse arbitraire pour représenter la force électromotrice d'un élément à sulfate de cuivre, et une longueur d'ordonnée arbitraire pour représenter le débit correspondant à 3 éléments; puis, partant de là, j'ai déterminé les coor-

données des autres points à l'aide des nombres que j'ai donnés précédemment.

On voit que ces points se prêtent fort bien au tracé d'une courbe continue, laquelle est fortement concave vers le haut. Cette courbe eût été une ligne droite si l'air avait suivi la loi de conductibilité des solides et des liquides; les écarts sont environ vingt fois plus grands que les erreurs *maxima* possibles dans les expériences.

Fig. 7.



J'ai recherché si la loi du passage de l'électricité à travers l'air chaud dépendait de la température : dans ce but, j'ai répété les expériences précédemment décrites, d'abord à la température la plus basse pour laquelle le passage de l'électricité a lieu, c'est-à-dire au rouge sombre, puis à la température la plus élevée que mon fourneau me permettait d'obtenir, c'est-à-dire au rouge vif : j'ai trouvé sensiblement les mêmes nombres ou, du moins, les nombres des deux séries d'expériences ne diffèrent pas plus les uns des autres que ceux que l'on obtient en répétant une mesure à une température déterminée. Je ne puis donc rien conclure à ce sujet : pour arriver à un résultat, il faudrait pouvoir opérer à des températures beaucoup plus élevées que celles que pouvait atteindre mon appareil.

Je ferai remarquer ici que c'est précisément parce que le rapport

des débits pour deux forces électromotrices données est sensiblement indépendant de la température, que j'ai pu rattacher l'une à l'autre les deux séries d'expériences faites avec les secteurs de 120° et de 90°.

Conclusions.

La conclusion de la dernière partie du présent Travail est que l'air chaud n'obéit pas au principe d'Ohm, mais que, au contraire, le débit, ou, ce qui revient au même, l'intensité I, croît plus vite que la force électromotrice E. Par conséquent, si l'on pose $I = \frac{E}{R}$, R étant l'analogue de la résistance d'un solide ou d'un liquide, le nombre R n'est pas constant, mais dépend de E et de I : c'est précisément ce que M. Ed. Becquerel avait trouvé. En d'autres termes, il n'y a pas à proprement parler de résistance. Les résultats obtenus par l'éminent physicien, et qui semblaient choquer les idées reçues, se trouvent ainsi justifiés et expliqués par ce fait que l'air chaud échappe au principe d'Ohm.

D'après cela, il faut que la transmission de l'électricité dans les gaz se fasse d'une manière tout autre que dans les solides et les liquides. Quel est le mécanisme de cette transmission? Jusqu'ici, on ne peut faire à ce sujet que des conjectures; je vais indiquer celle qui me semble la plus probable. On sait que tout corps solide plongé dans l'air est revêtu d'une couche gazeuse, qui lui est adhérente à la température ordinaire, mais perd cette adhérence à une température élevée : c'est ainsi que, pour faire dans un récipient un vide aussi parfait que possible, on porte ce récipient à une température élevée et même jusqu'au rouge, pendant que l'on fait agir la machine pneumatique.

Dans l'hypothèse que je propose, chaque particule de la couche gazeuse qui recouvre l'un ou l'autre des disques reçoit par communication immédiate une électrisation de même signe que celle du disque adjacent, puis est soumise en conséquence à une force qui tend à la porter sur le disque opposé; à la température ordinaire, cette force reste sans effet, à cause de l'adhérence, mais au rouge, l'adhérence cessant, il s'établit entre les deux disques un mouvement de va-et-vient des particules d'air, qui transfèrent ainsi les charges électriques de l'un à l'autre. C'est ce mode de

transport de l'électricité que Faraday a appelé *convection;* on en a une image nette dans l'expérience du carillon électrique.

Le courant de convection ne doit pas obéir au principe d'Ohm : en effet, la force qui agit sur chaque particule d'air électrisé est proportionnelle, d'une part à la charge que cette particule a prise au disque qu'elle a quitté, et, d'autre part, à l'intensité du champ; cette force est donc proportionnelle au produit de la charge du disque par la différence de potentiel, ou, ce qui revient au même, au carré de la différence de potentiel; d'autre part, le frottement des particules d'air les unes contre les autres vient gêner leurs mouvements. On peut donc s'attendre à trouver un débit croissant plus vite que la différence de potentiel, sans cependant être proportionnel à son carré : c'est précisément ce que j'ai constaté.

Tout récemment ([1]), M. Quincke a reconnu que certains liquides, tels que l'éther, le sulfure de carbone, l'essence de térébenthine, la benzine, ne suivent pas la loi de Ohm, mais que, loin de là, l'intensité du courant qui les traverse croît plus vite que la force électromotrice; il pense qu'une partie de ce courant est due à la convection. C'est cette explication que je crois pouvoir étendre au cas de l'air chaud.

L'expérience décidera ultérieurement si l'hypothèse précédente sur la transmission de l'électricité par l'air chaud est fondée ou non; en tous cas, les faits expérimentaux que j'ai exposés dans ce Travail en sont entièrement indépendants.

SUR L'ÉLECTROLYSE DES SOLUTIONS ALCALINES;

PAR M. DUTER.

En électrolysant des solutions aqueuses de potasse, de soude, de baryte ou de chaux, j'ai observé que le volume de l'oxygène dégagé sur l'électrode positive était notablement moindre que la moitié de celui de l'hydrogène dégagé sur l'électrode négative.

En prenant pour électrode positive une large lame de platine, et

---

([1]) *Wiedemann's Annalen,* Bd. XXVIII, p. 543 et suiv.

pour électrode négative un fil fin de platine, je suis arrivé à obtenir comme résultat de l'électrolyse 1 volume d'oxygène seulement, pour 4 volumes d'hydrogène, de sorte qu'il ne se dégageait que la moitié de l'oxygène que l'électrolyse de l'eau aurait dû mettre en liberté.

J'ai pensé que l'oxygène qui ne se dégageait pas s'était fixé sur l'électrolyte, en donnant un composé suroxygéné; pour vérifier cette prévision, j'ai procédé à l'électrolyse de solutions alcalines de potasse, de soude, de baryte et de chaux dans les conditions qui m'ont paru les plus favorables à l'absorption de l'oxygène, c'est-à-dire que j'ai employé des solutions faibles en alcali et traversées par des courants peu denses; la grande électrode avait une surface de 144^{cq} et le courant $\frac{1}{100}$ d'ampère. Dans ces conditions, le dégagement d'oxygène sur l'électrode positive était très peu sensible; j'ai laissé l'électrolyse se produire pendant plusieurs jours.

J'ai d'ailleurs eu soin de séparer, au moyen d'un vase poreux, les liquides qui entouraient chacun des deux pôles. Au bout de plusieurs jours, j'ai retiré le liquide qui se trouvait autour du pôle positif et, l'ayant placé dans un appareil analogue à celui qui sert à recueillir les gaz dissous dans l'eau, je l'ai chauffé peu à peu jusqu'à le porter à l'ébullition.

Il s'est alors dégagé de l'oxygène du liquide chauffé dans la proportion de $\frac{1}{15}$ environ; cette proportion n'a pas sensiblement varié avec la nature de l'alcali ni avec son degré de concentration; elle est bien supérieure à celle que donnerait une simple dissolution d'oxygène, qui est encore moins soluble dans les solutions alcalines que dans l'eau pure. Il s'est donc formé un composé suroxygéné; en prolongeant la durée de l'électrolyse, j'avais espéré former ce composé en assez grande abondance pour essayer d'en connaître la nature; mais, à ce point de vue, l'expérience ne m'a pas jusqu'à présent donné de résultat : la proportion d'oxygène absorbé n'augmente plus au bout de deux ou trois jours, et l'oxygène, qui paraît absorbé, disparaît par diffusion. Il se peut qu'il se soit formé de petites quantités des combinaisons aujourd'hui connues de l'eau oxygénée avec les alcalis, combinaisons très peu stables et que des élévations de température détruisent rapidement; mais il est impossible d'expliquer, par la formation de ces com-

posés, la fixation de la totalité de l'oxygène absorbé; en effet, si, après que le liquide soumis à l'action de la chaleur seule a cessé de dégager de l'oxygène, on l'additionne d'un acide quelconque en proportion telle qu'il devienne légèrement acide, d'alcalin qu'il était, et si on le chauffe de nouveau, il dégage toujours une nouvelle quantité d'oxygène, faible il est vrai, mais qui est environ le quart de l'oxygène dégagé par l'action de la chaleur seule.

Il semble donc qu'il s'est formé, dans l'électrolyse des solutions alcalines, de petites proportions d'un composé suroxygéné qui s'est combiné à l'alcali, de telle sorte qu'il ne peut être mis en liberté par l'ébullition, mais seulement par un acide.

Ce composé pourrait être un peroxyde d'hydrogène, par l'existence duquel M. Berthelot explique diverses réactions, parmi lesquelles il remarque surtout celle du permanganate de potasse sur l'eau oxygénée.

INFLUENCE DU MAGNÉTISME SUR LES RÉACTIONS CHIMIQUES;

Par M. COLARDEAU.

Dans une Note précédente (¹), nous avons indiqué les particularités curieuses que l'on observe quand on cherche à réaliser le spectre magnétique sur une lame mince de fer ou de nickel, avec une poudre ne présentant qu'à un degré moyen les propriétés magnétiques.

Ces expériences avaient été entreprises à propos de certains phénomènes observés par M. I. Remsen dans des recherches effectuées par lui, dans ces dernières années, relativement à l'intervention du magnétisme dans les réactions chimiques (²).

Résumons d'abord, en quelques mots, les résultats les plus intéressants de ces recherches.

Ce physicien a constaté qu'en plaçant sur les deux pôles d'un électro-aimant une lame de tôle et en y versant une solution de

(¹) *Journal de Physique*, p. 83 de ce Volume.

(²) *La Lumière électrique*, t. IV, p. 126, et t. X, p. 468.

sulfate de cuivre, le dépôt de cuivre métallique sur le fer, au lieu de s'effectuer uniformément, est plus mince aux endroits où l'action magnétique est plus énergique, en particulier sur les arêtes des pièces polaires.

Ceci avait été expliqué d'une façon assez satisfaisante par cette remarque qu'aux points où l'attraction magnétique se fait vivement sentir, les particules de fer retenues par cette attraction doivent se dissoudre moins activement et, par suite, le dépôt de cuivre correspondant doit lui-même être ralenti.

La même expérience avait montré que, si la lame de tôle avec laquelle on opère possède une épaisseur très faible ($\frac{1}{10}$ de millimètre par exemple), on observe un autre effet. Dans tout l'espace qui sépare, à la surface de la plaque, les deux pôles de l'aimant ou qui s'étend autour d'eux, le dépôt de cuivre prend un aspect tout particulier. C'est un réseau constitué par des sortes de chaînettes formées par un dépôt de cuivre mat et séparées par des espaces où le dépôt affecte l'éclat métallique. Ces dernières parties sont en creux comme sur les arêtes des pièces polaires où l'on observe d'ailleurs le même éclat métallique. De plus, le dessin de ce dépôt affecte pour l'œil l'aspect général d'un spectre magnétique formé selon le procédé ordinaire, par la limaille de fer, mais dont les lignes constituantes, au lieu d'être dirigées suivant les lignes de force du champ, leur seraient précisément orthogonales. La *fig.* 1 de la Note précédente (p. 85) donne une idée assez nette de l'aspect obtenu avec deux pièces polaires rectangulaires A et B, séparées par un intervalle de 1^{cm} environ.

Cet aspect complexe se reproduit, ainsi que nous nous en sommes assuré, avec les différents sels de cuivre réductibles par le fer, ainsi qu'avec d'autres sels métalliques également réductibles par le fer.

C'est en cherchant à étudier, à propos de ce réseau orthogonal aux lignes de force, la distribution du magnétisme dans la lame de fer que nous avons été amené à constater la particularité signalée plus haut avec les poudres peu magnétiques.

A priori, la production de courants électriques par l'action chimique du sel de cuivre sur le fer offrait une voie dans laquelle on pouvait s'engager pour chercher une interprétation de cette allure du dépôt. En effet, la réduction du sel de cuivre par le fer,

rentrant dans la catégorie des phénomènes électrochimiques, est due à des courants électriques provenant de couples locaux. Les courants infiniment petits de ces couples se fermant dans le liquide doivent être dirigés par l'action électromagnétique due à l'aimant : il en est donc de même du dépôt de cuivre, le métal étant entraîné au sein du liquide dans le sens du courant. On voit donc que, d'après cela, le dépôt de cuivre doit suivre les lignes dites *lignes de courant*, qui sont normales aux lignes de force magnétiques. C'est là précisément le résultat donné par l'expérience.

Malgré sa simplicité apparente, cette explication n'est pas suffisante. En effet, appliquons exactement sur la lame de fer une lame de zinc très mince et versons sur celle-ci une solution d'un sel de cuivre réductible par le zinc ([1]). Nous aurons les mêmes couples locaux, influencés par la même action électromagnétique de l'aimant et agissant très sensiblement à la même distance. Par suite, on devrait avoir la même orientation des courants particulaires et un aspect analogue du dépôt de cuivre. Or l'expérience montre qu'il n'en est rien, et que le dépôt de métal présente une homogénéité et une uniformité parfaites entre les deux pôles. Il faut donc chercher l'explication ailleurs.

La figure offerte par le dépôt de cuivre du sulfate offre une analogie frappante avec le spectre orthogonal obtenu au moyen de la poudre peu magnétique, à tel point que le dessin les reproduirait d'une façon à peu près identique, sous l'aspect de la *fig.* 1 déjà citée (p. 85). Cette similitude même donne la probabilité d'une relation intime entre les causes immédiates des deux phénomènes. C'est ce qui nous a engagé à nous rendre compte du fait observé, par les considérations suivantes :

Au cours de l'action chimique exercée par le sulfate de cuivre sur le fer, un certain nombre de molécules de cuivre sont remplacées par des molécules de fer ainsi transformées en sulfate. Il se

([1]) Rien n'empêche d'employer encore le sulfate de cuivre, mais l'action réductrice du zinc sur ce sel étant plus énergique et plus rapide que celle du fer, on a un dépôt d'un aspect granuleux désagréable et mal défini. Il est préférable d'employer l'acétate de cuivre ou le sous-chlorure ammoniacal qui donne une réduction métallique d'un bel aspect

forme donc, dans la masse générale du liquide, une certaine quantité de particules constituées par une solution de sulfate de fer, *substance présentant précisément, à un degré moyen,* les propriétés magnétiques. Admettons, pour un instant, que ces particules s'orientent dans l'excès de la solution de sulfate de cuivre, en filets longitudinaux, comme la poudre de sesquioxyde. Ces filets de sulfate de fer protégeront alors, contre l'action chimique ultérieure, les points de la plaque qu'ils recouvrent immédiatement, tandis que cette action pourra se continuer dans les intervalles qu'ils laissent entre eux, et qui sont occupés par la solution de sulfate de cuivre en excès. De là l'aspect strié du dépôt de cuivre.

Toutefois, pour que cette manière de voir puisse avoir quelque valeur, il est essentiel de lui faire perdre le caractère hypothétique qu'elle conserve encore à propos de la formation réelle de ces filets liquides de sel de fer, et de mettre leur existence en évidence.

I. Remarquons, en premier lieu, que, pour que ces filets se forment, il est indispensable que le liquide soit laissé parfaitement tranquille à la surface de la plaque pendant l'opération. Or, si l'on promène une baguette de verre parallèlement à cette plaque pour agiter le liquide ou si l'on donne un balancement accentué à l'électro-aimant pendant l'opération, l'effet change complètement et le dépôt de cuivre ne présente plus aucune trace de son apparence primitive. Il est parfaitement uni et homogène entre les deux pôles. La trace même du contour des pièces polaires disparaît presque complètement.

C'est donc bien dans un état d'arrangement particulier du liquide tranquille à la surface de la plaque qu'il faut chercher la cause immédiate de l'effet observé.

II. Remarquons, en second lieu, que le sulfate de cuivre, en devenant sulfate de fer, doit changer de couleur et devrait laisser *voir* directement, à un œil sensible, ces filets liquides s'ils existent. Malheureusement, les colorations des sulfates de fer et de cuivre étant peu accentuées toutes deux, sous des épaisseurs faibles, ne peuvent trancher suffisamment l'une sur l'autre pour

que l'effet se réalise d'une façon appréciable. Mais, en partant de cette remarque, il était naturel de chercher à réaliser l'expérience avec des sels pouvant offrir des changements de coloration très tranchés. Or ceci se réalise parfaitement avec une solution alcoolique saturée de bichlorure de cuivre, qui présente une coloration verte très foncée et qui devient jaune intense en se transformant en chlorure de fer.

En étendant une couche de cette solution alcoolique verte sur la lame de fer et en l'y laissant au repos, on voit se former quelques points de couleur jaune qui s'allongent et se développent dans des directions précisément normales aux lignes de force. Il s'ensuit donc que le caractère spécial du dépôt de cuivre observé dans les expériences de M. Remsen doit bien avoir son origine dans les actions spéciales qui apparaissent avec les corps peu magnétiques, actions que nous avons développées précédemment.

On s'explique alors maintenant de la façon la plus nette que toutes ces particularités disparaissent si l'on applique une lame de zinc sur celle de fer. En effet, dans l'échange électrochimique des métaux, ce n'est plus alors un *sel de fer,* mais bien un *sel de zinc* qui remplace le sel de cuivre. Or, ce sel de zinc n'étant pas magnétique comme celui du fer, ne peut plus subir les orientations dont il vient d'être question.

Dans l'expérience relative à l'action du chlorure de cuivre alcoolique déposé sur le fer, on observe aussi, aux arêtes des pièces polaires, une accumulation considérable du même chlorure jaune de fer, qui tranche sur le reste de la masse et qui protège ces régions contre la continuation de l'action chimique.

De là découle alors cette dernière conséquence : Si les arêtes des pièces polaires présentent un dépôt moins épais que le reste de la plaque, cela ne doit pas tenir seulement à ce que le fer qui s'y trouve retenu par l'attraction magnétique s'y dissout moins vite qu'ailleurs; cela doit tenir aussi en grande partie à ce que le sel de fer formé s'y accumulant, par la seule raison qu'il subit, lui aussi, l'attraction magnétique, forme une couche inactive qui agit comme un vernis protecteur.

SUR LA HAUTEUR OSMOTIQUE;

PAR M. P. DUHEM.

M. J. Van t'Hoff a publié récemment un important Mémoire sur les dissolutions (1). Dans ce travail, il fait constamment usage d'une quantité dont la notion se déduit de l'étude des phénomènes d'endosmose et à laquelle il donne le nom de *pression osmotique*. D'après M. Van t'Hoff, on peut, en se fondant en partie sur les principes de la Thermodynamique, en partie sur les données de l'expérience, établir certaines corrélations entre la pression osmotique relative à une dissolution et les autres propriétés physiques de cette dissolution. L'observation fournit un certain nombre de vérifications des résultats indiqués par M. Van t'Hoff.

Nous nous proposons, dans ce qui va suivre, d'examiner, au point de vue de la Thermodynamique, les propriétés attribuées par M. Van t'Hoff à la pression osmotique, afin de reconnaître si ces propriétés sont l'expression exacte des conséquences de la Théorie mécanique de la chaleur. Nous nous servirons, dans cette étude, des principes dont nous avons fait usage, dans un autre travail (2), pour l'examen d'autres propriétés des dissolutions et des mélanges. Nous allons en quelques mots rappeler quels sont ces principes.

1. *Potentiel thermodynamique d'une dissolution.* — Supposons qu'une dissolution d'un solide dans un liquide, ou bien un mélange de deux liquides, renferme des poids m_A et m_B des deux corps qui entrent dans sa composition. Le potentiel thermodynamique sous pression constante de cette dissolution ou de ce mélange est une fonction homogène et du premier degré des quantités m_A, m_B; si donc on désigne par Φ ce potentiel, et si l'on pose

$$(1) \qquad F_A = \frac{\partial \Phi}{\partial m_A}, \qquad F_B = \frac{\partial \Phi}{\partial m_B},$$

(1) J.-H. VAN T'HOFF, *L'équilibre chimique dans les systèmes gazeux ou dissous à l'état dilué* (*Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, t. XX, p. 239; 1885).

(2) *Le Potentiel thermodynamique et ses applications.*

on a l'égalité ([1])

$$\Phi = m_A F_A + m_B F_B. \tag{2}$$

De ce fait que deux dissolutions de concentration peu différente se mélangent, lorsqu'on les met au contact l'une de l'autre, de manière à former une solution homogène, on déduit aisément les inégalités ([2])

$$\frac{\partial F_A}{\partial m_A} > 0, \qquad \frac{\partial F_B}{\partial m_B} > 0. \tag{3}$$

D'ailleurs, les propriétés des fonctions homogènes donnent ([3])

$$\left\{ \begin{aligned} m_A \frac{\partial F_A}{\partial m_A} + m_B \frac{\partial F_A}{\partial m_B} &= 0, \\ m_A \frac{\partial F_B}{\partial m_A} + m_B \frac{\partial F_B}{\partial m_B} &= 0. \end{aligned} \right. \tag{4}$$

On déduit de ces égalités et des inégalités (3) les nouvelles inégalités ([4])

$$\frac{\partial F_A}{\partial m_B} < 0, \qquad \frac{\partial F_B}{\partial m_A} < 0. \tag{5}$$

Ces relations sont le point de départ des considérations qui vont suivre.

2. *Pression osmotique. — Relation entre la hauteur osmotique et le potentiel thermodynamique.* — Considérons un osmomètre (*fig.* 1) plongé dans l'eau et renfermant une dissolution aqueuse d'un certain corps. Supposons, en outre, que la membrane MM' qui ferme l'osmomètre soit perméable pour l'eau, mais imperméable pour le corps qui est dissous dans l'osmomètre. Cette condition sera évidemment remplie si la membrane MM' est une membrane animale ou végétale, et si le corps dissous dans l'osmomètre est un de ces corps que Graham nomme *colloïdes*. Mais on peut se procurer des membranes qui présentent la même

---

([1]) *Le Potentiel thermodynamique et ses applications*, égalité (27 *bis*), p. 33.

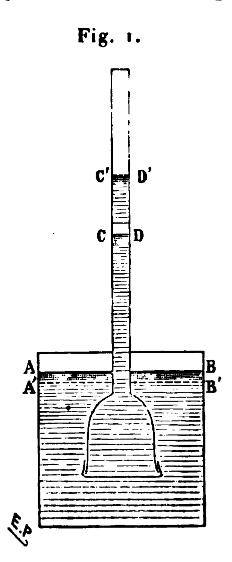
([2]) *Ibid.*, inégalité (32), p. 35.

([3]) *Ibid.*, égalité (28), p. 33.

([4]) *Ibid.*, inégalité (33), p. 35.

imperméabilité pour des corps *cristalloïdes*. Telles sont les membranes précipitées que MM. Traube et Pfeffer [1] ont obtenues par le contact ménagé de deux dissolutions métalliques. Si, par exemple, un vase poreux, semblable à ceux dont on fait usage pour la construction des piles à deux liquides, est plongé dans une solution de ferrocyanure potassique et rempli d'une solution de sulfate cuivrique, les deux solutions, se rencontrant dans les interstices de la paroi, y forment un dépôt de ferrocyanure de

Fig. 1.



cuivre. Le vase ainsi préparé reste perméable pour l'eau, tandis qu'il est imperméable pour les substances dissoutes. On peut même se procurer, par des procédés de ce genre, des membranes perméables pour certains corps dissous et imperméables pour les autres.

L'appareil étant ainsi disposé, et les niveaux des liquides étant primitivement sur un même plan dans l'osmomètre et dans la cuve, l'eau passe de la cuve dans l'osmomètre au travers de la membrane, et l'équilibre ne s'établit que lorsque le niveau du liquide dans l'osmomètre est venu en CD, à une certaine distance au-dessus du niveau AB de l'eau dans la cuve. L'équilibre étant

(1) Pfeffer, *Osmotische Untersuchungen*; Leipzig, 1877.

ainsi établi, si l'on verse dans l'osmomètre une certaine quantité de la dissolution, de manière que le niveau du liquide dépasse la ligne CD, l'eau passe de l'osmomètre dans la cuve, et le niveau du liquide baisse dans l'osmomètre.

Il est facile d'appliquer à l'étude de cette expérience les principes de la Thermodynamique.

Cherchons d'abord l'expression du potentiel thermodynamique du système que nous étudions.

Ce système étant soumis à l'action de la pesanteur, nous obtiendrons son potentiel thermodynamique en calculant d'abord la valeur qu'aurait ce potentiel si le système était soustrait à l'action de la pesanteur, et en ajoutant ensuite à la quantité ainsi calculée le terme

$$\int z\,dm,$$

dans lequel dm désigne le poids d'un élément de volume du système, z la distance de cet élément de volume à un plan horizontal arbitraire, et le signe $\int$ une sommation qui s'étend à tous les éléments de volume du système.

Soit μ le poids d'eau pure que renferme la cuve; soit Ψ le potentiel thermodynamique d'un kilogramme d'eau sous la pression constante que supporte le système et à la température constante à laquelle il est porté; soient m_A et m_B le poids d'eau et le poids de sel que renferme la dissolution contenue dans l'osmomètre; soit X le potentiel thermodynamique de cette dissolution sous la pression constante que supporte le système et à la température constante à laquelle il est porté; posons

$$\frac{\partial X}{\partial m_A} = F_A, \qquad \frac{\partial X}{\partial m_B} = F_B;$$

le potentiel thermodynamique du système sera, à une constante près,

$$\Phi = m_A F_A + m_B F_B + \mu\Psi + \int z\,dm. \tag{6}$$

Supposons qu'une quantité d'eau infiniment petite, dm_A, passe de la cuve dans l'osmomètre en traversant la membrane. Le niveau de l'eau dans la cuve baisse de AB en A'B'. Le niveau, dans l'os-

momètre, monte de CD en C′D′. Si l'on se reporte à la définition des quantités F_A et F_B, on voit aisément que la quantité

$$m_A F_A + m_B F_B + \mu\Psi$$

augmente de

$$(F_A - \Psi) dm_A.$$

Calculons la variation du terme $\int z\, dm$.

Soit Z la distance de la surface libre AB du liquide dans la cuve au plan horizontal arbitraire pris comme origine. La partie de l'intégrale $\int z\, dm$ qui se rapporte à l'eau contenue dans la cuve augmente de

$$-Z\, dm_A.$$

Soit V le volume du liquide renfermé dans l'osmomètre au-dessous du niveau CD. Soit Δ le poids spécifique du liquide renfermé dans l'osmomètre. Dans la modification considérée, ce poids spécifique augmente de $\frac{\partial\Delta}{\partial m_A} dm_A$. Soit ζ la distance du centre de gravité du volume V au plan horizontal pris comme origine. La partie de l'intégrale $\int z\, dm$ relative au volume V augmente de

$$V\zeta \frac{\partial\Delta}{\partial m_A} dm_A.$$

Soit Z′ la distance de la surface libre CD du liquide dans l'osmomètre au plan horizontal pris comme origine, et dZ' la distance verticale des deux surfaces CD, C′D′. L'ascension du liquide dans l'osmomètre fait croître la quantité $\int z\, dm$ d'un terme qui a pour valeur

$$\sigma\Delta Z' dZ',$$

σ étant la section du tube vertical qui termine l'osmomètre.

En réunissant tous ces résultats, on trouve l'égalité

$$d\Phi = \left(F_A - \Psi - z + V\zeta \frac{\partial\Delta}{\partial m_A}\right) dm_A + \sigma\Delta Z' dZ'.$$

Le poids de la dissolution, qui était $V\Delta$, est devenu

$$(V + \sigma dZ')\left(\Delta + \frac{\partial\Delta}{\partial m_A} dm_A\right);$$

il a donc augmenté de

$$\sigma\Delta\, dZ' + V\frac{\partial\Delta}{\partial m_A}\, dm_A;$$

cette augmentation étant égale à dm_A, on a

$$dm_A = \sigma\Delta\, dZ' + V\frac{\partial\Delta}{\partial m_A}\, dm_A,$$

ce qui permet d'écrire

$$(7)\qquad d\Phi = \left[(F_A - \Psi) + (Z' - Z) - (Z' - \zeta)V\frac{\partial\Delta}{\partial m_A}\right] dm_A.$$

Donnons à cette égalité une forme un peu différente. Désignons par s la concentration de la dissolution. Nous aurons

$$(8)\qquad s = \frac{m_B}{m_A}.$$

Le poids spécifique de la dissolution étant une fonction de la température et de la concentration, posons

$$\Delta = f(s, T).$$

Nous aurons évidemment

$$\frac{\partial\Delta}{\partial m_A} = \frac{\partial f(s, T)}{\partial s}\,\frac{\partial s}{\partial m_A}.$$

D'ailleurs, d'après l'égalité (8),

$$\frac{\partial s}{\partial m_A} = -\frac{m_B}{m_A^2};$$

d'autre part,

$$V = \frac{m_A + m_B}{\Delta}.$$

Nous avons donc

$$(9)\qquad V\frac{\partial\Delta}{\partial m_A} = -s(1+s)\frac{\partial}{\partial s}\log f(s, T),$$

ce qui permet d'écrire, au lieu de l'égalité (7),

$$d\Phi = \left[(F_A - \Psi) + (Z' - Z) + (Z' - \zeta)s(1+s)\frac{\partial}{\partial s}\log f(s, T)\right] dm_A.$$

On voit alors que, si l'on a

$$(Z' - Z) + (Z' - \zeta)s(1+s)\frac{\partial}{\partial s}\log f(s, T) < \Psi - F_A,$$

l'eau peut passer de la cuve dans l'osmomètre, tandis que le phénomène inverse est impossible. Si, au contraire, on a

$$(Z'-Z)+(Z'-\zeta)s(1+s)\frac{\partial}{\partial s}\log f(s, T) > \Psi - F_A,$$

l'eau peut passer de l'osmomètre dans la cuve, tandis que le phénomène inverse est impossible. La condition d'équilibre est donnée par l'égalité

$$(10)\qquad (Z'-Z)+(Z'-\zeta)s(1+s)\frac{\partial}{\partial s}\log f(s, T) = \Psi - F_A.$$

On voit alors que l'équilibre est établi pour une certaine valeur de la hauteur $Z'-Z$ de la colonne liquide soulevée; cette valeur dépend de la nature de la dissolution et de sa concentration; elle ne dépend pas de la nature de la membrane; mais en outre, grâce à la présence du terme ζ, *cette hauteur dépend de la forme de l'osmomètre et de la profondeur à laquelle il est immergé.*

Cette dépendance n'a point été remarquée par M. Van t'Hoff. M. Van t'Hoff, il est vrai, n'applique ses calculs qu'aux solutions infiniment diluées, mais il est facile de voir que, même pour les solutions infiniment diluées, le terme en $(Z'-\zeta)$ ne peut, dans l'égalité (10), être négligé en présence du terme en $(Z'-Z)$.

Supposons, pour fixer les idées, que la dissolution du sel considéré dans l'eau ait lieu sans contraction ni dilatation. Soit Δ_A le poids spécifique de l'eau pure à la température T; soit Δ_B le poids spécifique du sel solide à la même température. Le volume de la dissolution étant égal, par hypothèse, à la somme des volumes qu'occuperaient isolément les corps qui la composent, nous aurons

$$\frac{m_A}{\Delta_A}+\frac{m_B}{\Delta_B}=\frac{m_A+m_B}{\Delta}.$$

De là, nous déduisons

$$(11)\qquad \Delta=\frac{(m_A+m_B)\Delta_A\Delta_B}{m_A\Delta_B+m_B\Delta_A}$$

et, par conséquent,

$$\frac{\partial\Delta}{\partial m_A}=\frac{\Delta_A\Delta_B}{m_A\Delta_B+m_B\Delta_A}\,\frac{m_B(\Delta_A-\Delta_B)}{m_A\Delta_B+m_B\Delta_A}.$$

Mais on a

$$V = \frac{m_A + m_B}{\Delta},$$

ou bien, en vertu de l'égalité (11),

$$V = \frac{m_A \Delta_B + m_B \Delta_A}{\Delta_A \Delta_B}.$$

On a donc

$$V \frac{\partial \Delta}{\partial m_A} = \frac{(\Delta_A - \Delta_B) m_B}{m_A \Delta_B + m_B \Delta_A}$$

ou bien, en vertu de l'égalité (9),

$$s(1+s) \frac{\partial}{\partial s} \log f(s, T) = \frac{(\Delta_B - \Delta_A) m_B}{m_A \Delta_B + m_B \Delta_A}.$$

L'égalité (10) peut alors s'écrire

$$(Z' - Z) + m_B \frac{\Delta_B - \Delta_A}{m_A \Delta_B + m_B \Delta_A} (Z' - \zeta) = \Psi - F_A.$$

Le terme qui renferme en facteur $Z' - \zeta$ est, pour les solutions infiniment diluées, un infiniment petit de l'ordre de m_B; il ne peut être négligé devant $Z' - Z$, ni devant $\Psi - F_A$, qui sont aussi des infiniment petits de l'ordre de m_B.

Nous venons de voir que le terme considéré ne peut être négligé pour les solutions que n'accompagne ni contraction ni dilatation. Il en est évidemment le même dans le cas général.

La loi qui règle les variations de la *hauteur osmotique* $Z' - Z$ est donc plus compliquée que M. Van t'Hoff ne l'avait indiqué. Néanmoins, l'étude de cette hauteur présente une grande importance. En effet, dans l'égalité (10), toutes les quantités qui figurent au premier membre sont directement accessibles à l'expérience. Cette égalité nous fournit donc un moyen de mesurer la différence $\Psi - F_A$, différence de laquelle dépendent toutes les propriétés de l'eau que renferme la dissolution.

M. Van t'Hoff considère, en général, non la hauteur osmotique $Z' - Z$, mais la *pression osmotique*, qui a pour valeur

$$(Z' - Z) f(s, T).$$

Pour les solutions aqueuses infiniment étendues, $f(s, T)$ diffère infiniment peu de 1, en sorte que cette substitution est sans

importance. Les remarques précédentes s'appliquent donc aussi à la pression osmotique; celle-ci dépend de la forme de l'osmomètre.

3. *Relation entre la hauteur osmotique et la température.* —Cherchons la signification de l'expression

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{T}}(\Psi - \mathrm{F_A}).$$

Soit Σ l'entropie de 1^{kg} d'eau dans les conditions de température et de pression où le système se trouve placé. D'après une propriété fondamentale du potentiel thermodynamique ([1]), on a

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathrm{T}} = -\mathrm{E}\Sigma,$$

E désignant l'équivalent mécanique de la chaleur.

Soit X le potentiel thermodynamique sous pression constante de la dissolution; on a

$$\mathrm{X} = m_\mathrm{A}\mathrm{F_A} + m_\mathrm{B}\mathrm{F_B},$$

d'après l'égalité (2). Soit S l'entropie de la dissolution. La même propriété du potentiel thermodynamique donne

$$\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial \mathrm{T}} = -\mathrm{ES}.$$

De cette relation, on déduit

$$\frac{\partial^2 \mathrm{X}}{\partial \mathrm{T}\, \partial m_\mathrm{A}} = -\mathrm{E}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial m_\mathrm{A}}$$

ou bien, en vertu de la définition de $\mathrm{F_A}$,

$$\frac{\partial \mathrm{F_A}}{\partial \mathrm{T}} = -\mathrm{E}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial m_\mathrm{A}}.$$

En réunissant ces divers résultats, on trouve

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{T}}(\Psi - \mathrm{F_A}) = -\mathrm{E}\left(\Sigma - \frac{\partial \mathrm{S}}{\partial m_\mathrm{A}}\right). \tag{12}$$

On peut donner à cette relation une autre forme.

([1]) *Le Potentiel thermodynamique et ses applications*, égalité (12), p. 11.

Lorsqu'à la dissolution qui renferme un poids d'eau m_A et un poids de sel m_B nous ajoutons un poids d'eau dm_A, une quantité de chaleur L dm_A est dégagée; cette quantité se compose de deux parties : une quantité de chaleur compensée $\lambda_1\, dm_A$, et une quantité de chaleur non compensée $\lambda_2\, dm_A$. Les définitions mêmes de l'entropie et du potentiel thermodynamique nous permettent d'écrire

$$\lambda_1 dm_A = -\mathrm{T}\left(\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial m_A} - \Sigma\right) dm_A,$$

$$\lambda_2 dm_A = -\frac{1}{\mathrm{E}}(\mathrm{F}_A - \Psi)\, dm_A.$$

De ces deux relations, on déduit

$$\mathrm{L}\, dm_A = -\frac{1}{\mathrm{E}}(\mathrm{F}_A - \Psi)\, dm_A + \mathrm{T}\left(\Sigma - \frac{\partial \mathrm{S}}{\partial m_A}\right) dm_A.$$

L'égalité (12) devient alors

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{T}}(\Psi - \mathrm{F}_A) - \frac{\Psi - \mathrm{F}_A}{\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{EL}}{\mathrm{T}}.$$

Si, dans cette dernière égalité, on remplace $(\Psi - \mathrm{F}_A)$ par sa valeur déduite de l'égalité (10), on trouve

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial(\mathrm{Z}' - \mathrm{Z})}{\partial \mathrm{T}} - \frac{\mathrm{Z}' - \mathrm{Z}}{\mathrm{T}} \\ &\quad + \left[\frac{\partial(\mathrm{Z}' - \zeta)}{\partial \mathrm{T}} - \frac{\mathrm{Z}' - \zeta}{\mathrm{T}}\right] s(1+s)\frac{\partial}{\partial s}\log f(s, \mathrm{T}) \\ &\quad\quad + (\mathrm{Z}' - \zeta)\, s(1+s)\frac{\partial^2}{\partial s\, \partial \mathrm{T}}\log f(s, \mathrm{T}) = \frac{\mathrm{EL}}{\mathrm{T}}. \end{aligned} \right.$$

Cette égalité constitue une corrélation intéressante, puisqu'elle relie entre elles une série de quantités : hauteur osmotique, variation que cette hauteur subit par une élévation de température, variations de la densité avec la concentration et la température, chaleur de dilution, quantités qui peuvent toutes être déterminées expérimentalement. Mais elle diffère notablement de la relation [1]

$$\frac{\partial(\mathrm{Z}' - \mathrm{Z})}{\partial \mathrm{T}} - \frac{\mathrm{Z}' - \mathrm{Z}}{\mathrm{T}} = 0,$$

---

[1] J.-H. Van t'Hoff, *L'équilibre chimique dans les systèmes gazeux ou dissous à l'état dilué* (*Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, t. XX, p. 251).

proposée par M. Van t'Hoff comme une conséquence des principes de la Thermodynamique. M. Van t'Hoff, il est vrai, ne propose cette dernière relation que pour les solutions infiniment diluées. Mais, même pour ces solutions, aucun des termes qui composent l'égalité (13) ne peut être négligé, car ils sont tous infiniment petits du même ordre.

La relation (13) ne renferme aucune espèce d'approximation. Elle est exacte, quel que soit le degré de dilution de la dissolution.

4. *Relation entre la hauteur osmotique et la tension de vapeur saturée de la dissolution.* — Soit p la tension de vapeur saturée, à la température T, d'une dissolution renfermant un poids m_A d'eau et un poids m_B de sel dissous. Soit $\Phi(p, T)$ le potentiel thermodynamique de 1^{kg} de vapeur d'eau sous la pression p, à la température T. La relation qui lie la tension de vapeur saturée à la température et à la concentration est la suivante (1)

$$\Phi(p, T) = F_A.$$

Si l'on néglige la compressibilité des liquides, si l'on néglige leur volume spécifique, en comparaison du volume spécifique des vapeurs, cette relation peut être remplacée par la suivante (2)

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{1}{v} \frac{\partial F_A}{\partial s},$$

v désignant le volume de 1^{kg} de vapeur d'eau sous la pression p, à la température T.

Si l'on suppose que l'on puisse appliquer à l'eau avec une approximation suffisante les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, on aura

$$pv = RT,$$

R étant une constante, et la relation précédente deviendra

$$RT \frac{\partial}{\partial s} \log p = \frac{\partial F_A}{\partial s}.$$

(1) *Le Potentiel thermodynamique et ses applications*, égalité (35), p. 37.
(2) *Ibid.*, égalité (37), p. 40.

En intégrant depuis $s = 0$ jusqu'à $s = s$ cette nouvelle égalité, et en désignant par ϖ la valeur que prend p pour $s = 0$, c'est-à-dire la tension de vapeur saturée de l'eau pure à la température T, on aura

$$\mathrm{RT} \log \frac{p}{\varpi} = \mathrm{F_A} - \Psi.$$

En reportant dans l'égalité (10) la valeur de $\mathrm{F_A} - \Psi$ ainsi obtenue, on trouve l'égalité

$$(14) \qquad \mathrm{RT} \log \frac{p}{\varpi} = (\mathrm{Z}' - \mathrm{Z}) + (\mathrm{Z}' - \zeta) s(1+s) \frac{\partial}{\partial s} \log f(s, \mathrm{T}).$$

Cette égalité (14) constitue une corrélation entre la tension de vapeur saturée, la hauteur osmotique et un certain nombre d'autres quantités qui, toutes, sont accessibles à une détermination directe.

Des considérations exposées par M. Van t'Hoff (1) résulterait la conséquence suivante : *Si deux dissolutions de nature différente ont à la même température la même tension de vapeur saturée, elles correspondent à des hauteurs osmotiques égales.*

Si les deux dissolutions ont, à la température T, la même tension p de vapeur saturée, l'expression

$$\mathrm{RT} \log \frac{p}{\varpi}$$

a la même valeur pour ces deux dissolutions. D'autre part, si ces deux dissolutions présentaient des hauteurs osmotiques égales, dans des osmomètres identiques, les expressions $(\mathrm{Z}' - \mathrm{Z})$, $(\mathrm{Z}' - \zeta)$ auraient pour les deux dissolutions les mêmes valeurs. Dès lors, si la proposition de M. Van t'Hoff était exacte, l'expression

$$s(1+s) \frac{\partial}{\partial s} \log f(s, \mathrm{T})$$

aurait la même valeur pour les deux dissolutions; comme cela n'aura évidemment pas lieu, en général, la proposition ci-dessus énoncée ne saurait être exacte d'une manière générale.

(1) J.-H. Van t'Hoff, *L'équilibre chimique dans les systèmes gazeux ou dissous à l'état dilué* (*Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, t. XX, p. 270; 1885).

5. *Relation entre la hauteur osmotique et l'abaissement du point de congélation.* — M. Van t'Hoff énonce une proposition analogue à la précédente touchant l'abaissement du point de congélation produit par la dissolution d'un sel dans l'eau. « D'après la Thermodynamique, dit-il ([1]), il est nécessaire que deux solutions offrant le même point de congélation produisent aussi la même pression osmotique. » Examinons si cette proposition peut être exacte d'une manière générale.

Soit $\Phi(p, T)$ le potentiel thermodynamique de 1^{kg} de glace sous la pression constante p à la température T. Si T est le point de congélation d'une dissolution sous la pression p, on a ([2])

$$\Phi(p, T) = F_A.$$

L'égalité (10) peut alors s'écrire

$$\Psi(p, T) - \Phi(p, T) = (Z' - Z) + (Z' - \zeta) s(1 + s) \frac{\partial}{\partial s} \log f(s, T).$$

Si deux dissolutions ont, sous la même pression p, le même point de congélation T, le premier membre a la même valeur pour les deux dissolutions. Pour que ces deux dissolutions présentent, dans des osmomètres identiques, des hauteurs osmotiques égales, il faudrait que les quantités $(Z' - Z)$, $(Z' - \zeta)$ aient, pour ces deux dissolutions, les mêmes valeurs. Il faudrait, par conséquent, que l'expression

$$s(1 + s) \frac{\partial}{\partial s} \log f(s, T)$$

ait, pour toutes deux, la même valeur. Comme cette condition n'est pas généralement remplie, la proposition énoncée par M. Van t'Hoff ne peut être exacte en général.

Cette proposition doit être rectifiée de la manière suivante : Si deux dissolutions ont le même point de congélation, la quantité

$$(Z' - Z) + (Z' - \zeta) s(1 + s) \frac{\partial}{\partial s} \log f(s, T)$$

a, pour ces deux dissolutions, la même valeur.

([1]) J.-H. Van t'Hoff, *L'équilibre chimique dans les systèmes gazeux ou dissous à l'état dilué* (*Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, t. XX, p. 273; 1885).

([2]) *Le Potentiel thermodynamique et ses applications*, égalité (77), p. 130.

Les résultats auxquels conduit la présente étude renferment plusieurs corrélations entre la hauteur osmotique et d'autres propriétés des dissolutions salines; ils justifient donc l'importance attribuée par M. Van t'Hoff à la considération de la hauteur osmotique; mais, en même temps, ils montrent la nécessité de modifier et de compléter quelques-unes des propositions auxquelles M. Van t'Hoff avait été conduit par une application moins rigoureuse des principes de la Thermodynamique.

J.-H. POINTING. — Discharge of electricity in a imperfect insulator (Décharge électrique dans un isolant imparfait); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXVI, p. 419; 1886.

Considérant que la théorie de la décharge résiduelle donnée par Maxwell est difficile à saisir, l'auteur se propose de rattacher cette théorie à une hypothèse sur la nature du courant électrique, qu'il a l'intention de publier prochainement. Il expose d'abord son hypothèse, du moins en ce qui concerne le sujet actuel.

Soit un condensateur dont les armatures sont A et B; le diélectrique de ce condensateur peut être décomposé à l'aide de tubes d'induction-unités et de surfaces équipotentielles graduées en cellules *unités,* dont chacune est supposée contenir l'unité d'énergie (Maxwell). Imaginons que ce condensateur se décharge par l'intermédiaire de fils dans un second CD, non chargé. La charge totale reste la même, mais le potentiel a baissé; il en résulte que le nombre des tubes d'induction est resté le même, mais que le nombre des cellules a diminué dans chacun d'eux, l'énergie correspondant à cette diminution ayant été transmise aux fils, où elle a été dissipée sous forme de chaleur. On peut dire que, lors de la décharge, les tubes d'induction se sont déplacés de l'espace compris entre A et B jusqu'à l'espace compris entre C et D; la diminution d'énergie peut être attribuée à ce qu'une partie de chacun des tubes entre dans les fils, dans lesquels l'induction disparaît, l'énergie s'y convertissant en chaleur. Dans le cas de la décharge complète d'un condensateur par un fil conjonctif, la totalité des tubes d'induction vient disparaître dans le fil.

L'auteur considère ensuite le cas d'un condensateur dans lequel le diélectrique, tout en étant homogène, est imparfaitement conducteur, de telle façon que la charge y disparaisse spontanément. Au lieu de considérer, comme Maxwell, ce phénomène comme résultant à la fois d'un relâchement dans l'état de contrainte diélectrique et d'un courant de conduction égal et de sens contraire, M. Pointing n'admet que le relâchement dans l'état de contrainte diélectrique. L'énergie est graduellement convertie en chaleur dans le lieu même où elle existait à l'état électrique : elle ne se transporte pas, et l'induction décroît également tout le long d'un tube. Si l'on joint à l'aide d'un fil les armatures du condensateur, le transport de l'induction dans le fil a lieu d'un seul coup, et le système entier sera entièrement déchargé avec production d'énergie magnétique.

Un cas plus compliqué est celui d'un diélectrique stratifié, formé de couches possédant des résistances spécifiques différentes, la constante diélectrique étant toutefois la même dans les différentes couches. Dans les couches meilleures conductrices, le relâchement de l'état diélectrique se produira plus rapidement, de telle façon que dans chacune des couches il y aura une charge négative sur la surface la plus voisine de l'armature +, et une charge positive sur la surface la plus voisine de l'armature —, l'induction ayant encore partout le même sens. Déchargeons maintenant les armatures à l'aide d'un fil : le même nombre de tubes de force doit être entré dans toutes les portions du fil, autrement celui-ci posséderait des charges en quelques-uns de ses points : par suite, le même nombre de tubes doit être sorti de chaque couche dans le sens positif. Il en résulte un renversement de l'induction dans les couches où l'induction baisse le plus rapidement : cela signifie que, après que leur induction positive les a abandonnées entièrement, des tubes provenant d'autres couches se sont courbés et les ont pénétrés en les chargeant dans la direction opposée.

Une fois la différence de potentiel des armatures amenée à zéro, enlevons le fil : l'induction diminuant plus rapidement dans les couches où elle est négative, l'induction totale, d'une armature à l'autre, passe de la valeur zéro à une valeur positive : de là formation d'un résidu.

L'auteur montre l'analogie entre la formation du résidu élec-

trique et celle du résidu élastique. Il reprend à la fin de son Mémoire le calcul de Maxwell relatif à la décharge résiduelle en le modifiant pour l'adapter à la théorie qu'il propose.

G. HANSEMANN. — Eine neue Methode zur Bestimmung der Schwingungsdauer von Magnetstäben (Méthode nouvelle pour déterminer la durée des oscillations de barreaux aimantés); *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 245; 1886.

Cette méthode consiste en une sorte d'enregistrement photographique des oscillations. Le barreau aimanté est muni d'un miroir dans lequel se réfléchit l'image d'un diaphragme éclairé toutes les secondes pendant un intervalle de temps excessivement court. Un appareil photographique, dirigé vers le miroir, permet d'obtenir la photographie instantanée de cette image dans une série de positions successives correspondant à des intervalles d'une seconde. L'examen micrométrique du cliché obtenu permet de déterminer la phase de l'oscillation pour les différentes époques de l'éclairement instantané : on a, pour cela, établi préalablement une série de repères en comparant, pour un certain nombre de positions fixes du miroir, l'épreuve photographique à l'indication fournie par une échelle divisée et une lunette employée à la manière habituelle.

Le Mémoire renferme des détails circonstanciés sur la disposition des appareils et sur l'emploi de la méthode; il suffit d'un très petit nombre d'oscillations pour pouvoir atteindre la précision qu'on n'obtient, par les méthodes ordinaires, qu'à l'aide de longues séries d'observations : c'est là une supériorité incontestable du nouveau procédé, qui exige malheureusement une installation un peu compliquée et des mesures délicates.

E. RIVIÈRE.

W. SIEMENS. — Ueber die Erhaltung der Kraft im Luftmeere (Sur la conservation de l'énergie dans l'atmosphère); *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 263; 1886.

L'auteur, prenant pour unique point de départ le principe de la conservation de la force vive, et se bornant au cas hypothétique où la surface du globe serait partout identique, expose le mécanisme de la circulation générale de l'atmosphère. Il ne fait intervenir les différences de pression que pour expliquer les phénomènes accessoires et rapporte les mouvements généraux des grandes masses d'air à l'élan qu'elles ont pris dans le voisinage de l'équateur en absorbant la chaleur solaire : l'air, fortement échauffé au contact du sol dans les contrées intertropicales, s'élève avec une vitesse qui croît rapidement avec l'altitude, à cause de la raréfaction qu'il subit en montant; peut-être même donne-t-il naissance, à la limite de l'atmosphère, à quelque chose d'analogue aux protubérances solaires. La force vive qu'il possède alors l'emporte vers les régions polaires où les courants, en se rencontrant, se réfléchissent vers l'équateur; elle se retrouve dans les bourrasques des régions tempérées, et ne peut guère être détruite que par des frottements contre la surface du globe et en partie aussi par le frottement des masses d'air les unes contre les autres.

Les alizés constituent, comme on l'admet généralement, la partie inférieure des tourbillons à axe horizontal, dont la partie supérieure forme les contre-alizés; mais la rencontre, au-dessus de l'équateur, des alizés des deux hémisphères ne donne pas seulement naissance au courant ascendant qui se déverse dans les régions supérieures de l'atmosphère : elle produit encore une sorte de remous dans lequel une portion de l'air, au lieu de continuer son mouvement vers l'ouest, revient en sens inverse et, se trouvant avoir la même vitesse absolue qu'à la surface du sol, produit le repos relatif des calmes équatoriaux.

Les phénomènes compliqués et irréguliers des régions tempérées sont d'une analyse plus difficile. Les contre-alizés, en se rencontrant dans les hautes latitudes, doivent produire de place en place comme des encombrements et, par suite, des maxima de pression; mais, dès que la circulation de l'air, et en particulier le retour vers l'équateur, se rétablit d'une manière régulière, la grande vitesse

des courants qui en résultent détermine dans leur voisinage une baisse du baromètre.

L'auteur envisage aussi d'une façon particulière l'influence de la rotation de la Terre sur la direction des vents : qu'on imagine d'abord toute l'atmosphère immobile par rapport au globe terrestre, c'est-à-dire possédant en chaque point une vitesse égale à celle du sol, puis qu'on en suppose toutes les parties brusquement et intimement mélangées, l'ensemble conservant sa force vive totale; elle prendra partout la même vitesse absolue. Cette vitesse sera plus faible que celle des régions équatoriales, au-dessus desquelles soufflera un vent d'est; plus grande que celle des régions polaires, sur lesquelles soufflera un vent d'ouest, et elle se trouvera égale à celle du 35[e] parallèle, où l'air continuera d'être en repos relatif. En réalité, les courants incessants qui sillonnent l'atmosphère et mélangent continuellement l'air des pôles et celui de l'équateur produiront, dans une certaine mesure, le même résultat : aux latitudes inférieures à 35°, la direction de l'est à l'ouest doit prédominer; l'alizé est en effet dirigé au sud-ouest et, d'après M. Siemens, le contre-alizé doit l'être vers le nord-ouest; à la latitude de 35°, les vents dominants sont parallèles au méridien, et aux latitudes plus élevées les vents d'ouest sont d'autant plus fréquents qu'on s'approche davantage du pôle. L'auteur rappelle d'ailleurs que cette propriété du parallèle de 35° avait été déjà signalée par Ferrel.

Ce Mémoire se termine par quelques considérations sur la formation des nuages par le contact des poussières de l'air avec la vapeur d'eau sursaturante des hautes régions de l'air.

E. Rivière.

R. GERHARDT. — Ueber die Rohrflöte, ein Pfeifenregister der Orgel (Sur le *Jeu de flûtes* des grandes orgues); *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 281; 1886.

Le Mémoire de M. Gerhardt renferme une étude expérimentale et théorique des tuyaux sonores qui, dans les grandes orgues, composent le registre des flûtes : ce sont des tuyaux fermés, munis à leur extrémité d'un petit tube ouvert à ses deux bouts.

L'expérience montre que l'adjonction de ce tube a pour premier effet de hausser le son fondamental du tuyau; cet effet augmente avec le diamètre du tube, diminue au contraire quand on en fait croître la longueur, mais on n'aperçoit, au premier abord, aucune relation simple entre ses dimensions et le changement de ton qu'il produit.

La question est traitée par le calcul à l'aide d'une méthode analogue à celle qu'on trouve exposée dans un Mémoire de Bourget, ayant pour titre : *Théorie mathématique des expériences de Pinaud relatives aux sons rendus par les tubes chauffés*.

Soient :

q la section du tuyau :
q' celle du tube;
l la longueur du tuyau;
l' celle du tube;
a la vitesse du son qu'on suppose la même dans le tuyau et dans le tube;
p une quelconque des racines de l'équation

$$q' \operatorname{tang} pl + q \operatorname{tang} pl' = 0; \tag{1}$$

on trouve que le nombre des vibrations d'un son qui peut être renforcé par le tuyau est donné par la formule générale

$$n = \frac{pa}{2\pi}. \tag{2}$$

On a le son fondamental en prenant pour p le nombre correspondant au plus petit des arcs qui satisfont à l'équation (1).

La comparaison du calcul avec l'expérience montre un accord aussi satisfaisant qu'on pouvait l'espérer.

Mais ces tuyaux ne donnent pas seulement le son fondamental; ils rendent en réalité des sons complexes que l'auteur a analysés à l'aide de résonateurs d'Helmholtz. Les sons composants satisfont, comme le son fondamental, à l'équation (1); ces sons ne sont pas des harmoniques du son fondamental, comme dans les tuyaux fermés ordinaires : ils sont plus bas que ces harmoniques, et s'en écartent d'autant plus que les rapports $\frac{q'}{q}$ et $\frac{l'}{l}$ sont plus grands; ils sortent aussi plus facilement que les harmoniques des tuyaux

ordinaires, et cette double circonstance peut enlever au son rendu par le tuyau tout caractère musical. Toutefois, si les rapports $\frac{q'}{q}$ et $\frac{l'}{l}$ sont assez petits pour que les sons composants se rapprochent des harmoniques, et si la bouche du tuyau est assez large pour qu'ils ne sonnent que faiblement, ils n'ont guère d'autre effet que de rendre la note du tuyau plus claire, et l'on s'explique que des constructeurs aient eu l'idée de modifier ainsi les tuyaux fermés pour améliorer les sons, toujours un peu sourds, rendus par ces instruments.

Le Mémoire se termine par quelques considérations relatives à l'influence de la bouche sur le timbre d'un tuyau; ces considérations sont d'ailleurs moins neuves que l'auteur ne le suppose, car on trouve dans les Catalogues les plus anciens d'appareils d'Acoustique un tuyau dont la lèvre supérieure est mobile pour montrer l'influence de l'ouverture de la bouche sur le son et sur le timbre.

E. Rivière.

W. ALEXEJEW. — Ueber Lösungen (Sur la dissolution réciproque des liquides); *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 305; 1886.

Si, à la température ordinaire, on agite vivement deux liquides A et B, de manière à les mélanger aussi intimement que possible, et qu'on les laisse ensuite reposer, on voit, le plus souvent, la liqueur se partager en deux couches, l'une constituée surtout par le liquide A, ne renfermant qu'une petite quantité du liquide B, et pouvant être considérée comme une dissolution saturée de B dans le liquide A; l'autre qui sera surtout composée de B et qu'on pourra, de même, appeler une dissolution saturée de A dans le liquide B. Deux liquides forment donc, à une température déterminée, deux dissolutions saturées distinctes, dont les compositions respectives pourront être définies par les rapports du poids d'un des deux liquides au poids de la dissolution.

L'auteur, dans la première Partie de son travail, étudie cette dissolution réciproque en choisissant d'abord des liquides n'ayant certainement aucune action chimique l'un sur l'autre : tels sont

les groupes formés par l'*eau* avec l'*aniline*, le *phénol*, le *phénate de phénylamine*, l'*acide benzoïque*, l'*acide salicylique*, l'*acide métanitrobenzoïque*, ou par le *soufre* avec la *benzine*, le *toluène*, la *benzine chlorée*, l'*aniline*. L'analyse des dissolutions conduit alors aux résultats suivants :

1° A mesure que la température s'élève, la solubilité réciproque croît régulièrement, c'est-à-dire que la proportion de l'un des liquides augmente dans la dissolution qui, à basse température, en renferme le moins, et diminue dans l'autre; à une certaine température, la composition des deux dissolutions devient identique; à cette température et au delà, les deux liquides se mêlent en toute proportion.

2° La solubilité du liquide A dans le liquide B est, en général, différente de la solubilité du liquide B dans le liquide A : dans les exemples cités, l'eau et le soufre sont plus solubles que les liquides auxquels ils sont associés.

3° La dissolution réciproque est toujours accompagnée d'une absorption de chaleur dont le maximum a lieu, à une température déterminée, quand les proportions des deux liquides se rapprochent le plus de l'égalité.

4° La capacité calorifique de la dissolution est égale ou supérieure à la moyenne des capacités calorifiques des éléments.

On arrive à des résultats plus complexes en étudiant la dissolution dans l'eau de liquides susceptibles de former des hydrates plus ou moins stables. Dans ce cas, les courbes de solubilité ont une allure tout autre; en général, si la température s'élève progressivement, les solubilités respectives, après avoir crû d'abord, comme dans le cas précédent, passent par un maximum, diminuent pour passer ensemble par un minimum, puis augmentent de nouveau jusqu'à la température où le mélange se fait en toute proportion : c'est ainsi que se comportent l'*alcool amylique* et les isomères de l'*alcool butylique*. Si l'on admet que l'hydrate formé à basse température soit plus soluble que la substance anhydre, la diminution de solubilité observée peut être la conséquence d'une destruction progressive de l'hydrate par la chaleur : le sulfate de soude, dont la solubilité croît d'abord jusqu'à 33°, puis décroît pour passer par un minimum, présente un phénomène analogue.

Il y a d'autres liquides qui ne forment avec l'eau qu'une dissolution et, s'ils sont en excès, restent séparés de cette dissolution à l'état anhydre : tel est le *brome,* duquel on peut dire qu'il se dissout dans l'eau, mais ne la dissout pas; telle est aussi la *triéthylamine,* du moins au delà d'une certaine température. Ces liquides sont, en outre, d'autant moins solubles que la température est plus élevée, fait qu'on peut expliquer encore par l'existence d'hydrates que la chaleur dissocie.

Le phénomène calorifique accompagnant ces sortes de dissolutions n'a pas toujours le même signe, et c'est tantôt un dégagement, tantôt une absorption de chaleur. Si l'on admet que la combinaison de deux liquides donne toujours un dégagement, et la dissolution proprement dite une absorption de chaleur, la formation d'hydrates solubles permet encore d'expliquer ces différences. Par exemple, l'*éther,* l'*alcool amylique,* l'*alcool isobutylique* produisent un dégagement de chaleur en se dissolvant dans l'eau, une absorption quand l'eau s'y dissout, parce que leurs hydrates, stables en présence d'un excès d'eau, mais instables en présence d'un excès de liquide, dégagent, dans le premier cas, une quantité de chaleur notable et laissent, dans le second cas, prédominer le phénomène calorifique dû à la dissolution. Ce dégagement de chaleur dans le premier cas est lui-même variable avec la température et peut, à partir d'une température assez élevée, faire place à une absorption, quand l'hydrate est complètement détruit par la chaleur; cette circonstance coïncide d'ailleurs avec le minimum de solubilité signalé et expliqué plus haut.

Dans la seconde Partie de son travail, l'auteur étudie le phénomène suivant : l'*acide salicylique,* qui est solide à la température ordinaire, possède, à l'état solide, une solubilité bien définie qui croît rapidement, quand la température s'élève, jusqu'à une certaine température où la solubilité est indéfinie. D'autre part, si l'on refroidit une dissolution saturée dans laquelle toute trace de solide a disparu, cette dissolution peut rester sursaturée; mais, à une température déterminée, il se produit un phénomène singulier : la liqueur sursaturée se sépare en deux couches de compositions différentes, comme le ferait un mélange de deux liquides; l'une de ces couches peut être regardée comme une dissolution d'acide salicylique liquide dans l'eau, l'autre comme une dissolu-

tion d'eau dans l'acide salicylique liquide. A une température déterminée, l'acide salicylique possède donc trois coefficients de solubilité : un relatif à l'état solide, deux relatifs à l'état liquide ; la courbe de solubilité à l'état liquide a d'ailleurs la même allure que celles de l'aniline, du phénol, etc. Il est remarquable que cette sorte d'état liquide en dissolution s'observe bien au-dessous de la température de fusion normale de la substance; mais il ne persiste pas aux températures les plus basses : au-dessous de 41°, par exemple, la dissolution sursaturée d'acide salicylique laisse déposer de l'acide salicylique solide.

L'*acide benzoïque* présente des phénomènes analogues, mais se distingue de la substance précédente en ce que ses deux courbes de solubilité se rencontrent; cette circonstance se traduit expérimentalement par ce fait que l'acide benzoïque fond, au contact de l'eau, à une température inférieure à sa température de fusion normale, et présente alors le phénomène de deux liquides qui se dissolvent réciproquement, sans qu'on ait été obligé de passer par l'intermédiaire d'une dissolution sursaturée.

L'auteur ne doute pas que les dissolutions salines sursaturées ne puissent présenter, à des températures suffisamment basses, les mêmes apparences que la dissolution d'acide salicylique, et le phénomène de la sursaturation est, pour lui, lié directement à la fusibilité de la substance considérée ou à l'existence d'un hydrate facilement fusible. E. Rivière.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. X ; février 1887.

G. Macé de Lépinay. — *Détermination de la valeur absolue de la longueur d'onde de la raie* D, p. 170.

A. Righi. — *Recherches expérimentales sur la lumière polarisée réfléchie par la surface équatoriale d'un aimant,* p. 200.

Mars 1887.

L. Godard. — *Sur la diffusion de la chaleur,* p. 354.

TABLE DES MATIÈRES.

MARS 1887.

12680 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — AVRIL 1887.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue de Bécon, n° 55, à Courbevoie (Seine). Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (Seine).

SUR LA DIFFUSION DE LA CHALEUR;

PAR M. LÉON GODARD.

I. *Historique.* — Le fait de la diffusion de la chaleur par les substances blanches et dépolies est de ceux qui ont été connus de tous temps. En 1802, Herschel montre qu'une surface mate, telle que du papier ou un métal dépoli, renvoie de la chaleur dans des directions toutes différentes de celle de la réflexion régulière. Melloni (¹), en 1840, donne une étude détaillée de ce phénomène. Dès 1848, F. de la Provostaye et P. Desains montrent que, si de la chaleur solaire tombe normalement sur une plaque de céruse, les quantités de chaleur diffusée varient proportionnellement au cosinus de l'obliquité, et que le cinabre et le chromate de plomb viennent, sous le rapport de la diffusion, se ranger tout près de la céruse (²). En 1880, M. Maquenne (³) vérifie sensiblement la loi du cosinus de l'obliquité pour la céruse, en prenant pour source de chaleur la lampe Bourbouze-Wiesnegg. Toutefois les déviations qu'il obtient quand la pile est inclinée de 70° et de 80° sur la normale sont trop faibles.

Mes expériences sur la diffusion de la chaleur étaient terminées, lorsque parut sur ce même sujet un travail de M. Knut Angström, travail déjà analysé dans ce Journal (⁴).

II. *De la préparation des plaques diffusantes.* — Melloni mélangeait ses poudres avec de la gomme ou de la glu. MM. Masson et Courtépée (⁵) ont fait de même. F. de la Provostaye et P. Desains étendaient sur des lames de verre des substances pulvérisées, mises en suspension dans de l'eau légèrement gommée. M. Maquenne appliquait la céruse avec de la gomme sur une feuille de papier blanc. Mais la gomme et la glu sont des radiateurs et des

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 2ᵉ série, t. LXXV.
(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XXXIV.
(³) Thèses présentées à la Faculté des Sciences de Paris; 1880.
(⁴) *Ueber die Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen* (*Wied. Annalen*, t. XXVI, p. 253; 1885); *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 38, janvier 1886, et p. 286, juin 1886.
(⁵) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XXV, p. 936.

absorbants puissants comme le noir de fumée. Chaque particule de la substance employée est donc enveloppée d'une sorte de vernis qui constitue en réalité la couche rayonnante. M. J. Tyndall a fait adhérer les poudres au moyen du soufre dissous dans le sulfure de carbone; la poudre s'engageait dans le ciment de soufre. C'est un progrès sur les méthodes anciennes, mais « chaque poudre en outre ([1]) était déposée sous une épaisseur assez grande pour empêcher le soufre d'entourer ses molécules ».

Or, dans mes expériences, il est nécessaire d'avoir des plaques diffusantes sous une épaisseur très faible, et dénuées de tout pouvoir réflecteur. Il fallait donc renoncer à la colle et au soufre pour fixer les substances. Les corps bien pulvérisés étaient mis en suspension dans de l'eau distillée. On répandait ce liquide sur des plaques de verre horizontales. L'eau s'évaporait à la température ambiante, et au bout de deux ou trois jours les plaques étaient faites. Je prenais toujours le soin de les exposer pendant quelques heures au soleil pour les dessécher complètement. Quand l'évaporation était trop rapide, les plaques présentaient des crevasses et donnaient de mauvais résultats. Quelques substances, telles que le cinabre et le chromate de plomb, ne purent être mélangées avec l'eau distillée. Je remplaçai l'eau par de l'alcool, et j'obtins des plaques très régulières. L'éther avait l'inconvénient de s'évaporer trop vite. J'ai pu obtenir ainsi, après une longue pratique, des plaques beaucoup moins fragiles que je ne le supposais. Dans d'autres expériences, où j'employais des substances solubles dans l'eau, je me contentais de placer la poudre entre deux lames de verre, ce qui me permettait au besoin de la comprimer légèrement. J'ai adopté aussi cette disposition pour la poudre de verre.

III. *Dispositions expérimentales.* — La disposition expérimentale est celle de F. de la Provostaye et P. Desains. Un faisceau de rayons solaires, renvoyé par un héliostat, tombait sur une glace inclinée à 45° sur la direction horizontale de ce faisceau. Une lentille le concentrait sur la plaque diffusante, placée au centre d'un

---

([1]) J. TYNDALL, *Influence des couleurs et de la condition mécanique sur la chaleur rayonnante* (Traduit de l'anglais par l'abbé Moigno. Gauthier-Villars; 1867).

cercle divisé horizontal. La pile thermo-électrique, munie d'une petite lentille destinée à rassembler les rayons diffusés, pouvait être placée en tous les points d'un hémisphère dont le centre coïncidait avec le centre de la plaque.

Dans les premières expériences, la source calorifique était le Soleil.

Dans tout ce qui va suivre, à moins que le contraire ne soit expressément mentionné, nous supposerons que la direction des rayons incidents est normale à la plaque. Les expériences ont été faites avec les substances suivantes :

Céruse.	Jaune de chrome.
Spath d'Islande.	Soufre.
Arragonite.	Iodure de plomb.
Carbonate de chaux.	Cinabre.
Carbonate de strontiane.	Minium.
Sel gemme.	Oxydes de mercure.
Poudre de verre.	Iodure de mercure.
Chlorure de potassium.	Argent en poudre.
Chlorure de sodium	Vert Schweinfurth.
Salmiac.	Vert de chrome.
Chlorhydrate d'ammoniaque.	Bleu Thenard.
Bromure de potassium.	Bleu outremer.
Bromure de sodium.	Silicate de cobalt.
Iodure de sodium.	Trisulfures d'antimoine.

IV. *Influence de l'épaisseur.* — Les plaques soumises aux expériences avaient diverses épaisseurs. On les déterminait au moyen du sphéromètre. On mesurait, à cet effet, l'épaisseur en trois ou quatre points différents de la plaque et l'on prenait la moyenne, ce qui permettait de reconnaître si la plaque était suffisamment régulière. On a constaté ainsi que la loi du cosinus de l'obliquité, établie par F. de la Provostaye et P. Desains pour la céruse, le cinabre et le chromate jaune de plomb, ne se vérifiait pas pour un certain nombre de plaques, faites avec ces substances, quand leur épaisseur était trop faible. Par contre, les plaques très épaisses suivaient cette loi.

C'est ce que montrent les Tableaux suivants :

TABLEAU I.

Céruse.

Angle formé par l'axe de la pile avec la normale.	Valeurs numériques des cosinus de l'obliquité.	Épaisseur : 0,388 ([1]). Déviations.	Épaisseur : 0,388 ([1]). Intensités relatives.	Intensités relatives. Épaisseur : 0,241.	Intensités relatives. Épaisseur : 0,316.
°		°			
0....	1	»	1	1	1
20....	0,94	8,5	0,944 A([2])	»	»
25....	0,906	8,25	0,916 »	0,86	0,90 A
30....	0,866	7,75	0,86 »	0,80	0,88
35....	0,819	7,25	0,80 »	0,75	0,82 »
40....	0,766	6,75	0,75 »	»	0,8 »
45....	0,707	6,25	0,694 »	0,72 A	0,74 »
50....	0,64	5,75	0,639 »	0,638 »	0,65 »
55....	0,573	5	0,55 »	0,56 »	0,56 »
60....	0,50	4,5	0,5 »	0,5 »	0,5 »
65....	0,422	3,75	0,416 »	0,42 »	0,40 »
70....	0,34	3	0,333 »	0,35 »	0,30 »
75....	0,259	2,25	0,25 »	0,25 »	0,22 »

TABLEAU II.

Bleu Thenard.

Angle formé par l'axe de la pile avec la normale.	Valeurs numériques des cosinus de l'obliquité.	Intensités relatives. Épaisseur : 0,146.	Intensités relatives. Épaisseur : 0,135.	Intensités relatives. Épaisseur : 0,118.	Intensités relatives. Épaisseur : 0,094.
°					
0...	1	1	1	1	1
20...	0,94	0,87	»	»	»
25...	0,906	0,86	»	»	0,79
30...	0,866	0,85 A	0,80	0,78	0,75
35...	0,819	0,80 »	0,79 A	0,78	0,70
40...	0,766	0,77 »	0,75 »	0,76 A	0,68
45...	0,707	0,70 »	0,69 »	0,70 »	0,63
50...	0,64	0,65 »	0,62 »	0,63 »	0,60
55...	0,573	0,60 »	0,56 »	0,58 »	0,56 A
60...	0,50	0,5 »	0,5 »	0,50 »	0,5 »
65...	0 422	0,45 »	0,43 »	0,427 »	0,416 »
70...	0,34	0,38 »	0,36 »	0,34 »	0,34 »
75...	0,259	0,30 »	0,25 »	»	0,26 »

([1]) L'épaisseur est évaluée en millimètres.

([2]) Dans ce Tableau, ainsi que dans les suivants, la lettre A indique l'angle à partir duquel la loi du cosinus de l'obliquité s'applique.

Dans tous ces Tableaux, pour calculer les intensités relatives, on partait toujours de la déviation obtenue à 60°. Le double de cette déviation était considéré comme étant la déviation que l'on aurait obtenue si l'on avait pu mettre la pile dans la direction même de la normale.

Il est sans doute utile de faire remarquer que l'intensité désignée par 1 quand il s'agit de la céruse n'est pas la même que celle désignée par 1 quand il s'agit d'une plaque de nature différente.

La loi du cosinus de l'obliquité ne s'applique pas d'une façon complète à toutes ces plaques.

Pour expliquer cette anomalie ([1]), j'admettrai l'influence de l'épaisseur de la lame diffusante, et par suite l'existence d'une épaisseur limite, à partir de laquelle la diffusion calorifique devra se faire dans les conditions normales, c'est-à-dire suivre la loi du cosinus de l'obliquité.

Soit ε l'épaisseur limite, et soit e l'épaisseur d'une plaque. Supposons

$$e < \varepsilon.$$

Les rayons solaires tombent en AB normalement à la plaque. La chaleur est diffusée dans toutes les directions. Soit CD une de ces directions. La chaleur reçue par la pile peut être considérée comme émanant du cylindre C'E'CE, dont l'épaisseur est CE. Le triangle rectangle CEF nous donne

$$EC = \frac{e}{\cos\alpha}.$$

Lorsque les rayons diffusés rasent la surface de la plaque, l'angle α est très grand, $\cos\alpha$ est très petit, et l'épaisseur EC du cylindre qui diffuse la chaleur peut devenir plus grande que l'épaisseur limite ε. Dans ces conditions, la loi du cosinus doit s'appliquer. Si nous faisons croître $\cos\alpha$, l'épaisseur EC diminue, et nous arriverons à une position pour laquelle EC deviendra égal à ε.

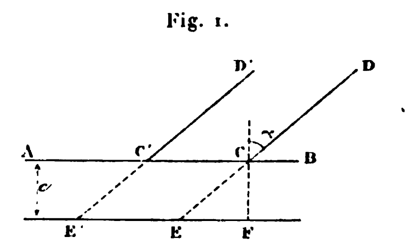
([1]) Il est bon de rappeler que Leslie a montré que le pouvoir réflecteur dépendait de l'épaisseur de la couche superficielle, et que Laplace a démontré la nécessité de faire intervenir l'action des points placés au-dessous de la surface, pour expliquer la loi du sinus relative à l'émission de la chaleur.

Soit γ l'angle correspondant, on a la relation

$$\varepsilon = \frac{e}{\cos\gamma}.$$

Si l'explication précédente est exacte, toute plaque, telle que son épaisseur est plus petite que l'épaisseur limite, devra suivre la loi du cosinus de l'obliquité pour les rayons diffusés rasant la surface ; la loi devra être brusquement rompue quand on prendra des rayons diffusés de plus en plus voisins de la normale.

Fig. 1.



En se reportant aux Tableaux donnés par l'expérience, on reconnaît que ces deux remarques se vérifient.

On déduit de là un moyen pour déterminer l'épaisseur limite ε ; il suffit de noter l'angle γ pour lequel la loi du cosinus cesse d'être applicable et de mesurer l'épaisseur de la lame soumise à l'expérience.

La loi du cosinus de l'obliquité, établie par F. de la Provostaye et P. Desains pour la céruse, le cinabre et le chromate jaune de plomb, s'applique aussi, comme les expériences l'ont montré, à la poudre de verre, au sel gemme, au vert de chrome, au vert de Schweinfurth, au bleu Thenard, au bleu outremer, etc., en un mot, à toutes les substances mates.

V. *De l'épaisseur limite* ε. — Nous allons calculer l'épaisseur limite ε correspondant à quelques-unes des substances que nous avons étudiées. Il est bien entendu que cette épaisseur limite, que nous déterminons au moyen de la pile thermo-électrique, ne sera évaluée qu'avec l'approximation que peut nous donner cette pile. On sait qu'il suffit de connaître l'épaisseur e de la plaque et l'angle γ correspondant.

TABLEAU III.

Substances.	Épaisseur.	Angle limite.	Épaisseur limite.	Moyenne.
		°		
Céruse	0,388	»	»	0,346
	0,241	45	0,345	
	0,316	25	0,351	
	0,219	50	0,342	
Cinabre	0,340	»	»	0,172
	0,163	20	0,173	
	0,149	30	0,174	
	0,119	45	0,168	
Chromate de plomb	0,317	»	»	0,252
	0,264	»	»	
	0,172	45	0,243	
	0,196	40	0,255	
	0,224	30	0,258	
Bleu Thenard	0,250	»	»	0,163
	0,146	30	0,169	
	0,135	35	0,166	
	0,118	40	0,155	
	0,094	55	0,164	

Les écarts qui existent entre les diverses déterminations de l'épaisseur limite pour une même substance sont dus à ce que les déviations de la pile ne sont mesurées que de 5° en 5°, et que par suite l'angle γ n'est pas déterminé bien exactement. Les nombres donnés pour l'épaisseur limite ne sont donc que des valeurs approchées.

Considérons maintenant une plaque d'épaisseur plus petite que cette épaisseur limite, que nous venons d'apprendre à calculer. On doit se demander ce que devient la chaleur qui n'est pas diffusée par la plaque, puisque, pour des angles plus petits que l'angle limite γ, les déviations sont toujours plus faibles que celles que l'expérience aurait données si la plaque obéissait complètement à la loi du cosinus. Cette chaleur a traversé la plaque.

Soit une plaque de blanc de céruse remplissant cette condition. La substance est déposée sur une lame de verre placée verticalement, comme dans la disposition expérimentale de F. de la Provostaye et P. Desains. Elle reçoit un faisceau horizontal de rayons calorifiques. Derrière la lame de verre et sur le trajet de ce faisceau,

on place la pile thermo-électrique. L'aiguille du galvanomètre est déviée, indiquant le passage d'une certaine quantité de chaleur. Si l'on remplace la plaque par une autre, telle que son épaisseur soit plus grande que l'épaisseur limite, l'aiguille reste immobile.

Le blanc de céruse est donc diathermane sous une épaisseur convenable. Or on sait que le verre ordinaire est diathermane et que, si l'on réduit ce verre en poudre, on obtient une poudre blanche comparable au blanc de céruse. Le carbonate de plomb se rencontre dans la nature cristallisé et transparent; supposons-le réduit en poudre, il donnera vraisemblablement une poudre blanche analogue à celle que nous trouvons dans le commerce sous le nom de *blanc de céruse*. Cette remarque est applicable à la chaux fluatée, la première cristallisée et diaphane, la seconde cristallisée et translucide. Il est donc permis de conclure que les particules de carbonate de plomb cristallisé, etc., conservent leur diathermanéité quand ces substances ont été pulvérisées; et l'on conçoit l'existence d'un nombre suffisant de ces petites parcelles pour empêcher la chaleur de passer, comme si chacune d'elles jouait le rôle des lames de glace que Melloni superposait pour étudier le décroissement du pouvoir diathermane avec l'épaisseur.

Si, dans l'expérience précédente, on substitue au blanc de céruse de la poudre de verre, du sel gemme ou du jaune de chrome, les effets obtenus sont analogues, quoique plus faibles dans ce dernier cas. Les plaques de cinabre et de substances vertes ou bleues ne donnent presque rien. Il est assez intéressant de rapprocher ce dernier résultat de celui qu'avait obtenu Melloni. Le sulfate de cuivre (1) bleu foncé, cristallisé, bien que diaphane, n'est pas diathermane. Son pouvoir diathermane est nul pour une épaisseur de $2^{mm},62$. Enfin, du verre bien transparent, coloré en vert par de l'oxyde de cuivre, est à peine diathermane.

Ajoutons que l'épaisseur limite, assez grande pour les substances facilement diathermanes, devient plus faible pour les substances qui présentent, même à l'état cristallisé, comme le sulfate de cuivre, un pouvoir diathermane presque nul.

VI. *Influence de la source de chaleur.* — Dans une deuxième

(1) A. Daguin, *Traité de Physique*, 4e édition, t. II.

série d'expériences, on a employé comme source calorifique le platine incandescent (lampe Bourbouze-Wiesnegg). La disposition expérimentale est toujours la même. Les résultats ont été calculés d'après la même méthode.

La loi des cosinus de l'obliquité s'applique aux plaques soumises aux expériences dans les mêmes conditions que pour la chaleur solaire. Toutefois, la valeur de l'angle limite γ n'est pas la même; dans tous les cas, elle est plus grande, comme on peut s'en rendre compte par le Tableau suivant :

TABLEAU IV.

Chromate jaune de plomb.

Angle formé par l'axe de la pile avec la normale.	Valeurs numériques des cosinus de l'obliquité.	Épaisseur : 0,264.			
		Soleil.		Lampe.	
		Déviations.	Intensités.	Déviations.	Intensités.
°		°		°	
0........	1	»	1	»	1
20........	0,94	8,1	0,95 A	»	»
25........	0,906	7,75	0,91 »	3,50	0,875
30........	0,866	7,5	0,88 »	3,50	0,875 A
35........	0,819	»	»	3,25	0,812 »
40........	0,766	6,5	0,76 »	3,0	0,75 »
45........	0,707	6,0	0,70 »	2,8	0,70 »
50........	0,64	5,5	0,64 »	2,75	0,68 »
55........	0,573	»	»	2,5	0,62 »
60........	0,50	4,25	0,5 »	2,0	0,5 »
65........	0,422	3,75	0,44 »	1,75	0,437 »
70........	0,34	3,25	0,38 »	1,5	0,37 »
75........	0,259	2,25	0,26 »	1	0,25 »

En prenant les moyennes des résultats obtenus, on a trouvé, pour les épaisseurs limites :

TABLEAU V.

Épaisseurs limites.

Substances.	Soleil.	Lampe.	Chaleur obscure.
		mm	
Verre finement pulvérisé........	0,81	1	1,15
Céruse........................	0,346	0,42	»
Cinabre.......................	0,172	0,32	0,36
Chromate de plomb............	0,252	0,30	»
Bleu Thenard..................	0,163	0,19	0,20

Il était intéressant de voir si les rayons obscurs se comportaient comme les rayons calorifiques lumineux. A cet effet, nous avons employé la chaleur donnée par la lampe Bourbouze-Wiesnegg, en la privant de sa partie lumineuse par son passage à travers une auge remplie de chloroforme iodé, et de $0^m,01$ d'épaisseur. La loi du cosinus de l'obliquité s'est encore trouvée vérifiée. Toutefois l'angle γ, pour lequel la loi du cosinus cesse d'être applicable, n'a pas pour une même plaque la même valeur que lorsqu'on emploie le rayonnement total.

En prenant les moyennes des nombres obtenus par plusieurs expériences, on a trouvé les résultats de la troisième colonne du Tableau précédent.

La comparaison des nombres inscrits dans les colonnes de ce même Tableau nous montre que l'épaisseur limite, qui varie avec la substance diffusante, varie aussi avec la source de chaleur, et qu'elle croît quand la température de la source diminue, autrement dit quand la longueur d'onde augmente.

VII. *Particularité présentée par le sel gemme. Isomorphisme physique.* — Le sel gemme pur présente une particularité remarquable, comme l'ont établi les travaux de Melloni et de F. de la Provostaye et P. Desains : une plaque de ce sel n'absorbe aucune portion de la chaleur incidente, quand elle n'est pas trop épaisse, quelle que soit l'origine de cette chaleur. Quand il n'est pas tout à fait limpide, il absorbe un peu de chaleur, et à peu près la même proportion pour les différentes sources. Il se comporte donc, pour la chaleur, comme les substances transparentes et incolores pour la lumière; il est *athermochroïque,* pour se servir du terme adopté par Melloni.

Il était nécessaire de vérifier cette particularité en déterminant l'épaisseur limite du sel gemme finement pulvérisé pour différentes sources de chaleur.

En prenant pour sources de chaleur le Soleil et la lampe Bourbouze-Wiesnegg, avec ou sans interposition de verres colorés (1) ou d'une cuve de chloroforme iodé, on a trouvé que l'angle limite

(1) L'interposition d'un verre coloré quelconque n'empêche pas la vérification de la loi du cosinus de l'obliquité.

est indépendant de la température de la source. On a obtenu le même résultat avec du chlorure de sodium pulvérisé de diverses provenances : sel de cuisine, sel fondu, sel marin ou sel fin, chlorure de sodium obtenu en cristaux extrêmement petits en battant constamment avec des baguettes de verre une dissolution concentrée de ce sel, que l'on faisait cristalliser par refroidissement.

TABLEAU VI.

Épaisseurs limites.

	Soleil.		Lampe.	
Sel gemme	1,34		1,36	1,34
Sel de cuisine	1,34		1,33	
Sel fondu	1,23	1,42	1,32	
Sel marin	1,38	1,30	1,34	1,30
Cristaux	1,30		1,32	
Moyenne	1,33		1,33	

Le sel gemme n'est pas la seule substance diathermane et athermochroïque. Magnus (¹) a reconnu que la sylvine (chlorure de potassium naturel) jouissait de la même propriété. A défaut de sylvine pure, on a dû expérimenter sur du chlorure de potassium. Nous avons eu aussi l'idée d'opérer sur du salmiac (chlorhydrate d'ammoniaque naturel), ainsi que sur ce sel obtenu par voie chimique, sur les bromures et iodures de potassium et de sodium.

Pour atténuer les causes d'erreur que l'absorption de la vapeur d'eau contenue dans l'air aurait pu introduire dans nos expériences, nous avons porté la température de la salle à environ 25°; puis, la pile étant placée dans une position déterminée, on notait successivement les déviations que donnaient le faisceau direct, le faisceau qui avait traversé la cuve de chloroforme iodé, et enfin ceux qui avaient traversé les verres colorés. On mettait la pile dans une autre position et l'on faisait de même. Les expériences successives avaient lieu à des intervalles de temps égaux.

On a trouvé que l'angle limite était indépendant de la température de la source. L'iodure de sodium seul a fait exception; cela

(¹) *Annales de Poggendorff*, t. CXXXIV, p. 302.

tient à ce que le sel que l'on peut se procurer dans le commerce n'est pas anhydre, mais qu'en réalité il a pour formule

$$NaI + 2HO.$$

La particularité que présentent le sel gemme (Melloni) et la sylvine (Magnus) appartient donc aussi aux chlorures, bromures et iodures isomorphes et anhydres. Ces corps, qui ont même formule chimique, qui cristallisent dans le même système, possèdent donc la même propriété physique au point de vue de la diathermanéité (¹); ce qui confirme une fois de plus l'analogie des propriétés physiques que présentent les corps isomorphes (²).

VIII. *Influence de l'état de pulvérisation.* — Nous avons étudié la diffusion de la chaleur par une plaque formée de poudre de verre grossièrement pulvérisée, soumise à l'influence des rayons émis par une lampe Bourbouze-Wiesnegg. L'épaisseur d'une de ces plaques étant $1^{mm},6$, l'angle limite a été de 50°, ce qui donne pour l'épaisseur limite 2,58. Cette même poudre était pulvérisée à nouveau. Une plaque d'épaisseur $1^{mm},37$ nous a donné pour angle limite 45°, et pour épaisseur limite 1,93. Enfin, dans une dernière expérience, cette poudre avait été réduite à l'état de pulvérisation le plus parfait. On a alors obtenu pour épaisseur limite environ 1^{mm}, ce qui prouve donc que l'épaisseur limite dépend de l'état de pulvérisation des substances employées et qu'elle est d'autant plus grande que les grains sont plus gros. Ce résultat est, du reste, facile à expliquer. Pour une même épaisseur de la plaque, le nombre des grains est d'autant plus faible que l'état de pulvérisation est moindre, et par suite aussi le nombre des réflexions irrégulières.

IX. *Influence de la compression.* — Nous avons encore opéré

(¹) M. Schultz Sellack a trouvé que le chlorure et le bromure d'argent, les chlorures d'étain et de soufre, transmettent très bien la chaleur obscure (JAMIN et BOUTY, *Cours de Physique*, t. III, 3ᵉ fascicule, p. 65).

Suivant M. Tyndall, l'iodure d'éthyle est presque aussi diathermane que le sel gemme pour les chaleurs obscures.

(²) Le sel gemme, la sylvine et le salmiac n'ont aucune action sur la lumière polarisée.

sur de la poudre de verre finement pulvérisée, mais comprimée en la serrant entre deux lames de verre. Dans ces conditions, la loi du cosinus s'est encore vérifiée; toutefois, la plaque a présenté un pouvoir réflecteur au voisinage de la normale, d'autant plus grand que la poudre avait été plus comprimée. L'épaisseur limite est devenue un peu plus petite que 1^{mm}.

En inclinant le faisceau incident et plaçant la pile dans la direction de la réflexion régulière, les déviations ont été plus fortes que celles données par une même plaque, mais non comprimée; ce qui met bien en évidence l'introduction de la réflexion spéculaire par suite de la compression des poudres.

X. *Détermination des pouvoirs diffusifs.* — Il faut évidemment rapporter les intensités de la chaleur diffusée à la quantité de chaleur incidente, en prenant cette dernière pour unité. Ce rapport est, comme on sait, ce qu'on entend par pouvoir diffusif. Pour faire cette comparaison, j'ai suivi la méthode indiquée par F. de la Provostaye et P. Desains dans leur Mémoire sur la diffusion de la chaleur, méthode qui se trouve du reste détaillée d'une façon complète dans la thèse de M. Maquenne sur la détermination des pouvoirs absorbants et diffusifs. Cette méthode m'a donné pour le pouvoir diffusif de la céruse, dans le cas de la chaleur solaire, 0,82, nombre identique à celui qu'avaient trouvé F. de la Provostaye et P. Desains, et pour cette même substance, dans le cas de la chaleur émise par la lampe Bourbouze-Wiesnegg, 0,76, nombre se rapprochant de ceux qu'a donnés M. Maquenne :

Pouvoir diffusif (méthode directe).........	0,74	0,78
Pouvoir absorbant........................	0,24	0,22
Pouvoir diffusif (déduit par différence).....	0,76	0,78

Ceci fait, on observe la déviation du galvanomètre produite par la chaleur diffusée par la céruse, et, sans rien changer aux positions relatives, on substitue à la céruse une plaque quelconque; on lit la nouvelle déviation. Le rapport de la dernière déviation à la première est toujours le même, quelle que soit la direction de diffusion, pourvu toutefois qu'on se place dans des conditions telles que la loi du cosinus soit applicable. C'est pour cette raison que j'ai toujours placé la pile à 60° ou 45° de la normale.

TABLEAU VII.

	Soleil.			Lampe.		
		Pouvoir			Pouvoir	
Substances.	Rapport.	diffusif.	absorb.	Rapport.	diffusif.	absorb.
Céruse, etc. (1)	1	0,82	0,18	1	0,76	0,24
Jaune de chrome	0,85	0,69	0,31	0,85	0,646	0,354
Mélange de jaune de chrome et de céruse	0,96	0,78	0,22	0,96	0,73	0,27
Soufre en canon	0,90	0,738	0,262	0,90	0,68	0,32
Soufre en fleur	0,90	»	»	0,90	»	»
Iodure de plomb	0,80	0,656	0,344	0,80	0,61	0,39
Mélange de céruse et de cinabre	0,83	0,68	0,32	0,97	0,74	0,26
Cinabre cristallisé (Rouge écarlate)	»	»	»	0.95	0,72	0,28
Cinabre amorphe (vermillon)	0,60	0,49	0,51	0,93	0,71	0,29
Minium	»	»	»	0,90	0,68	0,32
Iodure de mercure, HgI^2.	»	»	»	0,89	0,676	0,324
Oxyde rouge de mercure (2)	»	»	»	0,86	0,65	0,35
Oxyde jaune de mercure.	»	»	»	0,82	0,62	0,38
Argent en poudre	0,56	0,46	0,54	»	»	»
Vert Schweinfurth	0,68	0,56	0,44	0,70	0,53	0,47
Vert de chrome	0,49	0,40	0,60	0,55	0,42	0,58
Bleu Thenard	0,44	0,36	0,64	0,43	0,32	0,68
Mélange de jaune de chrome et de bleu Thenard	0,48	0,39	0,61	0,48	0,36	0,64
Bleu outremer	0,42	0,34	0,66	0,42	0,32	0,68
Silicate de cobalt	0,41	0,33	0,67	0,40	0,30	0,70
Protoxalate de fer (jaune sale)	»	»	»	0,55	0,42	0,58
Trisulfure d'antimoine, brun orange (3)	»	»	»	0,65	0,49	0,51
Trisulfure d'antimoine noir (4)	»	»	»	0,62	0,47	0,53
Sulfure de mercure noir (5)	»	»	»	0,25	0,19	0,81

(1) Spath d'Islande, arragonite, carbonates de chaux et de strontiane, poudre de verre.

(2) Cet oxyde rouge avait été légèrement pulvérisé et présentait alors une teinte orangée. Une pulvérisation prolongée a ramené cet oxyde à l'état d'oxyde jaune.

(3) Amorphe (Fuchs); devient noir par pulvérisation prolongée.

(4) Plutôt gris bleu.

(5) Sa couleur n'a pas changé par la pulvérisation.

Ce Tableau nous montre tout d'abord que, le pouvoir diffusif de la céruse étant pris pour unité, les pouvoirs diffusifs des autres substances blanches sont les mêmes pour une source déterminée. Toutefois, nous devons remarquer que cette propriété n'appartient qu'aux substances blanches anhydres. Nous avons étudié l'influence de l'absorption de la vapeur d'eau par les chlorures, bromures et iodures alcalins. Nous avons vu que les déviations données par la pile et par suite le pouvoir diffusif diminuaient d'autant plus vite que la substance était plus avide d'eau. Nous avons fait quelques expériences sur le chlorhydrate d'ammoniaque et l'iodure de sodium, à différents états d'hydratation. On a trouvé que le pouvoir diffusif était d'autant plus faible que ces sels contenaient plus d'équivalents d'eau. On se trouve alors en présence d'un mélange : le sel anhydre d'une part et, d'autre part, l'eau, dont le pouvoir absorbant est très grand. On établira dans un second article la loi qui régit la diffusion de la chaleur pour un mélange de substances.

Ce même Tableau nous fait voir que, le pouvoir diffusif de la céruse étant toujours pris pour unité, celui du jaune de chrome est exprimé par le même nombre, aussi bien dans le cas de la chaleur solaire que dans le cas de la chaleur émise par la lampe Bourbouze-Wiesnegg. Il en est sensiblement de même pour les autres corps étudiés. Il est donc permis de conclure que, si l'on détermine expérimentalement le pouvoir diffusif du blanc de céruse pour différentes sources de chaleur, on obtiendra les pouvoirs diffusifs des autres substances mates en multipliant ce pouvoir diffusif de la céruse par des coefficients constants, que l'on aura déterminés une fois pour toutes (¹) et que nous appellerons *coefficients de proportionnalité*.

On a encore vérifié ce résultat en interposant sur le trajet des rayons calorifiques donnés par une lampe Bourbouze-Wiesnegg, soit une cuve contenant du chloroforme iodé, soit des verres colorés.

Ce Tableau nous montre aussi que le pouvoir diffusif d'une

(¹) Le cinabre présente une exception à cette règle dans le cas de la lampe Bourbouze-Wiesnegg et présenterait sans doute cette exception pour toute autre source de chaleur, dont la température serait encore plus faible.

substance diminue quand la température de la source s'abaisse; dès lors, le pouvoir absorbant déduit par différence augmente. Cette remarque vient confirmer un des résultats antérieurs. Nous avons dit que l'épaisseur limite relative à la diffusion augmentait quand la température de la source diminuait; il s'ensuit que cette épaisseur varie dans le même sens que la quantité de chaleur absorbée.

M. S.-P. Langley (1) vient de montrer que le pouvoir diathermane du verre augmente en même temps que la longueur d'onde de la source calorifique.

L'épaisseur limite déterminée par mes expériences est bien celle qui est nécessaire à l'absorption complète des rayons calorifiques, parce qu'il faut qu'elle soit atteinte pour que le pouvoir diathermane soit nul.

Si l'on considère une particule de verre, son pouvoir diathermane augmentant avec la longueur d'onde, il s'ensuit que son pouvoir absorbant particulaire diminue. Dès lors, la quantité de chaleur à absorber devenant aussi plus grande, il est clair qu'il faut un plus grand nombre de particules pour produire l'absorption complète; et par suite l'épaisseur limite doit bien varier dans le même sens que la longueur d'onde. En étudiant le pouvoir émissif des poudres, Melloni avait été conduit à attribuer toute l'influence à l'état physique de la couche rayonnante. Des expériences de MM. Masson et Courtépée (2) semblaient confirmer cette hypothèse. M. J. Tyndall (3), en comparant des poudres rouges à des poudres rouges, des poudres noires à des poudres noires et des poudres blanches à des poudres noires, a montré que la couleur n'a pas d'influence, et que la constitution chimique, loin d'être sans valeur aucune, a l'influence prédominante sur la valeur du rayonnement.

Notre étude sur la détermination des pouvoirs diffusifs nous montre que la couleur et, par suite, l'état physique ont une influence, sinon unique, du moins prédominante. Ainsi le biiodure

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 377.
(2) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XXV, p. 936.
(3) *Influence des couleurs*, p. 73.

de mercure et le minium, tous deux d'un rouge brillant et chimiquement très différents, ont sensiblement le même pouvoir diffusif

Hg^2I	0,676
$2PbO, PbO^2$	0,68

Il en est de même de l'iodure de plomb et de l'oxyde jaune de mercure, dont les pouvoirs diffusifs sont 0,61 et 0,62.

Le sulfure de mercure cristallisé et rouge écarlate, le vermillon et le sulfure de mercure noir, chimiquement identiques, ont des pouvoirs diffusifs différents : 0,72, 0,71 et 0,25; la même observation s'applique à l'oxyde rouge de mercure et à l'oxyde jaune, ainsi qu'aux deux variétés de trisulfure d'antimoine.

Ces deux derniers exemples montrent bien l'influence de l'état physique, car une pulvérisation prolongée permet de passer du premier état au second.

La constitution chimique restant donc la même, on voit qu'une action physique peut faire varier la valeur du pouvoir diffusif, ce qui permet d'expliquer la remarque faite par Melloni ([1]), dans son travail sur la diffusion de la chaleur : « L'intensité de la diffusion paraît dépendre principalement du degré de clarté que possède la teinte de la surface; mais je ne puis rien affirmer de bien positif à cet égard, n'ayant opéré que sur un petit nombre de corps. »

XI. *Conclusions.* — La loi du cosinus de l'obliquité, établie par F. de la Provostaye et P. Desains pour la céruse, le cinabre, le soufre et le chromate jaune de plomb, s'applique à toutes les substances mates.

En adoptant la construction graphique de Bouguer, on voit que dans tous les cas la surface de diffusion est une sphère.

La loi du cosinus est vraie, quelle que soit la source de chaleur.

Toutefois la diffusion exige, pour se faire dans les conditions normales, une certaine épaisseur de la plaque diffusante. On est donc conduit à admettre l'existence d'une épaisseur limite, qui peut être déterminée expérimentalement.

Cette épaisseur limite, variable avec chaque substance, dépend de l'état de pulvérisation des poudres et de leur état de compres-

sion; elle varie aussi avec la source de chaleur et augmente quand la température de la source diminue.

Il nous a été aussi permis de conclure que les particules des substances transparentes conservaient leur diathermanéité, même quand ces substances avaient été pulvérisées.

On a vérifié la particularité que présentent le sel gemme et la sylvine. On a montré que cette propriété appartient aussi aux chlorures, bromures et iodures isomorphes, et retrouvé ainsi, par une étude physique, une loi admise en Chimie, la loi de l'isomorphisme.

Nous avons reconnu que, pour une source déterminée, toutes les substances blanches anhydres avaient le même pouvoir diffusif, et que ce dernier pouvoir devenait d'autant plus faible, pour une même substance, qu'elle contenait plus d'équivalents d'eau.

Le pouvoir diffusif d'une substance quelconque diminuant quand la température s'abaisse, et par suite la quantité de chaleur absorbée augmentant, il est permis de conclure que l'épaisseur limite, déterminée expérimentalement au moyen de la diffusion, est celle qui est nécessaire à l'absorption complète des rayons calorifiques.

Nous avons établi que, si l'on déterminait expérimentalement le pouvoir diffusif du blanc de céruse pour différentes sources de chaleur, on obtiendrait les pouvoirs diffusifs des autres substances mates, en multipliant ce pouvoir diffusif de la céruse par des coefficients constants.

Nous avons reconnu que les valeurs des pouvoirs diffusifs étaient liées à la couleur des substances et nous avons confirmé ainsi une remarque faite par Melloni.

La constitution chimique d'une substance restant la même, nous avons pu, par une action physique, la pulvérisation, faire varier simultanément la valeur du pouvoir diffusif et la couleur de cette substance.

———

ÉLECTRODYNAMOMÈTRE ABSOLU;

PAR M. H. PELLAT.

Grâce à la connaissance de la valeur de l'ohm, la mesure absolue d'une force électromotrice et celle d'une intensité de courant constituent aujourd'hui un même problème expérimental, puisque la relation d'Ohm ($E = IR$) fait connaître une des trois grandeurs qui y figurent quand les deux autres sont données.

Sans être impossible, la mesure directe d'une force électromotrice en valeur absolue est fort difficile; en outre, les divers éléments de pile, qu'on a proposés comme étalons de cette grandeur, sont loin d'être assez constants quand on se sert des méthodes précises que nous possédons maintenant pour la mesure relative des forces électromotrices.

La valeur absolue d'une intensité de courant peut s'obtenir plus facilement et avec plus de précision. Les méthodes employées dans ce but se divisent en deux groupes : dans le premier se rangent les méthodes où le magnétisme terrestre, intervenant, doit être mesuré ou éliminé par des expériences convenables (boussole des tangentes, méthode de Kohlrausch, etc.); dans le second, celles où le magnétisme terrestre n'intervient pas.

Les méthodes du premier groupe nécessitent plusieurs appareils qui doivent être assez éloignés les uns des autres pour ne pas s'influencer; on suppose que la composante horizontale du champ magnétique terrestre est la même aux divers endroits où sont placés les appareils, condition rarement réalisée dans un laboratoire, à cause des pièces de fer qui s'y trouvent. En outre, la multiplicité des mesures nuit à la précision du résultat.

Les méthodes du second groupe sont susceptibles d'une plus grande précision, sous certaines conditions cependant. Ainsi, l'on doit exclure des méthodes précises celles où les appareils renferment des aimants de fer ou d'acier, parce que les lois numériques

---

(1) Les deux figures qui accompagnent cette Note nous ont été obligeamment prêtées par *La Lumière électrique*.

de l'aimantation sont trop complexes et trop peu connues pour qu'on puisse fonder sur elles une mesure absolue. On est donc amené à n'utiliser que l'action mutuelle de deux conducteurs traversés par le courant étudié, c'est-à-dire à se servir d'un électrodynamomètre : on fait équilibre à l'action électrodynamique par une force d'une autre nature, connue en grandeur, d'où l'on conclut, d'après la loi d'Ampère, l'intensité du courant. Mais il est avantageux, pour la précision et la commodité de la mesure, que cette force antagoniste soit immédiatement connue en valeur absolue, sans qu'il soit nécessaire de faire, pour cela, une autre expérience. Or il n'y a qu'une force que nous connaissions immédiatement avec certitude, c'est le poids d'une masse prise dans une bonne boîte de poids.

On est conduit ainsi à se servir d'un *électrodynamomètre-balance*. Je rappellerai que MM. Joule, Cazin, Mascart, Helmholtz, etc., ont déjà employé des instruments de ce genre. C'est aussi à cette catégorie qu'appartient l'appareil que j'ai imaginé (1); il me paraît présenter quelques avantages sérieux au point de vue de la précision.

Cet électrodynamomètre absolu (*fig.* 1) se compose de deux bobines concentriques à axes rectangulaires : l'une, longue et grosse, a son axe horizontal; l'autre, placée à l'intérieur de la première, a son axe vertical.

Le même courant passe dans les deux bobines; la petite, se trouvant ainsi placée dans le champ à peu près uniforme produit par la plus grande, est soumise à un couple qui tend à dévier son axe de la verticale : c'est la mesure de ce couple qui fait connaître l'intensité du courant. Pour cela, la petite bobine fait corps avec un fléau de balance, qui porte à son extrémité un plateau suspendu

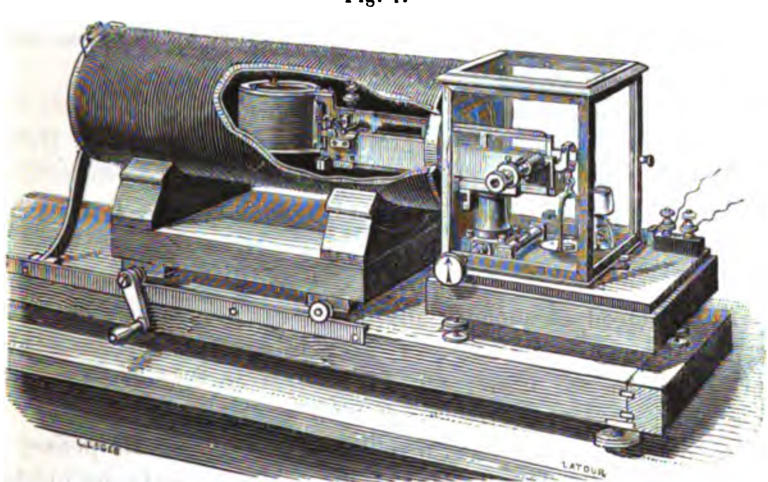
(1) A la fin d'une Note à l'Académie des Sciences sur la détermination de l'ohm (*Comptes rendus* du 26 décembre 1882). M. Lippmann indique l'avantage qu'il y aurait à faire une boussole des tangentes ou un électrodynamomètre en plaçant à l'intérieur d'une longue bobine soit un aimant soit une bobine mobile. Ce n'est que récemment que j'ai eu connaissance de cette indication d'un appareil qui présente de commun avec le mien la grande longueur de la bobine enveloppe; mais cette Note ne dit pas si la force électrodynamique doit être équilibrée par un poids ou par l'action d'un bifilaire.

à la façon ordinaire. En mettant des poids marqués dans ce plateau, on fait équilibre au couple électrodynamique. L'intensité i du courant est alors donnée en unités électromagnétiques C. G. S. par la formule

$$i = \sqrt{\frac{gle}{\pi^2 N n (1 - a) d^2}} \sqrt{p}.$$

Dans cette formule, p représente la masse en grammes des poids marqués; g l'intensité de la pesanteur (980, 896 à Paris);

Fig. 1.



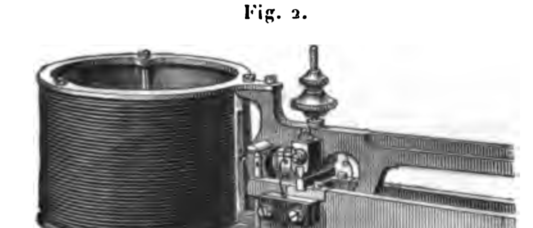
l la distance entre l'arête du couteau qui supporte le fléau et l'arête du couteau qui porte le plateau; e la distance entre les axes de deux spires consécutives du fil enroulé sur la grosse bobine (épaisseur du fil recouvert); N le nombre des couches de fil de cette bobine; n le nombre de spires de l'unique couche de fil de la petite bobine; d le diamètre de ces spires (plus exactement, le diamètre du cylindre idéal sur lequel se trouve l'axe du fil); enfin, a est un terme correctif nécessité par la longueur finie de la grosse bobine, et que le calcul fournit avec une très grande précision.

Dans chaque expérience, l'intensité du courant est ainsi donnée par une pesée, le coefficient de $\sqrt{p}$ ayant été déterminé, une fois

pour toutes, par la mesure des longueurs l, c et d et des nombres N et n.

Toute la valeur d'un instrument de ce genre dépend de sa bonne construction et du soin apporté à la détermination des longueurs qui entrent dans l'expression de la constante. La construction a été confiée à M. Carpentier; les mesures de longueur ont été faites les unes par le Bureau international des Poids et Mesures, les autres par moi-même, mais rapportées au mètre international. Voici, à cet égard, quelques détails.

Fig. 2.



La grande bobine dont le corps est en laiton a 50^{cm} de longueur et $17^{cm},3$ de diamètre intérieur. Elle porte dix couches d'un fil de cuivre de $0^{cm},13$ de diamètre recouvert de deux couches de soie; chaque couche de fil est séparée de la précédente par une feuille de papier arcansonnée : le tout est recouvert d'une enveloppe protectrice.

La petite bobine (*fig.* 2) est constituée par un cylindre d'aluminium de $0^{cm},4$ d'épaisseur, de 11^{cm} de diamètre et de 8^{cm} de hauteur (¹); ce cylindre porte une seule couche d'un fil de cuivre de $0^{cm},05$ de diamètre, recouvert de deux couches de soie; ce fil forme exactement 164 spires.

Pour établir la communication de cette bobine avec les autres parties du circuit, sans gêner les mouvements du fléau dont elle

(¹) Le rapport de la hauteur au diamètre a été calculé de façon à avoir un couple électrodynamique maximum, étant donnée la plus grande dimension linéaire du cylindre.

est solidaire, j'ai employé deux fils d'argent très fins faisant deux tours de spires en face de l'arête du couteau qui supporte le fléau.

Les deux couteaux et les plans sur lesquels ils reposent sont en agate, aucune pièce d'acier ne devant exister dans l'appareil.

Les oscillations du fléau sont observées à l'aide d'un microscope peu grossissant, pourvu d'un réticule oculaire, qui vise une graduation sur argent, à traits horizontaux, portée par l'extrémité du fléau. On voit dans le microscope ces traits se déplacer verticalement pendant les oscillations.

Comme dans toute balance, une cage en verre protège tout l'appareil oscillant. Un bouton qu'on manœuvre de l'extérieur permet de soulever légèrement le fléau sur des fourchettes.

La distance l des arêtes des couteaux a été mesurée par le Bureau international des Poids et Mesures. L'erreur relative commise sur son évaluation est absolument négligeable.

Ce sont aussi les mêmes observateurs, MM. Benoît et Isaachsen, qui ont mesuré le diamètre du cylindre d'aluminium avant l'enroulement du fil. La mesure a été faite, pour huit diamètres équidistants sur chacune des bases du cylindre, avec le comparateur universel; une mesure a été faite aussi dans la partie médiane. Les mesures ont montré que le défaut de cylindricité était tout à fait négligeable, la moyenne des valeurs trouvées pour les diamètres des deux bases ne différant pas de $\frac{1}{100}$ de millimètre.

Ce cylindre a été ensuite placé entre deux joues de laiton pour les fixer au fléau, puis couvert d'une couche de vernis qui, quoique suffisante pour un bon isolement, est d'une épaisseur négligeable. C'est sur celle-ci que le fil a été enroulé. Avant et après l'enroulement, on a mesuré, avec un bon pied à coulisse, le diamètre du cylindre sur plusieurs génératrices, ce qui a donné l'épaisseur du fil enroulé.

Cette épaisseur a été obtenue encore par l'opération destinée à compter le nombre des spires : la bobine ayant été placée verticalement, j'ai compté le nombre des fils qui passaient devant le réticule de la lunette d'un cathétomètre bien réglé; tous les dix fils, je fixais la lunette et je mesurais son déplacement sur la règle graduée, pour éviter une erreur dans le numérotage des fils. On avait ainsi la hauteur occupée par toutes les spires et, en divisant

cette hauteur par leur nombre, le diamètre moyen du fil enroulé.

Les deux mesures ont donné des résultats concordants. En ajoutant le diamètre du fil à celui du cylindre nu, on a la valeur de d. L'erreur relative sur l'évaluation de d ne peut dépasser $\frac{1}{5000}$.

La mesure la plus délicate était celle de la distance moyenne e des axes de deux spires consécutives de la grosse bobine. Comme on ne pouvait songer à déplacer celle-ci pendant l'enroulement des diverses couches, cette mesure a été effectuée par moi-même dans l'atelier du constructeur. Voici le procédé que j'ai employé. J'ai fait construire une règle en laiton, taillée en biseau, portant vers ses deux extrémités deux traits distants de deux cents fois l'épaisseur du fil. La distance de ces deux traits a été mesurée exactement au Bureau international des Poids et Mesures par MM. Benoît et Pellat, avec la *règle normale* et le comparateur universel. Deux microscopes, pourvus de micromètres oculaires, assujettis d'une façon invariable à la règle de laiton, visaient chacun l'un des traits. Une monture permettait d'installer ce petit appareil sur le tour où se faisait l'enroulement, de manière à appliquer la règle sur la couche de fil parallèlement à l'axe de la bobine. En regardant dans l'un des microscopes, j'amenais, avec une vis de rappel, le trait correspondant à coïncider exactement avec la ligne de séparation de deux fils. En regardant alors dans l'autre microscope, je notais le nombre de divisions du micromètre oculaire existant entre le trait et la ligne de séparation de deux fils la plus voisine. La tare du micromètre oculaire étant déterminée, j'avais ainsi la longueur occupée par un nombre entier de spires P voisin de 200.

Pour connaître ce nombre P, sans être obligé de compter les fils, ce qui est une opération fatigante et sujette à erreur, j'ai employé une méthode de coïncidence. L'intervalle compris entre les deux traits avait été divisé en 200 parties égales, numérotées de dix en dix; chacune de ces divisions était ainsi à très peu près égale à l'épaisseur d'un fil. Le trait zéro coïncidant exactement avec la ligne de séparation de deux fils, les traits voisins coïncidaient à peu près; mais, en s'éloignant du trait zéro, l'écart entre un trait et la ligne de séparation de deux fils correspondante augmentait, en général, de plus en plus, jusqu'à atteindre l'épaisseur d'un fil : j'observais alors une nouvelle coïncidence, et le nombre

des fils était supérieur ou inférieur d'une unité au numéro du trait correspondant. Je notais ainsi, en général, au plus une seule coïncidence dans l'intervalle des traits extrêmes, de façon que le nombre des fils P était égal à 199, 200 ou 201.

Cette mesure était, du reste, toujours faite dans la partie moyenne de la grosse bobine dont l'effet sur la bobine mobile est prédominant. Elle était répétée, pour chaque couche, sur quatre génératrices équidistantes; pour la première couche, elle a été répétée sur sept génératrices. Le nombre *e* se trouve être ainsi la moyenne de quarante-trois mesures. Chacune d'elles était faite avec une erreur relative inférieure à $\frac{1}{3000}$; il est probable que la moyenne des quarante-trois mesures diminue notablement cette erreur; mais, même en admettant une erreur de $\frac{1}{3000}$ sur la valeur de *e*, il n'en résulterait qu'une erreur de $\frac{1}{6000}$ sur l'intensité du courant.

La méthode de coïncidence employée pour compter les fils présente, en outre, l'avantage de montrer immédiatement les irrégularités de l'enroulement, ce qui permet d'en tenir compte au besoin. La couche de fil, en général régulière dans sa partie moyenne, présente toujours des irrégularités vers les extrémités à cause du passage du fil d'une couche à la suivante, ce qui produit un ressaut dont l'effet se fait sentir sur les parties peu éloignées des extrémités. L'un des principaux avantages de la disposition de cet électrodynamomètre est précisément la distance relativement grande de la bobine mobile aux extrémités de la bobine fixe : les irrégularités inévitables du fil à ces extrémités sont ainsi sans influence appréciable sur le résultat.

En résumé, si l'on suppose que les erreurs relatives de ces diverses mesures s'ajoutent numériquement, on trouve que l'erreur qui en résulte pour l'intensité du courant ne dépasse pas $\frac{1}{2000}$.

Voilà pour les erreurs systématiques; quant aux erreurs accidentelles, elles se réduisent à l'erreur commise dans chaque expérience sur la mesure de *p*. Or la balance est sensible au dixième de milligramme, et un courant de $0^{amp},3$ nécessite pour être équilibré à Paris $0^{gr},4180$. Les courants les plus convenables pour une bonne mesure sont compris entre $0^{amp},2$ et $0^{amp},4$.

Le réglage de l'appareil se fait sans aucune difficulté : le cen-

trage des deux bobines, facile à obtenir, n'a pas besoin d'être fait avec précision, puisque la petite bobine se trouve dans un champ à peu près uniforme et dans la position qui correspond au maximum de la valeur du champ.

Pour éviter l'effet du magnétisme terrestre, on peut, après avoir établi l'équilibre, renverser le sens du courant dans la bobine fixe, sans le changer dans la bobine mobile; la masse qu'il faut ôter ou ajouter pour rétablir l'équilibre est exactement égale à $2p$, puisque l'action du champ magnétique terrestre sur la bobine mobile est la même dans les deux cas, tandis que l'action du champ de la bobine fixe est changée de signe. Mais il est, dans certains cas, préférable, pour la rapidité des mesures, de disposer le plan de mobilité du fléau perpendiculairement au méridien magnétique : l'action de la terre est ainsi annulée, ce dont on s'assure en lançant le courant dans la bobine mobile seulement, après avoir établi l'équilibre auparavant; celui-ci ne doit pas être troublé. Comme la composante horizontale du champ terrestre n'est que la $\frac{1}{130}$ partie environ du champ produit par la bobine fixe pour un courant de $0^{amp},3$, on voit que les variations de la déclinaison sont sans influence appréciable, et qu'il n'y a besoin de faire ce réglage que d'une façon approchée.

Plusieurs vérifications étaient nécessaires. Le bon isolement des fils a été constaté, pour les deux bobines, en mesurant la résistance du circuit formé par le fil et le noyau métallique de la bobine. Cette résistance a été trouvée assez considérable pour que les dérivations produites soient tout à fait insignifiantes.

Je me suis assuré, ensuite, que le magnétisme de l'aluminium qui formait le corps de la bobine mobile était trop peu important pour fausser la mesure. L'aluminium du commerce renferme toujours du fer qui doit s'aimanter sous l'influence du courant passant dans le fil de la bobine mobile; on pouvait craindre ainsi qu'un couple électromagnétique ne vînt augmenter l'action du couple électrodynamique, qui seul est introduit dans le calcul. Pour faire cette vérification, j'ai produit, à l'aide d'un fort électro-aimant placé au-dessous de la bobine mobile, un champ magnétique égal, dans le voisinage de celle-ci, au champ produit à son intérieur par un courant de $0^{amp},15$ environ, passant dans le fil dont elle est re-

couverte. L'électro-aimant devait, par conséquent, produire la même aimantation de l'aluminium qu'un pareil courant. Or l'équilibre ayant été établi sans faire passer aucun courant dans les deux bobines, il n'a pas été troublé en lançant un courant relativement intense dans la bobine fixe seulement : l'aimantation de l'aluminium était donc trop faible pour que le couple électromagnétique fût appréciable.

La troisième vérification a été relative à l'exactitude du calcul du terme correctif a. Ce calcul est long : les composantes horizontales et verticales du champ dues aux bouts de la bobine fixe ne peuvent être obtenues que par des développements en séries, et il faut intégrer par rapport à tous les éléments de la surface de base de la bobine mobile. Malgré tout le soin apporté à la vérification de chaque opération partielle, on pouvait craindre qu'une erreur ne se fût glissée dans le calcul. Heureusement que la disposition de l'appareil se prête à une vérification simple de l'exactitude du terme correctif a. En déplaçant la grosse bobine de sa longueur, on obtient sur la bobine mobile un effet beaucoup plus faible que dans la position normale. Or, le rapport des couples électrodynamiques dans ces deux positions se calcule au moyen des termes donnant la valeur de a, en y ajoutant seulement quelques termes peu importants et d'un calcul relativement facile ; ce rapport diffère peu de $\frac{a}{2}$. D'autre part, l'expérience en fournit la valeur : c'est le rapport des poids qu'il faut mettre dans le plateau pour faire équilibre successivement à ces deux couples. Le calcul avait donné le nombre 0,0498 ; l'expérience a donné le nombre 0,0495. Pour montrer combien est grand l'accord de ces deux nombres, il suffit d'indiquer que le nombre observé deviendrait identique au nombre calculé, si l'on supposait une erreur de $\frac{1}{10}$ de milligramme seulement dans les deux opérations d'équilibre que nécessite la pesée, quand la grosse bobine est dans la position écartée, toutes les autres mesures étant supposées exactes : aucune erreur n'a donc été commise dans le calcul du terme a.

Les principales expériences que je me propose de faire avec cet appareil sont :

1° La détermination de la force électromotrice de l'élément

Latimer-Clark, le moins variable des éléments proposés comme étalons;

2° La mesure du rapport des unités électromagnétiques et électrostatiques en mesurant, en unités électromagnétiques à l'aide de l'électrodynamomètre absolu et en unités électrostatiques à l'aide d'un électromètre absolu, la force électromotrice de piles de 300 à 600 éléments.

3° La mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur, en faisant passer un courant connu I dans une résistance connue R placée dans un calorimètre. Le travail (I^2RT) converti en chaleur peut être déterminé ainsi avec une erreur inférieure à $\frac{1}{150}$.

En outre, M. Carpentier et moi nous proposons de construire des *ampères-étalons* qui auront en plus petit la même disposition que l'électrodynamomètre absolu; ils fourniront l'intensité d'un courant par la formule

$$i = A\sqrt{p}.$$

Le coefficient A est indépendant de la température et varie proportionnellement à la racine carrée de l'intensité de la pesanteur: il sera déterminé pour chaque appareil par comparaison avec l'électrodynamomètre absolu.

Ces ampères-étalons pourront servir dans les laboratoires à régler, à leur tour, les divers ampèremètres ou à faire des expériences directes. En particulier, ils permettront de déterminer rapidement et exactement la composante horizontale du champ magnétique terrestre en lançant un courant connu dans le cadre d'une boussole des tangentes.

NOUVELLE MÉTHODE POUR LA MESURE DES CHAMPS MAGNÉTIQUES;

PAR M. A. LEDUC.

Dans le cours de mes recherches sur le phénomène de Hall, j'ai dû faire de nombreuses mesures du champ magnétique produit entre les pièces polaires d'un fort électro-aimant de Faraday.

J'employai d'abord la méthode (de Verdet) qui consiste à lancer,

dans un galvanomètre à faible amortissement, le courant induit dans un petit toron placé dans le champ normalement aux lignes de force, lorsqu'on le fait tourner subitement de 180° autour de l'un de ses diamètres. Outre les difficultés ordinaires des mesures galvanométriques dans un laboratoire où le champ magnétique terrestre est très variable ([1]), cette méthode avait pour moi l'inconvénient d'exiger le secours d'un aide. Elle devenait d'ailleurs impraticable pour une distance des surfaces polaires inférieure à 2^{cm}.

J'eus recours alors à la méthode (employée en particulier par M. Rowland) qui consiste à induire un courant dans un toron placé, comme tout à l'heure, par le renversement du champ. Les résultats obtenus furent très notablement inférieurs à ceux des expériences précédentes, et j'ai vérifié depuis que cette différence tient à la durée considérable du renversement du champ. Il faut en effet, dans les conditions moyennes, de trois à dix secondes et quelquefois plus de trente secondes pour que le courant reprenne, après renversement, les $\frac{99}{100}$ de son intensité définitive ([2]). Il en résulte que, pour connaître, à 1 pour 100 près, par cette méthode, la valeur des champs en question, il faudrait donner à l'équipage mobile une durée d'oscillation de plusieurs minutes.

Ces difficultés m'amenèrent à créer deux nouvelles méthodes fondées, l'une sur le même principe que le galvanomètre à mercure de M. Lippmann, l'autre sur la variation de résistance du bismuth dans un champ magnétique.

Première méthode. — L'appareil se compose essentiellement de deux parties : un explorateur et un manomètre différentiel.

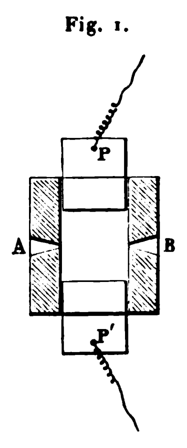
L'explorateur est formé par une petite chambre à mercure qui a, à l'intérieur, 1^{cm} de largeur et de hauteur, et de $0^{mm},1$ à $0^{mm},5$ d'épaisseur. Je la construis au moyen de deux lames de verre bien dressées, séparées par quatre petites cales découpées dans un couvre-objet de microscope et enduites, sur les deux faces, de

([1]) La tare du galvanomètre doit être fréquemment répétée. D'ailleurs, le champ de l'électro-aimant est encore sensible à l'extrémité du laboratoire.

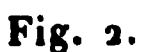
([2]) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* séance du 31 janvier 1887.

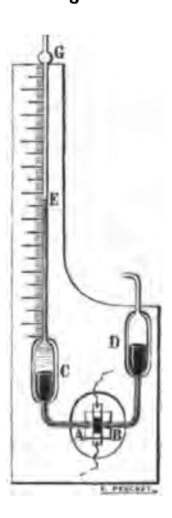
baume de Canada (*fig.* 1). Deux lames de platine, ajustées en P et P′, servent d'électrodes au courant que l'on devra faire passer dans le mercure.

Fig. 1.



On voit en A et B les orifices auxquels sont adaptés et fixés à la cire, par exemple (*fig.* 2), deux tubes verticaux AC, BD, munis


Fig. 2.



de renflements cylindriques C et D d'environ 3^{cm} de diamètre. Le tube CG doit avoir un diamètre intérieur bien uniforme d'environ 3^{mm}. L'appareil est rempli de mercure jusqu'en C et D; une

colonne d'eau s'étend de C en E. Le tout est supporté par une planchette d'ébonite percée d'un trou circulaire dont le centre est occupé par l'explorateur.

Plaçons ce dernier normalement aux lignes de force du champ M qu'il s'agit d'étudier, et admettons au travers de la chambre à mercure un courant d'intensité I. Le niveau va s'abaisser ou s'élever, suivant le sens du courant et la direction positive du champ d'une certaine quantité h qui fera connaître la valeur de celui-ci par la formule

$$M = \frac{g\,\delta\varepsilon h}{I}.$$

L'épaisseur ε de la lame de mercure contenue dans l'explorateur peut être déterminée, à moins de 1 pour 100 près, par les procédés suivants :

1° Mesurer au sphéromètre l'épaisseur totale de l'explorateur, et en retrancher celles de ses parois mesurées à l'avance;

2° Examiner, avec un microscope muni de micromètre oculaire et dont le grossissement est bien connu, les orifices A et B; prendre la moyenne.

3° Peser l'explorateur vide, puis rempli de mercure, et déterminer la surface présentée par ce liquide.

Un grand nombre d'observations, faites par ces trois procédés sur l'un de mes explorateurs, m'ont donné des nombres compris entre $0^{mm},313$ et $0^{mm},320$. Je crois pouvoir admettre que l'épaisseur ε de cet appareil était, à moins de 1 pour 100 près, $0^{mm},317$.

δ est le nombre par lequel il faut multiplier la hauteur h pour évaluer en colonne d'eau la différence de pression correspondante. Il est bien facile de le déterminer directement.

Sensibilité de cette méthode. — On mesure aisément h à $\frac{1}{2}$ millimètre près. Donnons aux constantes les valeurs moyennes $\varepsilon = 0^{mm},317$, $\delta = 1,25$ et $I = 3^{amp},88$.

On a

$$M = 100h \text{ (C.G.S.)},$$

de sorte que la valeur M du champ sera connue à 5 unités près. On pourrait décupler la sensibilité de la méthode : il suffirait, en

effet, de donner à la chambre à mercure une épaisseur plus petite, d'ajouter au manomètre un troisième liquide non miscible à l'eau et de surmonter le tube CG d'une ampoule semblable à C et D, d'incliner ce tube CG à 45° par exemple, de doubler enfin l'intensité I du courant. Toutefois ces modifications font naître plus d'une difficulté : elles ont d'ailleurs l'inconvénient de diminuer la simplicité et la commodité de notre méthode.

Observons que notre instrument permet de déterminer la direction des lignes de force du champ. La dénivellation h est en effet maxima lorsque l'explorateur est normal aux lignes de force. Elle est, dans le cas général, proportionnelle à $M \cos\alpha$, si l'on désigne par α l'angle formé par les lignes de force du champ avec la normale à l'explorateur.

Il est quelquefois commode de séparer ce dernier du manomètre.

J'ai, dans ce but, modifié sa construction de la manière suivante.

L'une des lames de verre qui le forment est creusée d'un sillon prismatique destiné à contenir la petite lame de mercure, elle est fixée directement sur la seconde au moyen de baume de Canada. Les orifices A et B sont forés et rodés de manière à recevoir deux petits ajutages reliés au manomètre par deux tubes de caoutchouc plus ou moins longs. Pour cette nouvelle forme, notre appareil est très facile à mettre en expérience. Il n'a d'autre inconvénient que d'exiger une tare faite par l'intermédiaire d'une autre méthode. Si cette dernière est irréprochable, on pourra néanmoins compter dans les mesures courantes sur une erreur absolue inférieure à 5 unités C.G.S.

Il est facile d'en déduire, dans chaque cas, l'erreur relative, pour les champs intenses : celle-ci n'est limitée que par la hauteur du tube CG. Elle pourra descendre au-dessous de $\frac{1}{1000}$ si la dénivellation h peut dépasser $0^m,50$, et cela n'exige pour le tube CG qu'une hauteur de $0^m,50$ si l'on dispose un commutateur du courant I, de manière que le liquide monte toujours dans cette branche.

Deuxième méthode. — J'ai eu l'occasion d'examiner ici même [1] l'augmentation de résistance présentée par un certain

[1] *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 116; 1886.

échantillon de bismuth. J'en ai étudié depuis, un grand nombre et me suis arrêté particulièrement à ceux que j'ai préparés par l'électrolyse de l'azotate acide de bismuth. Ce sont en effet les plus sensibles à l'action du magnétisme.

L'augmentation z éprouvée par l'unité de résistance dans un champ M est liée à la valeur de celui-ci par l'équation d'une hyperbole

$$z^2 + \beta z - \alpha M^2 = 0.$$

On en tire

$$M = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{z(z+\beta)}.$$

Si l'on exprime z en millièmes, le coefficient $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ reste compris entre 27 et 22, β varie de 244 à 310.

Il est facile d'obtenir sous de très petites dimensions des filaments très maniables d'une résistance de 1 ohm à 2 ohms, qui pourront être introduits dans les champs les plus étroits. Je compte utiliser cette méthode pour l'étude du champ des machines dynamos *en marche*.

Nous avons supposé dans ce qui précède que le support du filament de bismuth était normal aux lignes de force du champ. La variation de la résistance est alors maxima, elle est minima lorsque le filament est dirigé suivant les lignes de force. Il sera donc facile, si les dimensions du champ le permettent, de trouver la direction de ces lignes. Dans le cas contraire, il sera impossible de déterminer par ce procédé la valeur absolue du champ, ni même de sa composante dans une direction donnée : on pourra néanmoins suivre ses variations si la direction des lignes de force est invariable.

Théoriquement, la précision de cette méthode est illimitée. Pour ne parler que d'expériences courantes, on mesure aisément une résistance voisine d'un ohm à $\frac{1}{5000}$ près de sa valeur. Or, si le champ dépasse 2000 C.G.S., la résistance de notre bismuth augmente d'environ $\frac{1}{1000}$ pour une augmentation de ce champ d'environ 25 unités.

Cette nouvelle méthode permet donc d'obtenir couramment la valeur des champs à 5 unités près. On pourrait avec des précautions spéciales en décupler la sensibilité. L'erreur relative n'a pas

de limite inférieure. Cette méthode exige pour chaque *sonde bismuthique* une tare, très simple d'ailleurs, opérée au moyen de deux *champs connus*.

INDICES DU QUARTZ DANS LE SPECTRE VISIBLE;

Par M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

Le principal intérêt que peuvent présenter ces nouvelles mesures d'indices, venant après celles de Rudberg (1), de Van der Willigen (2) et de M. Mascart (3), est que, pour la première fois, elles sont relatives à un échantillon de quartz dont la densité a été déterminée avec le plus grand soin (4). La connaissance de cette dernière me paraît d'autant plus nécessaire, pour contribuer à définir l'état physique de la matière étudiée, que les propriétés du quartz, même parfaitement pur et limpide, semblent varier légèrement d'un échantillon à un autre (5).

Le quartz employé est lévogyre; sa densité à 0°, par rapport à l'eau privée d'air, à 4°, est

$$d_0 = 2,65085,$$

à quelques unités près du dernier ordre décimal. Il a été taillé par M. Laurent et possède des faces d'une remarquable planéité,

---

(1) *Pogg. Annalen*, t. XIV, p. 45; 1828.
(2) *Archives du Musée Teyler*, II, p. 153; 1869 et III, p. 34; 1870.
(3) *Ann. de l'École Normale*, [1], t. I, p. 238; 1864.
(4) *Journal de Physique*, [2], t. V, p. 415; 1886.
(5) C'est ce que prouvent, d'une part, les mesures de densité les plus précises:

2,65122 (Dr J. Herr),
2,65074 (Marek),
2,65085 (Macé de Lépinay);

et de l'autre les diverses mesures d'indices. Pour ne citer que trois nombres, les expériences de van der Willigen, relatives à la raie D, ramenées à la même température, 15° (rayon ordinaire), l'ont conduit aux résultats suivants:

1er Quartz (lévogyre) $n = 1,54421$,
2e Quartz (dextrogyre) $n = 1,54423$,
3e Quartz (?) $n = 1,54414$.

sauf sur 1^{mm} de large environ, au voisinage immédiat des arêtes. Ces parties défectueuses ont été recouvertes de papier noir. Quant à l'orientation des arêtes, parallèlement à l'axe optique, elle est aussi parfaite qu'il était possible de l'espérer : quelle que soit l'arête réfringente, les spectres ordinaire et extraordinaire paraissent être rigoureusement sur le prolongement l'un de l'autre.

Le goniomètre employé est celui de Brunner, donnant directement les $10''$ d'arc, et par estime les $5''$. La lentille collimatrice en a été diaphragmée par un écran percé d'une ouverture rectangulaire de 1^{cm} de largeur. On eut soin de concentrer par une lentille la lumière solaire sur la fente, de telle sorte que la totalité de l'ouverture du diaphragme se trouvât illuminée. Dans ces conditions, il était possible de régler le prisme (côté de la base $1^{cm},7$) de telle sorte que, lors des mesures d'indices, la totalité de la face d'entrée, ainsi que de la face de sortie de la lumière, fût éclairée. L'axe du faisceau lumineux entrait donc et sortait chaque fois par les centres des faces du prisme. On verra plus loin l'importance de cette disposition.

J'indiquerai brièvement les précautions (dont quelques-unes sont nouvelles) que j'ai prises pour éliminer les diverses causes d'erreur.

Le réglage des axes optiques de la lunette et du collimateur par rapport au plan du limbe gradué a été effectué par la méthode de M. Cornu (¹). Je renverrai à ce sujet au Mémoire original. Il est à remarquer que cette opération conduit simultanément à régler avec exactitude le tirage de la lunette, de telle sorte que la croisée des fils se trouve dans le plan focal de l'objectif. Le réglage du tirage du collimateur s'ensuit, et ne présente aucune difficulté.

Les deux causes d'erreur suivantes, d'une grande importance, signalées également et étudiées par M. Cornu, ont pu être, dans le travail actuel, complètement éliminées :

1° Si le réglage du tirage du collimateur est défectueux, les angles du prisme, tels qu'on les déduit de la mesure de l'angle

---

(¹) *Spectre normal du Soleil, partie ultra-violette*, appendice I (*Annales de l'École Normale*, [2], t. IX; 1880.

formé par les faisceaux réfléchis sur les deux faces du dièdre que l'on étudie, sont inexacts. En particulier, dans les conditions où je me suis placé, à une erreur de 1^{mm} en trop sur ce tirage, correspondait une erreur de $+10''$ sur chacun des trois angles du prisme.

2° Lors des mesures d'angles, les axes des deux faisceaux incidents ne rencontrent pas, en général, les faces dans les mêmes régions que lors des mesures d'indices. Si donc, ainsi que cela se présente toujours, les faces du prisme sont toutes légèrement convexes, les angles mesurés sont différents de ceux que l'on devrait introduire dans le calcul des indices.

Pour faire disparaître cette double cause d'erreur, je me suis appuyé sur les deux remarques suivantes : 1° lors des mesures d'indices, les axes des faisceaux lumineux qui traversaient le prisme entraient et sortaient, ainsi qu'on l'a vu, par les centres a, b, c des trois faces; les angles A, B, C, que l'on doit faire intervenir dans les calculs des indices, ne sont autres que les angles des dièdres formé par les trois plans tangents en a, b, c; 2° de ce que, dans tous les cas, les spectres ordinaire et extraordinaire sont sur le prolongement l'un de l'autre, il résulte que les arêtes de ces trois dièdres sont parallèles à une même droite, l'axe optique du quartz. La somme des angles plans de ces trois dièdres est donc égale à 180°.

Il suffit dès lors de mesurer les trois angles A, B, C du prisme, en se plaçant dans *des conditions identiques*. Supposons que la somme des trois angles ainsi mesurés soit trouvée égale à $180° + \varepsilon$. Dans le cas d'un prisme sensiblement équilatéral et en admettant que la courbure de ces trois faces soit identique, on devra considérer l'erreur commise sur chaque angle, provenant de l'une ou l'autre des deux causes indiquées plus haut, comme égale à $\frac{\varepsilon}{3}$.

C'est ainsi que l'on a trouvé

$$2A = 120°\ 0'\ 40'',$$
$$2B = 120.\ 0.\ 5,$$
$$2C = 119.59.50,$$

$$2(A + B + C) = 360.\ 0.35.$$

L'erreur commise sur chaque angle a été considérée comme égale à $\frac{35''}{6} = 6''$, et l'on a admis

$$
\begin{aligned}
A &= 60^\circ\ 0'\ 14'',\\
B &= 59.59.56,\\
C &= 59.59.50.
\end{aligned}
$$

Il est important de remarquer que, quelles que soient les erreurs ΔA, ΔB, ΔC commises sur les trois angles ainsi corrigés, on a nécessairement

$$\Delta A + \Delta B + \Delta C = 0.$$

Par suite, et comme les trois angles du prisme sont très sensiblement égaux, si nous désignons par Δn l'erreur commise en prenant pour indice relatif à une radiation déterminée la moyenne des trois indices déterminés en utilisant successivement les trois angles du prisme, on aura, en ne considérant que l'erreur provenant des erreurs sur les angles du prisme,

$$\Delta n = -\frac{1}{6}\,\frac{\sin\frac{\Delta}{2}}{\sin^2\frac{A}{2}}(\Delta A + \Delta B + \Delta C) = 0.$$

En d'autres termes, *les erreurs commises sur les angles du prisme n'auront,* dans tous les cas, *aucune influence sur l'exactitude de la moyenne.*

Quant à l'influence des erreurs de déviation minimum, elle se trouve atténuée tout d'abord par le seul fait de prendre la moyenne des mesures faites sur les trois angles du prisme. Elle l'a été encore en cherchant à éliminer les erreurs de graduation du limbe gradué, et cela, en effectuant, pour chaque angle du prisme, deux séries de mesures, correspondant à deux orientations rectangulaires de l'axe optique du collimateur. Ce mode de correction, qui serait rigoureusement exact dans le cas où le double de la déviation minimum mesurée serait de 90°, est, dans le cas actuel, suffisamment approché, car le double de la déviation minimum moyenne est d'environ 84°. D'ailleurs, des expériences préliminaires, dans le détail desquelles je crois inutile d'entrer, avaient montré que ces erreurs de graduation étaient très faibles, et ne dépassaient nulle part 10″.

Le Tableau suivant résume l'ensemble des résultats obtenus. Tous les nombres observés ont été ramenés, par le calcul (¹), à la température moyenne des expériences, 15°.

Indices du quartz, à 15°, par rapport à l'air.

			$10^5(n'-n)$.	
Raies.	n.	n'.	Différences des nombres précédents.	Méthode des franges de Fizeau et Foucault.
A........	1,53919 ± 0,8 (²)	1,54813 ± 1,2	894	893
a........	1,54017 ± 0,4	1,54915 ± 0,9	898	897
B........	1,54100 ± 0,6	1,55000 ± 0,7	900	900
C........	1,54190 ± 0,8	1,55093 ± 1,0	903	903
D (³).....	1,54425 ± 0,6	1,55336 ± 0,5	911	911
E........	1,54717 ± 0,4	1,55640 ± 0,8	923	921
b_1.......	1,54766 ± 0,4	1,55689 ± 0,4	923	922
F........	1,54969 ± 0,4	1,55899 ± 0,5	930	929
G′ (⁴)....	1,55413 ± 0,8	1,56357 ± 0,7	944	944
h........	1,55650 ± 0,7	1,56604 ± 0,5	954	952
H........	1,55816 ± 1,7	1,56775 ± 0,4	959	958
K........	1,55861 ± 1,3	1,56821 ± 0,7	960	959

Les deux dernières colonnes de ce Tableau contiennent, l'une les différences $n'-n$ des indices du quartz, telles qu'elles résultent du travail actuel, l'autre ces mêmes différences, ramenées à l'air et à 15°, telles qu'elles résultent des mesures effectuées antérieurement (⁵) par l'observation des franges de Fizeau et Foucault. La concordance complète de ces nombres est la meilleure preuve de l'exactitude des mesures d'indices.

Quoique restreintes à la seule étendue du spectre visible, les

(¹) D'après les nombres publiés par M. Dufet [*Journal de Physique*, (2), t. III, p. 251; 1884) l'indice ordinaire du quartz, par rapport à l'air, varie de — 0,47 d'unité du cinquième ordre décimal et l'indice extraordinaire de — 0,57 d'unité du même ordre pour une élévation de température de 1° au voisinage de 15°.

(²) Les erreurs probables sont exprimées en unités du cinquième ordre décimal.

(³) Milieu du groupe D.

(⁴) Raie 39 de van der Willigen, très nette, voisine du groupe G. Sa longueur d'onde (en admettant $\lambda_{D_2} = 5,8900 \times 10^{-5}$ cent) est $\lambda_{G'} = 4,3256 \times 10^{-5}$ cent.

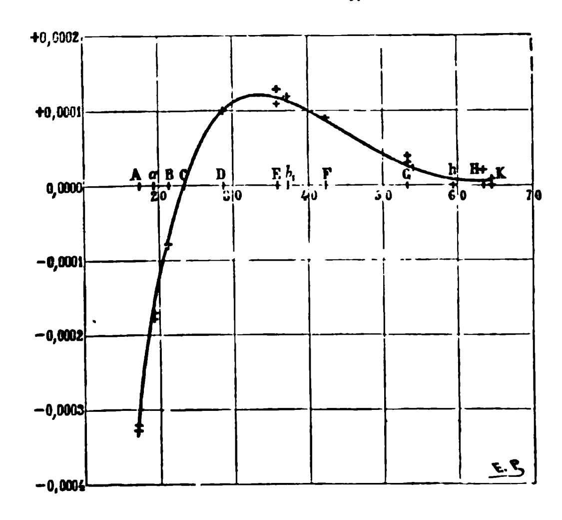
(⁵) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CI, p. 874; 1885.

expériences actuelles suffisent pour mettre en évidence plusieurs faits importants.

Cherchons tout d'abord à représenter les résultats obtenus au moyen de la formule de dispersion de Cauchy, limitée à deux termes seulement. En partant des nombres relatifs aux raies C et h, on est conduit à poser

$$n = 1,53254 + \frac{0,4032}{\lambda^2},$$

$$n' = 1,54124 + \frac{0,4173}{\lambda^2},$$



les longueurs d'onde étant exprimées en cent-millièmes de centimètre ($\lambda_{D_2} = 5,8900 \times 10^{-5}$). Ces deux formules sont insuffisantes.

Prenons alors pour abscisses les valeurs de $x = \frac{1}{\lambda^2}$, et pour ordonnées celles de $y =$ observation — calcul. Les divers points obtenus dessinent une courbe parfaitement régulière et, de plus, identique pour les deux indices.

Ce dernier résultat prouve simplement que les valeurs de $n' - n$ peuvent être représentées, à $\frac{1}{1000}$ près, par

$$n' - n = 0,00870 + \frac{0,0141}{\lambda^2}.$$

Si la formule de Cauchy à trois termes était suffisante, on

devrait pouvoir poser

$$y = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2} + \frac{\gamma}{\lambda^4} = \alpha + \beta x + \gamma x^2.$$

La courbe des écarts devrait être une parabole ayant son axe vertical. La seule inspection de la figure montrant qu'il n'en est rien, on est en droit d'affirmer que *la formule de Cauchy est insuffisante.*

Par contre, on est amené, du moins comme première approximation, à identifier la courbe avec une hyperbole ayant l'une de ses asymptotes verticale, et dont l'équation serait

$$y = \alpha + \beta x + \frac{\delta}{x} = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2} + \delta\lambda^2.$$

Cette formule, encore insuffisante, est parfaitement complétée par l'adjonction d'un terme en γx^2 ou $\frac{\gamma}{\lambda^4}$. On est conduit finalement à poser

$$n = 1,535625 + \frac{0,3361}{\lambda^2} + \frac{0,453}{\lambda^4} - 0,0000411\,\lambda^2,$$

$$n' = 1,544325 + \frac{0,3502}{\lambda^2} + \frac{0,453}{\lambda^4} - 0,0000411\,\lambda^2.$$

Ces formules qui, ainsi que le montre le tracé de la courbe des écarts calculée, représentent fidèlement les résultats des expériences, *rentrent dans la formule de dispersion de Briot.*

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Tome XVII; 2e semestre 1885.

N. JOUKOWSKY. — Sur le mouvement d'un corps solide contenant des cavités remplies d'un liquide homogène, p. 81-114, 145-200 et 231-281.

Cette question de Mécanique rationnelle a été posée par Stokes en 1842 et résolue, pour différents cas particuliers, par Helmholtz, Lubsky, Lamb et Neumann. Dans la première Partie de son Mémoire, l'auteur donne une nouvelle solution générale du problème

pour le cas des vitesses possédant des fonctions potentielles et de l'absence du frottement. La deuxième Partie du Mémoire contient l'exposition des cas particuliers pour lesquels la forme des cavités est définie géométriquement. Toute la classe des surfaces de révolution est traitée par une nouvelle méthode inverse, semblable à celle que M. de Saint-Venant inventa pour calculer la torsion des prismes. La troisième Partie est consacrée aux liquides doués de frottement intérieur. Le résultat du calcul a été vérifié expérimentalement pour une surface tubulaire fermée sur elle-même et soumise à un mouvement de rotation autour de sa partie droite comme axe. Conformément à la prévision de la théorie, une bulle d'air enfermée dans le liquide et placée dans l'axe de rotation commence à se déplacer dans un sens déterminé au début du mouvement; elle prend une position fixe quand la rotation devient uniforme, et retourne à sa position première quand la rotation cesse.

Le cas général du mouvement d'un solide renfermant des cavités remplies de liquide doué de frottement présente des difficultés de calcul insurmontables, mais il est possible de déterminer le mouvement limite que le système prendra après un temps infiniment grand, quelles que soient les vitesses initiales. Alors un des axes d'inertie principaux prend la direction du moment principal des quantités de mouvement initiales, et tout le système tourne comme un corps solide autour de cette droite avec une vitesse angulaire constante.

L'analogie avec le mouvement d'une planète se présente de soi-même.

W. LERMANTOFF.

N. PIROGOFF. — Contributions à la théorie cinétique des gaz, p. 114-135 et 281-313.

Dans la première Partie de son Mémoire, l'auteur s'occupe de la généralisation de la loi de Maxwell et de son extension au cas d'un gaz, entouré d'une enveloppe extérieure, constitué d'atomes doués de mouvement propre, et dont les molécules sont entourées d'éther. Toutes ces causes tendent à rendre uniformes les vitesses des molécules, tandis que leurs chocs mutuels seuls tendent à produire une distribution conforme à la loi de Maxwell. Par con-

séquent, les vitesses trop grandes ou trop petites deviennent impossibles, et il s'établit une distribution de vitesses moyennes entre les deux limites.

Quant à l'énergie moyenne des atomes constituant la molécule, l'auteur trouve qu'elle est déterminée par la vitesse-limite que cet atome peut posséder sans cesser de faire partie de la molécule, c'est-à-dire, de la vitesse de dissociation. Cette vitesse-limite est moindre que celle déterminée par la force de l'affinité chimique, et dépend uniquement du mouvement de translation des molécules; sa valeur est égale, pour tous les gaz, à un tiers de l'énergie cinétique moyenne des molécules, conformément aux calculs de O. Meyer.

D'après cela, en nommant ν le nombre d'atomes dont la molécule est constituée, on peut exprimer l'énergie moyenne totale des molécules d'un gaz en multipliant par $\frac{\nu+3}{3}$ leur énergie cinétique moyenne. En comparant cette expression à celle que O. Meyer a calculée en partant du rapport des deux capacités calorifiques des gaz, l'auteur parvient à la conclusion que les molécules (du premier ordre) sont constituées d'atomes (molécules du second ordre) possédant encore de l'énergie intérieure. Quant à ces derniers, ils sont formés d'un nombre déterminé de molécules de troisième ordre, ne possédant que l'énergie cinétique, et composées à leur tour de molécules du quatrième ordre, ne possédant ni énergie cinétique, ni énergie intérieure.

Dans la deuxième Partie de son Mémoire, l'auteur rectifie la démonstration de la loi de Maxwell, donnée par O. Meyer, en profitant des remarques de M. Boltzmann et en admettant que les vitesses des molécules sont contenues entre deux limites extrêmes. Ensuite, l'auteur applique la même méthode de O. Meyer à un gaz sous l'influence de la gravité et à un gaz polyatomique, expose une nouvelle démonstration plus rigoureuse du théorème cité relatif à l'énergie moyenne des atomes, et détermine les valeurs-limites de cette quantité. E. Rogowsky.

N. HESEHUS. — Interprétation des expériences de M. Fritts, relatives à l'influence du courant électrique sur la résistance du sélénium et sur sa sensibilité à l'action de la lumière, p. 215-228.

L'hypothèse de la dissociation allotropique que l'auteur a proposée pour l'explication des propriétés du sélénium explique aussi facilement toutes les contradictions et tous les faits nouveaux trouvés par M. Fritts. On ne peut douter que le sélénium, dans l'état transitoire qu'on lui communique pour les expériences, est un conglomérat de particules, présentant tous les différents états allotropiques de la substance. L'échauffement, ainsi que le courant électrique, tend à transformer les particules multiples et plus stables en particules moins stables, de constitutions de plus en plus simples. La transformation inverse se produit d'elle-même, d'après les lois communes à tous les phénomènes résiduels. Un seul des divers états allotropiques intermédiaires du sélénium est sensible à la lumière; leur conductibilité électrique est d'autant plus grande que la constitution de la molécule est plus simple; mais l'état caractérisé par le plus grand degré de simplicité de structure fait exception : sa conductibilité diminue de nouveau.

Cela posé, il devient évident par quelle raison ceux des éléments de M. Fritts, dont la résistance ne dépassait pas quelques ohms, étaient insensibles à la lumière, tandis que la résistance des éléments sensibles, dont l'état de dissociation n'a pas été poussé si loin, variait entre 10000 ohms et 60000 ohms. On voit aussi qu'un courant intense, en poussant plus loin l'état de dissociation d'un élément normal sensible à la lumière, lui fait perdre cette sensibilité en faisant en même temps accroître sa résistance, et que les vibrations causées par un courant alternatif peuvent reconstituer son état primitif. Mais M. Fritts a observé aussi plusieurs éléments qu'il nomme *anormaux,* et dont la conductibilité augmente énormément par l'action d'un courant intense. Tous ces éléments possèdent une résistance assez faible et sont peu sensibles à la lumière, de sorte qu'on est conduit à admettre que leur état de dissociation est poussé déjà si loin que le courant y produit l'état allotropique le plus simple et peu conducteur.

E. ROGOWSKY. — Sur les températures des corps célestes, p. 314-325.

L'auteur prend pour son point de départ la formule hydrostatique

$$\rho_\nu = \rho e^{-\frac{ag}{k}\left(1-\frac{a}{\nu}\right)}.$$

La lettre ρ désigne ici la densité du gaz, g la constante de gravité à la surface d'un corps céleste de rayon a, et ρ_ν la même densité à la distance ν du centre. Quant à la lettre k, elle représente le coefficient de la formule $p = k\rho$, exprimant la relation de la pression et la densité d'un gaz, et est proportionnelle à sa température absolue T. En posant $\nu = \infty$, l'auteur obtient la valeur de la densité du milieu interplanétaire, et, en l'égalant aux rayons de différents corps célestes et en supprimant quelques membres de valeur négligeable, il arrive à l'expression générale, bien simple,

$$T_1 T = u_1 u,$$

c'est-à-dire que les températures absolues propres [1] des atmosphères de deux corps célestes sont proportionnelles aux valeurs respectives de la fonction potentielle de la gravité. Par exemple, la température de l'atmosphère solaire, calculée par la formule précédente, est de 500000° C., et celle de la surface de son noyau 1000000° C., en prenant, d'après Pouillet, la température de l'espace égale à — 142° C.

Il est intéressant de signaler que la valeur numérique de la densité du milieu interplanétaire, calculée par l'auteur à l'aide de la formule hydrostatique, est du même ordre de grandeur que celle qu'il a obtenue à l'aide de la théorie cinétique des gaz. Elle est si petite qu'elle ne peut avoir une influence sur le mouvement des planètes, appréciable pour nos observateurs.

N. HESEHUS. — Expériences de démonstration sur la conductibilité sonore, p. 326-330.

On prépare des baguettes de la grandeur d'un crayon ordinaire

(1) Par *température propre*, l'auteur désigne la température indépendante de la radiation solaire.

en acier, en verre, en bois, en gutta-percha, en liège et en caoutchouc, et on les réunit pour faciliter le maniement par trois, à l'aide de bagues en caoutchouc, en interposant des fragments de tubes de même matière. Pour faire l'expérience, on pose les baguettes par leur bout inférieur sur une boîte de résonance, en les tenant d'une main, et l'on touche successivement leur bout libre par la queue d'un diapason vibrant que l'on tient de l'autre. Le son n'est pas sensible quand on touche la baguette de caoutchouc, mais il devient de plus en plus fort quand on passe en revue toute la série des baguettes. On démontre facilement, par la méthode de l'auteur, les lois de la conductibilité sonore, en constatant que l'intensité du son reste constante, si l'on substitue à une baguette une autre, de même substance, mais dont la longueur et la section varient dans un même rapport. En faisant varier la longueur seule, on fait changer l'intensité, de même qu'en faisant varier la section et laissant la longueur constante. La méthode est assez sensible pour pouvoir démontrer la différence de conductibilité du bois parallèlement et perpendiculairement aux fibres, et même pour déterminer le rapport numérique de ces conductibilités.

C. KRAIEWITSCH. — La vitesse du son comme moyen de déterminer la relation de la pression et de la densité des gaz raréfiés, t. XVI, p. 307-311; t. XVII, p. 335-398.

Remarques de M. *Stoletoff*, t. XVI, p. 407; t. XVII, p. 52; t. XVIII, p. 65.

Réponses de M. *Kraiewitsch*, t. XVII, p. 25; t. XVIII, p. 122.

M. Kraiewitsch pense que l'on peut juger si un gaz suit la loi de Mariotte et Gay-Lussac ou non, en comparant les vitesses du son dans ce gaz à diverses pressions déterminées par l'expérience, avec celles calculées par la formule de Biot

$$u = \sqrt{k\frac{pg}{d}}.$$

La constante de gravité g et le rapport des deux capacités calorifiques restant constants, la deuxième partie de l'équation est proportionnelle à la racine carrée du quotient de la pression par la densité, quantité constante pour les gaz parfaits.

Les valeurs de la vitesse du son dans les gaz fortement raréfiés

n'étant pas encore connus, l'auteur a entrepris une série d'expériences soignées sur ce sujet.

Après avoir exposé un aperçu historique et critique sur les travaux antérieurs relatifs à la vitesse du son, l'auteur passe à la description de ses appareils. Un chronographe de Marey, muni d'un diapason faisant 101,5 vibrations doubles par seconde, enregistrait les indications de deux inscripteurs à électro-aimants, dont les circuits contenaient chacun un tambour interrupteur. Une onde sonore envoyait l'impulsion à l'un de ces tambours par la branche courte d'un tube bifurqué, et à l'autre par la branche longue du même tube. Un court tube de verre, suffisamment rétréci, placé entre le tambour et l'extrémité de la branche courte, égalisait la force de l'impulsion de l'onde sur les deux tambours. Une sorte de commutateur à robinets permettait d'échanger la communication des tubes et des tambours pour pouvoir constater et éliminer l'influence des retards inégaux de ces derniers. L'onde a été produite par la chute d'une balle de plomb sur une membrane de caoutchouc; mais, pour les pressions basses, ce moyen donnait une onde trop faible, et l'on a dû recourir à la rentrée de quelques centimètres cubes d'air comprimé à $2^{atm},5$. L'auteur faisait varier le diamètre des tubes; le plus grand nombre d'expériences a été fait à l'aide d'un tube de 34^{mm} de diamètre. Un tube de 67^{mm} a donné des résultats identiques à ceux qu'on avait obtenus à l'aide du tube précédent; par conséquent, l'auteur pense qu'il a le droit de conclure qu'à partir de 34^{mm} le diamètre du tube est sans influence sur la vitesse du son.

Les résultats obtenus à l'aide du tube de 34^{mm} de diamètre et de $8^{m},807$ de longueur sont exposés dans la Table suivante.

La colonne 1 contient le nombre des expériences; la colonne 2, la pression de l'air dans le tube; la colonne 3, sa température; la colonne 4, la vitesse absolue du son, et la colonne 5, la vitesse relative exprimée en centièmes de la vitesse à 760^{mm}.

1.	2.	3.	4.	5.
	mm	o	m	
24.........	2,6	17,8	171	52
20.........	3,0	17,5	206	62
10.........	3,2	18,1	212	64
30.........	6,6	17,4	226	68
22.........	13,9	17,9	252	76

1.	2.	3.	4.	5.
	mm	o	m	
34.........	16,0	15,9	256	78
24.........	34,3	17,2	284	86
38.........	85,0	17,5	312	95
22.........	282,4	17,5	327	99
12.........	292,4	17,5	324	98
12	394,8	17,3	326	99
12.........	489,9	17,0	324	98
12.........	761,0	17,5	330	100
20.........	761,7	17,5	330	100
14.........	764,5	16,8	330	100
20.........	766,5	18,0	329	100
16........	780,4	17,1	326	99

On voit que la vitesse du son est loin de rester constante aux pressions basses. Dans toutes ces expériences, l'air était soigneusement desséché. Une expérience avec de l'air saturé d'humidité à 18° C. a donné un accroissement de vitesse d'à peu près 5 pour 100.

La valeur absolue de la vitesse du son, réduite à 760^{mm} et à 0°, a été trouvée égale à 320^{m}, de 3 pour 100 moindre que celle trouvée par Regnault pour l'air humide.

Cette grande diminution de la vitesse ne peut être attribuée au changement du coefficient k, qui ne peut varier qu'entre 1,4 et 1; par conséquent, l'auteur l'attribue au changement du rapport $\frac{p}{d}$.

M. Stoletoff pense, au contraire, qu'on ne peut tirer aucun parti, ni de la formule de Biot, ni même des formules plus compliquées données par divers auteurs modernes comme expression de la vitesse du son, pour la résolution de la question posée par M. Kraiewitsch. Les grandes différences de vitesses qu'il a obtenues doivent être expliquées par diverses causes secondaires, et non par l'inconstance du rapport $\frac{p}{d}$. Enfin M. Stoletoff expose les résultats de ses propres expériences, faites par la méthode de Kundt, en employant la limaille de liège comme poudre. Pour un son de 2300 vibrations, la longueur d'onde varie seulement de 1,3 pour 100 entre 50^{mm} et 768^{mm} de pression.

W. Lermantoff.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Wiedemann's Annalen.

T. XXX, n° 3; 1887.

R. v. Helmholtz. — *Variation du point de congélation, calculée au moyen de la tension de vapeur de la glace*, p. 401.

F. Neesen. — *Observations acoustiques*, p. 432.

W. Wernicke. — *Sur la polarisation elliptique de la lumière réfléchie par les corps transparents*, p. 452.

W. Wernicke. — *Propriétés et préparation de couches métalliques minces, transparentes*, p. 469.

E. Lommel. — *Observations sur la phosphorescence*, p. 473.

C. Pulfrich. — *Total réflectomètre. Son emploi pour la lumière blanche*, p. 487.

C. Fromme. — *Polarisation produite par de faibles forces électromotrices*, p. 503.

A. Ebeling. — *Force électromotrice de quelques éléments thermo-électriques, formés d'un métal et de ses sels*, p. 530.

E. Gieseler. — *Sur des flammes chantantes et très éclatantes*, p. 543.

Tome XXX; n° 4, 1887.

G. Timberg. — *Recherches sur l'influence de la température sur les constantes capillaires de quelques liquides*, p. 545.

M. Planck. — *Sur le principe de l'accroissement de l'entropie*, p. 562.

O. Frölich. — *Mesures sur la chaleur solaire*, p. 582.

A. Elsas. — *Sur les anneaux de Nobili et des phénomènes électrochimiques connexes*, p. 620.

O. Bock. — *Conductibilité électrique des combinaisons de soufre et de potassium dans une solution de monosulfure de sodium; conductibilité de l'acide borique*, p. 631.

H. Weber. — *Sur la théorie du pont de Wheatstone*, p. 638.

E. Edlund. — *Réponse aux dernières remarques de M. Hoppe sur l'induction unipolaire*, p. 655.

A. Heritsch. — *Recherches sur les phénomènes électriques qui se produisent dans les tubes de Geissler*, p. 660.

E. Budde. — *Théorie des relations entre la chaleur et l'électricité. I. Thermo-électricité des métaux*, p. 664.

W. v. Uljanin. — *Sur une expérience d'Exner relative à la théorie du contact*, p. 699.

R. v. Helmholtz. — *Addition au Mémoire sur le point de congélation et la tension de vapeur*, p. 704.

Le *Journal de Physique théorique et appliquee* parait chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles. avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............	15 fr.
Autres pays..	17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

SUR LES TUYAUX SONORES;

PAR M. M. BRILLOUIN (1).

1. *Rappel des équations fondamentales de l'Hydrodynamique.* — Les équations aux dérivées partielles du mouvement continu d'un fluide sont

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x},$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y},$$
$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z},$$

en appelant x, y, z les coordonnées d'un point fixe de l'espace, p la pression, ρ la densité, u, v, w les composantes de la vitesse du gaz en ce point au temps t.

A ces trois équations s'ajoute celle de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial.\rho u}{\partial x} + \frac{\partial.\rho v}{\partial y} + \frac{\partial.\rho w}{\partial z} = 0,$$

exprimant la conservation de la matière.

2. *Hypothèses.* — Nous supposerons :

1° Les mouvements très petits, ce qui permettra de négliger les carrés et produits deux à deux de u, v, w, δp, $\delta\rho$;

2° Les variations lentes dans le temps et l'espace, c'est-à-dire $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial u}{\partial x}$, ..., du même ordre de grandeur que u, v, w.

Cela permet de regarder maintenant u, v, w comme les vitesses d'une petite masse qui se déplace en s'écartant peu de sa position d'équilibre; si ρ_0 est la densité moyenne constante qui correspond à l'équilibre, les équations du mouvement de la masse fluide se

(1) Exposition élémentaire des théories de Helmholtz et de Rayleigh, rédigées par M. C. Lala, d'après les leçons de M. Brillouin.

réduisent à

$$
\text{(I)} \qquad \left\{
\begin{aligned}
\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x},\\
\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial y},\\
\rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial z},
\end{aligned}
\right.
$$

et l'équation de continuité devient

$$
\text{(II)} \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0.
$$

La force vive est alors de la forme

$$
\rho_0 \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2}.
$$

3. *Potentiel des vitesses.* — Supposons que dans l'air le frottement soit assez petit pour être négligé dans une première approximation. Il existe alors un potentiel des vitesses, c'est-à-dire une fonction $\Phi(x, y, z)$, telle que

$$
u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \qquad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \qquad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z},
$$

et les équations (I) se réduisent uniquement à

$$
\text{(1)} \qquad \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\delta p,
$$

à une fonction arbitraire du temps près, fonction qu'il est inutile d'introduire, car elle ne joue aucun rôle dans les phénomènes à étudier.

4. *Équation fondamentale unique du mouvement vibratoire de la masse gazeuse.* — Le fluide étant supposé gazeux, il est régi par les lois de Mariotte et de Gay-Lussac et de plus, si son mouvement s'effectue sans échange de chaleur, sa loi de compressibilité est celle de Poisson ou de détente adiabatique.

Si l'on appelle k le rapport des deux chaleurs spécifiques $\frac{C_p}{C_v} = 1,4$ environ et si l'on pose

$$
\text{(2)} \qquad V^2 = k \frac{RT_0}{\Delta},
$$

R étant la constante de la loi de Mariotte pour l'air, Δ la densité du gaz par rapport à l'air, et T_0 la température absolue d'équilibre, l'équation (1) devient

$$\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = - V^2 \delta\rho;$$

l'élimination de ρ entre cette équation et celle de continuité (II) donne

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = V^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right), \tag{3}$$

équation unique du mouvement vibratoire de la masse gazeuse admettant un potentiel des vitesses Φ.

5. *Solutions particulières de l'équation* (3). — On voit aisément que

$$\Phi = A \cos(x \pm V t)$$

est une solution de (3) : des ondes planes perpendiculaires à l'axe des x et distribuées périodiquement le long de cet axe se propagent soit dans un sens, soit dans l'autre avec une vitesse V, qui est celle du son, donnée par l'équation (2) lorsque l'amplitude est uniforme.

De même, une seconde solution de (3) est

$$\Phi = \frac{A \cos m(r - V t)}{r},$$

en représentant par r la distance du point observé x, y, z à un point fixe quelconque. Cette solution correspond à une onde sphérique isotrope, ayant même amplitude de mouvement dans tous les sens autour du point ébranlé et se propageant avec une vitesse constante V, de manière que le rayon croisse avec le temps. Une autre solution

$$\Phi = \frac{A \cos m(r + V t)}{r}$$

correspondrait au cas d'une onde sphérique venant d'une très grande distance et ayant un mouvement inverse du précédent.

6. *Mouvement d'une masse fluide dans le voisinage de l'ouverture d'un tuyau.* — Nous nous occuperons uniquement du

cas suivant : dans l'intérieur du tuyau, à une distance suffisamment grande, les ondes sont planes et régies par la première forme de Φ et à l'extérieur, à partir d'une distance convenable de l'ouverture, les ondes deviennent sphériques et isotropes, et correspondent à la seconde forme de Φ.

Il faut relier ces deux formes de Φ en étudiant l'influence de l'ouverture du tuyau. Si nous prenons la forme la plus générale pour une onde s'éloignant du tuyau, nous pouvons écrire pour le potentiel extérieur

$$(4) \qquad \Phi_2 = \frac{M \cos m(r - Vt) + M_1 \sin m(r - Vt)}{r},$$

M et M_1 étant deux constantes à déterminer et la distance r se comptant à partir du milieu O du plan de l'ouverture. A l'intérieur du tuyau, le potentiel Φ_1 sera de la forme

$$(5) \qquad \Phi_1 = (A \sin mx + B \cos mx) \cos mVt + D \cos mx \sin mVt,$$

en faisant disparaître le second terme en $\sin mVt$ par un choix arbitraire, mais convenable de l'origine du temps. Le terme principal de Φ_1 qui subsisterait seul dans la théorie de Bernoulli est $A \sin mx \cos mVt$.

Le problème consiste à raccorder Φ_1 valable dans le tube à gauche d'un plan Π à Φ_2 valable à l'extérieur à droite d'une sphère Σ en déterminant les termes de correction M, M_1, B et D en fonction du terme principal A.

Dans ce but, nous ferons les hypothèses suivantes :

1° Les distances de O au plan Π et à la sphère Σ sont grandes relativement à la dimension transversale de l'ouverture et par suite les rapports de la racine carrée de la surface S de l'ouverture à ces distances x ou r sont négligeables.

2° La région perturbée comprise entre Π et Σ est extrêmement petite par rapport à la longueur d'onde du son produit. Par suite, les rapports mx, mr des distances x ou r à la longueur d'onde sont négligeables.

La théorie ne s'appliquera donc qu'à des tuyaux longs et étroits donnant un son de grande longueur d'onde relativement aux dimensions transversales du tuyau.

7. 3° Dans ces conditions, la correction à faire à la théorie de Bernoulli est très petite; au lieu d'être rigoureusement invariable à l'extrémité du tuyau, la densité du gaz subit des variations périodiques, dont l'amplitude a sa valeur minimum dans une partie de l'espace ΠΣ très voisine de l'extrémité O du tuyau. Dans l'équation de conservation de la matière, on peut négliger les différences de densité dans l'espace ΠΣ (qui sont du second ordre) et écrire que le volume I de gaz qui entre en Π est égal au volume qui sort en Σ

$$(6) \qquad S\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = 2\pi r^2\frac{\partial\Phi_2}{\partial r} = I.$$

4° Mais il n'est plus permis de négliger ces variations dans l'évaluation du travail moteur; les forces motrices sont, en effet, les excès de pression en chaque point; elles sont petites du premier ordre, et des variations absolues, petites du second ordre dans ces excès de pression, sont des variations relatives du premier ordre. Le travail des pressions sur la masse ΠΣ compté positivement dans le sens des x croissants est

$$\left(\frac{\partial\Phi_2}{\partial t} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial t}\right)\rho_0 I\, dt.$$

Quant à la variation d'énergie du gaz, comme les variations relatives de la densité n'y sont que du second ordre, elle se réduit à la variation de force vive. Les vitesses sont, en chaque point, proportionnelles au flux uniforme I, et la force vive (2) est de la forme $\rho_0\frac{RI^2}{2}$, en appelant R un coefficient qui dépend de la forme du tuyau au voisinage de l'ouverture, et dont la partie importante, pour des valeurs de x et de r un peu grandes, est $R_0 + \frac{x}{S} - \frac{1}{2\pi r}$.

La comparaison des lois de l'écoulement permanent d'un fluide de densité uniforme ρ_0 avec celles des courants électriques dans un conducteur de résistance spécifique ρ_0 montre que R est la résistance électrique d'un pareil conducteur, occupant tout l'espace ΠΣ, pourvu que les parois soient remplacées par un isolant parfait, et que le plan Π et la sphère Σ soient des surfaces de niveau. D'un ensemble de recherches théoriques de lord Rayleigh, il paraît résulter que le terme R_0 ne diffère pas d'une manière

appréciable de $\frac{0,46}{\sqrt[2]{S}}$ tant que la forme de la section droite du tube ne s'éloigne pas trop de la forme circulaire.

L'équation de la conservation de l'énergie est alors

$$\rho_0 I \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial t}\right) = \rho_0 RI \frac{\partial I}{\partial t}$$

qui, intégrée par rapport au temps, devient

(7) $$\Phi_2 - \Phi_1 = RI.$$

Si l'on examine attentivement les hypothèses 3 et 4, on reconnaît qu'elles sont identiques à celles qui permettent de passer des équations générales du § 1 aux équations des petits mouvements (§ 2). La seule différence est que ces hypothèses sont applicables non plus seulement à un élément de volume, mais à un volume étendu par rapport à la section droite, lorsque dans ce volume toutes les variables, vitesses et densités, ont, à chaque instant, des valeurs maximum ou minimum par rapport aux régions voisines, en particulier à l'ouverture où se trouve un ventre [1].

8. Dans l'équation (6) qui doit avoir lieu quel que soit t, remplaçons Φ_1 et Φ_2 par leurs valeurs (4), (5) et développons; il vient

$$-ASm - BSm^2x + \ldots = -2\pi M - 2\pi Mmr^2 + \ldots,$$
$$-DSm^2x + \ldots\ldots\ldots\ldots = -2\pi M_1 + 2\pi M_1 m^2 r^2 + \ldots.$$

Ne conservons que les termes principaux, et laissons de côté les termes petits, tels que Bmx, Dmx, ..., Mmr^2, $M_1 m^2 r^2$, ... La seconde équation donne

$$M_1 = 0,$$

et la première

$$M = -\frac{ASm}{2\pi},$$

d'où résulte

(8) $$\Phi_2 = -\frac{ASm}{2\pi}\frac{\cos m(r - Vt)}{r}.$$

---

[1] Les mêmes hypothèses permettraient l'étude de l'influence d'un changement de forme du tuyau bouché dans le voisinage du fond, ou de l'élasticité de la paroi dans cette région, lorsque la hauteur du son est telle qu'il y ait un nœud près de cette paroi.

L'équation (5) peut s'écrire

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \text{RS}\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}$$

et donne, en écrivant qu'elle est satisfaite quel que soit t, deux conditions qui, à notre degré d'approximation, se réduisent à

$$-\text{B} - \frac{\text{AS}m}{2\pi}\frac{1}{r} - \text{A}mx + \ldots = \text{R}_0\text{S}m(\text{A} - \text{B}mx) + \text{A}mx - \frac{\text{AS}m}{2\pi r} + \ldots$$

$$-\frac{\text{AS}m^2}{2\pi} - \text{D} + \ldots = -\text{R}_0\text{SD}m^2x - \text{D}m^2x^2 + \frac{\text{SD}m^2x}{2\pi r} + \ldots.$$

Supprimons les termes communs aux deux membres, et laissons de côté les termes négligeables, il reste

$$-\text{B} = \text{A}\text{R}_0\text{S}m,$$
$$-\text{D} = \frac{\text{AS}m^2}{2\pi}.$$

Par conséquent,

$$(9) \qquad \Phi_1 = \frac{\text{A}}{\cos m\alpha}\sin m(x-\alpha)\cos m\text{V}t - \frac{\text{AS}m^2}{2\pi}\cos mx \sin m\text{V}t,$$

en posant

$$\operatorname{tang} m\alpha = \text{R}_0\text{S}m,$$

ou

$$\alpha = \text{R}_0\text{S} = 0,46\sqrt{\text{S}}.$$

9. *Tuyau indéfini dans un sens, mais s'ouvrant dans l'espace par une extrémité limitée par un plan indéfini* (*fig.* 1). *Ventres. Nœuds.* — Examinons si, pour un son de longueur d'onde λ déterminée et, par suite, pour une valeur de m déterminée, il peut exister des nœuds et des ventres fixes, en appelant toujours nœuds les régions où l'amplitude de la pression est maximum et ventres celles où l'amplitude de la vitesse est maximum.

Occupons-nous d'abord des ventres. Pour cela, considérons l'équation

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = \text{AJ}\cos m\text{V}(t-\tau),$$

où l'on a posé

$$(10) \qquad \text{J}^2 = \frac{m^2\cos^2 m(x-\alpha)}{\cos^2 m\alpha} + \frac{\text{S}^2m^6}{4\pi^2}\sin^2 mx,$$

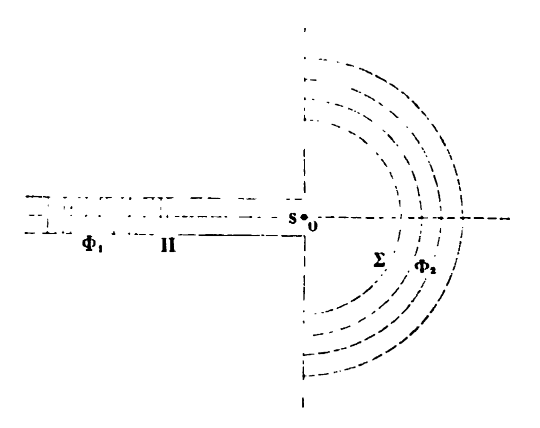
$$(11) \qquad \operatorname{tang} m\text{V}\tau = \frac{\text{S}m^2\sin mx\cos m\alpha}{2\pi\cos m(x-\alpha)},$$

de sorte que la fonction J de x représente l'amplitude de la vitesse et $m\mathrm{V}\tau$ la phase. Les maxima de J donnent les ventres.

On aura une détermination approchée de ces maxima en prenant seulement le premier terme de J^2, car α est une très petite fraction de λ. Donc J^2 sera maximum pour

$$\cos m(x - \alpha) = 1,$$

Fig. 1.



et, comme x doit être négatif (le tuyau étant du côté des x négatifs), il en résulte que les ventres sont donnés par

$$x = \alpha - \frac{k\pi}{m} = \alpha - k\frac{\lambda}{2},$$

k étant un nombre entier. Ainsi, dans l'intérieur du tuyau, il existe des ventres équidistants, distants l'un de l'autre de $\frac{\lambda}{2}$, et dont le premier est situé à cette distance $\frac{\lambda}{2}$ d'un point placé à la distance α en avant de l'ouverture, point à partir duquel les ventres sont distribués comme ils le sont dans la théorie de Bernoulli à partir de l'ouverture même. On voit que cela revient à supposer le tuyau allongé de la petite quantité $\alpha = 0,46\sqrt{\mathrm{S}}$ pour que la position des ventres donnée par la théorie élémentaire de Bernoulli s'applique au tuyau corrigé.

La valeur correspondante de la phase τ est donnée sensiblement

par

$$\tang m V \tau = -\frac{S^2 R_0 m^3}{2\pi},$$

d'où

$$\tau = h\frac{T}{2},$$

en appelant T la période d'oscillation définie par

$$mV = \frac{2\pi}{T}.$$

Donc, à partir de notre origine du temps arbitraire (6) la phase τ est sensiblement la même pour tous les ventres et égale à la moitié de la période T.

En opérant sur $\frac{\partial\Phi_1}{\partial t}$, comme nous venons de le faire sur $\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}$, on trouve que les nœuds sont donnés par

$$x = \alpha - (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

c'est-à-dire équidistants entre eux de $\frac{\lambda}{2}$ et situés exactement au milieu de chacune des distances séparant deux ventres consécutifs. La phase τ' en chaque nœud est

$$\tau' = (2h+1)\frac{T}{4},$$

intermédiaire entre celle de deux ventres.

Remarquons qu'aux ventres il y a simplement minimum des variations de pression et aux nœuds minimum des variations de vitesse.

10. *Propagation du son dans le tuyau.* — Pour étudier la propagation et la loi de distribution des vitesses à une époque déterminée, reprenons l'équation qui donne $\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}$. Pour une époque t très voisine de τ construisons la courbe des amplitudes des vitesses J : elle est sinusoïdale et les points d'ordonnée maximum sont ceux où l'amplitude du mouvement est maximum. Pour une telle époque t très voisine de τ, $\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}$ se réduit sensiblement à

$$\frac{AS m^2 \sin mx}{2\pi},$$

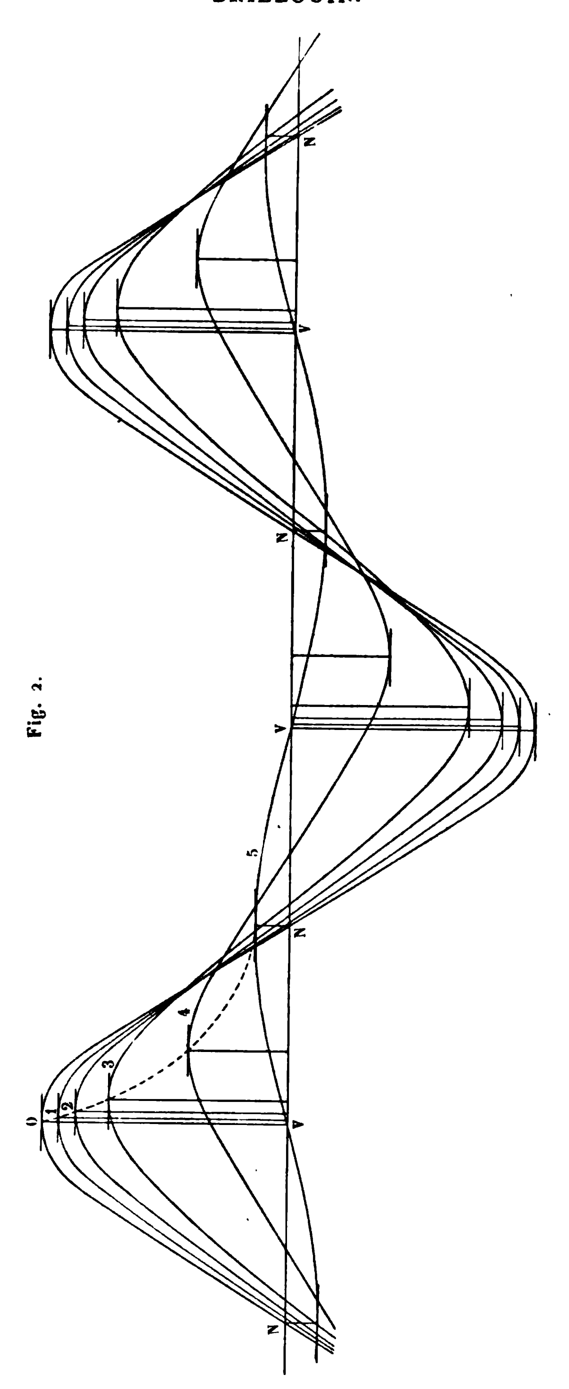


Fig. 2.

maximum pour $\sin mx = 1$, ou

$$x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}.$$

Donc t variant de $\tau - \frac{T}{4} + \varepsilon$ à $\tau + \frac{T}{4} - \varepsilon$, tant que ε n'est pas très petit, les maximum d'amplitude de vitesse ont lieu aux points où sont les ventres pour se transporter subitement aux ventres voisins dès que t se rapproche de $\tau + \frac{T}{2}$ en passant aux nœuds intermédiaires à l'époque $\tau + \frac{T}{4}$, mais le maximum correspondant au nœud est extrêmement petit. C'est ce que nous avons essayé de représenter dans la *fig.* 2 où les courbes représentent la distribution des vitesses dans le tuyau aux époques $\tau, \tau + \frac{T}{20}, \tau + \frac{2T}{20}, \ldots, \tau + \frac{T}{4}$.

Par suite, le tuyau présente une succession d'états stationnaires pendant presque toute une demi-période, mais ces états se propagent par saccades d'un ventre au suivant à chaque demi-période. Le mouvement vibratoire dans le tuyau se transporte avec une lenteur extrême durant la plus grande partie de chaque demi-période et, à la fin de chacune de ces demi-périodes, il passe brusquement d'un ventre au suivant. Par suite, dans chaque demi-période, le chemin parcouru est $\frac{\lambda}{2}$, c'est-à-dire le même que celui qui serait parcouru dans l'air libre par le son T avec la vitesse constante V.

Cette propagation saccadée dans l'intérieur du tuyau se continue à l'air libre en devenant, dans le voisinage de l'ouverture, de moins en moins brusque, de sorte qu'à l'extérieur le mouvement se propage uniformément avec la vitesse du son.

On arrive aux mêmes conclusions en examinant ce qui se passe pour les nœuds. Les maxima de pression se maintiennent aux nœuds pendant presque toute la durée de chaque demi-période, pour, à la fin de ces demi-périodes, se transporter brusquement d'un nœud au nœud suivant situé à la distance $\frac{\lambda}{2}$ plus loin.

Tuyaux limités.

11. *Énoncé du problème général.* — On peut se proposer d'appliquer les notions précédentes au problème suivant :

On donne une cavité ouverte dans l'air extérieur et une source de son placée soit dans l'air extérieur, un peu loin, soit sur une paroi de la cavité, et l'on demande de trouver la relation qui doit exister entre les dimensions de la cavité et la période du son pour que l'amplitude du mouvement qui se produit dans l'air soit maximum et que l'intensité du renforcement de ce son par la cavité soit, par suite, la plus grande possible. Nous étudierons successivement les tuyaux et les résonateurs.

12. *Tuyau ouvert à une extrémité, fermé à l'autre extrémité par un piston mobile oscillant avec une période et une amplitude déterminées.* — Soit

$$u = G \cos mV(t - \theta)$$

la vitesse au temps t du piston qui oscille autour de la position $x = -l$ avec l'amplitude G et la période

$$T = \frac{mV}{2\pi}.$$

Nous appelons θ une constante correspondant à la phase à déterminer.

Le piston et la tranche d'air qui le touche devant avoir la même vitesse,

$$\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial x}\right)_{x=-l} = u,$$

d'où

$$\theta = \tau_{-l}, \qquad AJ_{-l} = G.$$

L'air du tuyau est mis en vibration, quelle que soit la hauteur du son T ou $\frac{2\pi}{mV}$; mais l'intensité du son renforcé dépend de la relation entre la longueur d'onde et les dimensions du tuyau. La valeur de A est maximum lorsque J_{-l} (équation 10) est minimum,

c'est-à-dire, quand le piston est à un nœud. On a alors

$$A = \frac{2\pi G}{S m^2 \sqrt{m}} \qquad \text{et} \qquad \frac{ASm}{2\pi} = \frac{G}{m\sqrt{m}} = \frac{G\lambda^{\frac{3}{2}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Pour une valeur déterminée de G, l'intensité du son extérieur est indépendante de la section du tube ; elle est proportionnelle à la puissance $\frac{3}{2}$ de la longueur d'onde. A l'intérieur du tube, l'intensité varie en raison inverse du carré de la section, et proportionnellement à la puissance $\frac{5}{2}$ de la longueur d'onde. Dans le cas particulier du renforcement maximum, le travail moyen nécessaire pour maintenir le mouvement du piston, malgré la pression variable de l'air, a pour valeur

$$S\int_0^T (G \sin mVt)\left(\frac{2\pi G \rho_0 m V}{S m^2 \sqrt{m} \cos m\alpha} \sin mVt\right) dt = \frac{2\pi^2 G^2 \rho_0}{m^{\frac{5}{2}} \cos m\alpha}.$$

Il est à peu près indépendant de la section du tuyau, et proportionnel à la puissance $\frac{5}{2}$ de la longueur d'onde. Il serait moindre si le piston était placé partout ailleurs qu'en un nœud, et minimum s'il occupait un ventre. Ce problème correspond au cas des tuyaux à anche parfaitement élastique, dont la période propre est sensiblement indépendante des réactions du tuyau ; ce cas est à peu près réalisé dans les jeux d'orgue (cornet, cromorne, etc.) à anche métallique.

13. Dans les instruments à anche de bois (clarinette, hautbois), la hauteur du son est déterminée par la longueur du tuyau.

L'amortissement des vibrations propres d'une lame de bois est très rapide ; on peut le considérer comme dû exclusivement aux frottements internes. Quand l'anche est écartée de sa position d'équilibre, le son propre très élevé et vite éteint donne l'impression d'un son articulé ; pour le son permanent, beaucoup plus grave, l'élasticité propre de l'anche est à chaque instant compensée partiellement par l'excès de la pression de l'air sur le frottement interne. Le maximum de résonance se produit, d'après von Helmholtz, lorsque les variations de débit de l'air, à travers l'anche fonctionnant comme soupape, atteignent leur valeur maximum. C'est ce qui arrive quand l'anche occupe un nœud du tuyau

sonore; l'amplitude du mouvement de l'anche est alors maximum, et l'époque du maximum de vitesse de l'air est la même que celle du maximum d'ouverture de l'anche; l'époque du maximum de pression, différente de $\frac{T}{4}$, coïncide avec l'époque du maximum de vitesse de l'anche et par conséquent du maximum de frottement interne.

Ainsi, la clarinette, dont le tube est cylindrique, un tube de verre muni d'une embouchure à bocal et joué comme un cor donnent les harmoniques impairs des tuyaux fermés à un bout. S'il en est autrement pour le hautbois, le cor, les trompettes, c'est que ces instruments sont coniques; l'anche ou les lèvres occupent sensiblement le sommet du cône, et la théorie des tuyaux coniques montre que tous les harmoniques du tuyau ouvert de même longueur ont un nœud au sommet. En forçant le souffle, le hautbois *octavie*, tandis que la clarinette *quintoie*. Lorsque le tuyau conique ne s'étend pas jusqu'au sommet, les sons successifs ne sont pas en général des harmoniques justes [1].

14. *Source sonore extérieure éloignée.* — La source sonore est supposée assez éloignée pour que les ondes arrivant à l'ouverture du tuyau (faite dans un plan indéfini) soient planes.

Le potentiel total à l'intérieur où, à une distance assez grande, le son se propage par ondes planes normales à la longueur du tube, se compose de

$$\Phi_1 = AJ \cos mV(t - \tau)$$

et de

$$\Psi = H \cos mx \cos mV(t - \theta),$$

car le mouvement produit résulte de la source et de son image relativement à la paroi plane. Nous représentons par H une constante déterminée, ainsi que mV, par la source. Dans Ψ il n'y a pas de terme en $\sin mx$, car la vitesse normale à l'orifice est nulle dans le plan de l'ouverture ($x = 0$). Le potentiel total à l'intérieur du tuyau est donc

$$\Phi_1 + \Psi = AJ \cos mV(t - \tau) + H \cos mx \cos mV(t - \theta).$$

---

[1] HELMHOLTZ, *Abh.*, Bd. I, p. 393.

Tuyau fermé à $x = -l$. — La vitesse le long de la paroi $x = -l$ est constamment nulle : donc

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_{-l} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{-l} = 0,$$

quel que soit t, ce qui donne

$$\theta = -\tau_{-l} \quad \text{et} \quad AJ_{-l} = -Hm \sin ml.$$

La phase θ est donc égale à celle τ_{-l} correspondant au fond du tube et dépend ainsi de la longueur du tuyau ([1]), et le maximum de résonance a lieu quand

$$l + \alpha = (2k + 1)\frac{\lambda}{4},$$

Fig. 3.

c'est-à-dire quand la paroi fixe est située en un nœud du son de période $\frac{mV}{2\pi}$.

Tuyau ouvert à $x = -l$. — Pour l'extrémité $A(x = 0)$ tournée vers la source, le potentiel est encore $\Phi_1 + \Psi$.

Mais, du côté $B(x = -l)$, où la source n'existe pas, le potentiel Φ'_1 se déduit de Φ en changeant x en $l - x$, A et α en A′ et α' identiques ou différents de A et α suivant que les formes des ouvertures sont identiques ou différentes.

On détermine A et A′ en fonction de H par les équations

$$\Phi_1 + \Psi = \Phi'_1 \quad \text{(potentiels)},$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi'_1}{\partial x} \quad \text{(vitesses)},$$

([1]) Il en résulte que, sans changer notablement la hauteur du son produit par les vibrations d'un diapason, on peut en changer considérablement la phase en faisant varier de quelques dixièmes de millimètre la longueur du tuyau.

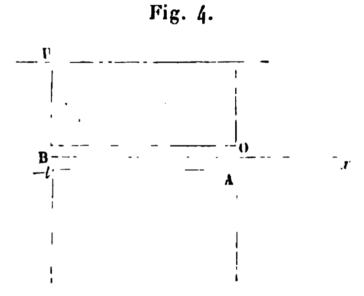
qui ont lieu dans tout le tuyau, à toute époque, et qui exigent que les trois phases qui interviennent soient une même fonction de x. Il reste alors entre les amplitudes deux relations déterminant complètement A et A'.

On trouve ainsi qu'un tuyau ouvert aux deux bouts fonctionnant comme résonateur sous l'influence d'une source extérieure donne le maximum de résonance pour

$$l + \alpha + \alpha' = n\frac{\lambda}{2},$$

λ étant la longueur d'onde du son de la source et n un nombre entier.

Fig. 4.



Quant à l'influence évidemment considérable de l'embouchure de flûte dans un tuyau d'orgue, il n'est même pas possible d'en soupçonner la théorie. M. von Helmholtz admet que l'embouchure ne produit qu'un bruit confus, un *frôlement* dans lequel le tuyau d'orgue choisit les sons qu'il renforce, et noie tous les autres. Pourtant, les soins particuliers qu'exige l'accord de l'embouchure (1), les essais que l'on peut faire avec l'embouchure isolée, à biseau mobile, semblent indiquer que l'embouchure est par elle-même capable de produire un son musical, et que de l'accord de ce son avec le son propre du tuyau dépend la beauté du son de l'ensemble. C'est peut-être à l'insuffisance de ce réglage dans les tuyaux des cabinets de Physique qu'il faut attribuer l'instabilité du son signalée par tous les expérimentateurs.

(1) Dom Bedos, *Facteurs d'orgues*. Réédition Roret, t. II, Chap. X.

15. *Expériences.* — Cavaillé-Coll a déterminé la différence entre la longueur d'un tuyau à embouchure de flûte, ouvert ou fermé, et la fraction correspondante de la longueur d'onde du son qu'il donne, en mesurant la hauteur du son au moyen de la sirène; il a trouvé ainsi que, pour transformer le tuyau réel en tuyau de Bernoulli, il faut ajouter à sa longueur vraie le double de la *profondeur,* distance du biseau à la paroi opposée dans une section droite. Cette correction, suffisante pour les besoins de la facture d'orgue, ne donne aucun renseignement sur l'influence de l'extrémité ouverte, qui, d'après la théorie, est quatre ou cinq fois moindre.

Wertheim a essayé de séparer les deux corrections à l'embouchure et à l'extrémité ouverte. Il déterminait la hauteur du son produit sous une pression d'air constante, dans un tuyau ouvert d'abord seul, puis additionné d'un tube ouvert d'*environ* une demi-longueur d'onde, ou d'un tube fermé d'*environ* un quart de longueur d'onde. C'est la comparaison des trois hauteurs de son déterminées au moyen du sonomètre qui fournit les deux corrections, en même temps que la vitesse du son. Comme ces hauteurs sont déterminées à $\frac{1}{10}$ près, il est évident que la correction à l'extrémité ouverte est mal déterminée. L'examen des nombres de Wertheim montre, en effet, que même la correction totale n'est pas déterminée à 1^{cm} près. Ces expériences sont antérieures au Mémoire d'Helmholtz.

Ce n'est que tout récemment que M. Blaikley a entrepris de déterminer la correction à l'extrémité ouverte d'un tube cylindrique, ouvert à l'air libre, sans plan additionnel. Un tube de laiton de 5^{cm} de diamètre plonge verticalement dans une longue éprouvette d'eau et forme ainsi un tuyau fermé dont on peut faire varier la longueur d'une manière continue en élevant ou abaissant le tube, sur lequel se trouve une division en millimètres. On approche un diapason de l'extrémité ouverte et l'on cherche les longueurs successives l_1, l_2, qui donnent le maximum de résonance. Elles correspondent à deux nœuds consécutifs; donc

$$\frac{l_2 - l_1}{2} = \frac{\lambda}{4}.$$

Avec cinq diapasons différents, M. Blaikley a toujours trouvé

une correction oscillant entre 0,57 et 0,60 du rayon du tube, indépendante de la longueur vibrante du tuyau et de la longueur d'onde du son (¹).

Une autre série d'expériences, d'après une méthode analogue à celle de Wertheim, mais débarrassée de ses causes d'erreur, a donné le même résultat.

Cette correction est comprise entre les $\frac{2}{3}$ et les $\frac{3}{4}$ de celle qu'indique la théorie pour un tuyau muni d'un rebord plan indéfini. Lord Rayleigh (²) cite une expérience de battements, répétée par M. Bosanquet, d'où il paraît résulter que la différence entre une extrémité ouverte librement et une extrémité munie d'un rebord est environ 0,2 à 0,25 du rayon, ce qui rétablirait l'accord entre l'évaluation expérimentale et l'évaluation théorique.

RÉSONATEURS;

PAR M. M. BRILLOUIN (³).

1. Les résonateurs, employés par von Helmholtz pour l'étude des sons complexes, sont des cavités d'une forme quelconque limitées par des parois rigides, polies, présentant une ouverture de dimensions convenables dans la paroi. Parmi les sons que peut produire le résonateur, il en est un excessivement grave (eu égard aux dimensions) et correspondant à un mouvement vibratoire particulièrement simple. Si, dans le voisinage d'un résonateur, on produit un ensemble de sons, le résonateur ne renforcera, en général, que le son le plus grave qu'il est susceptible de fournir.

Nous n'étudierons ici que le cas simple de la théorie des résonateurs où l'on ne tient pas compte de la propagation du mouvement à l'extérieur.

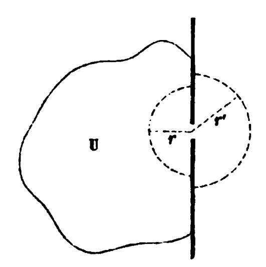
(¹) La présence du diapason à l'extrémité du tube équivaut à un petit allongement qui, déterminé par une expérience de battements entre un tube auxiliaire et le tube d'abord ouvert librement, puis légèrement obstrué par le diapason, a été trouvé de 0,007 du rayon.

(²) *Sound*, t. II, p. 188.

(³) Leçons de M. Brillouin, d'après les théories de Helmholtz et de lord Rayleigh, rédigées par M. U. Lala (*voir* p. 205 la théorie des tuyaux sonores).

Théorie des résonateurs. — Déterminons le son le plus grave que peut produire une cavité de forme quelconque, dont le volume est déterminé ainsi que la forme et les dimensions de l'ouverture.

Nous supposerons l'ouverture très petite et les dimensions de la cavité aussi petites par rapport à la longueur d'onde du son à renforcer. En outre, nous admettrons que le mouvement de translation appréciable de l'air ne se produit que dans une petite région (limitée par des sphères de rayons r et r') voisine de l'ouverture, l'air extérieur se comportant comme s'il restait à pression constante et l'air intérieur comme une masse à pression variable agissant uniquement comme ressort, de sorte que, si une compression fait entrer un peu trop d'air dans la cavité, il en résulte un mouvement vibratoire.



Appelons

p la pression intérieure variable;
p_0 la pression extérieure qui correspond à l'équilibre;
U le volume compté à partir de la sphère de rayon r;
I dt la quantité d'air qui pénètre dans le résonateur pendant le temps dt;
Q la quantité totale introduite jusqu'à l'époque t.

L'équation du mouvement de la masse d'air à travers l'ouverture est alors

$$(p_0 - p)\mathrm{I}\,dt = \rho_0 \mathrm{RI}\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial t}\,dt,$$

en supposant r et r' suffisamment grands et remarquant que la densité autour de l'ouverture est sensiblement invariable.

La compression sans perte ni gain de chaleur de l'air intérieur donne

$$p - p_0 = \frac{V^2 \rho_0}{U} Q,$$

et, comme

$$I = \frac{\partial Q}{\partial t},$$

il résulte de là

$$Q = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi\right).$$

A et φ étant deux constantes arbitraires; T est lié à V, U et R par la relation

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{V^2}{RU},$$

qui nous montre que la longueur d'onde VT est proportionnelle à la racine carrée de la quantité R dite la *résistance* de l'ouverture et à la racine carrée du volume.

Dans la pratique, on compte le volume U jusqu'à l'ouverture. C'est l'expérience seule qui pourrait indiquer de quelle quantité il convient de diminuer ce volume en fonction des dimensions de l'ouverture; ce terme correctif est évidemment de la forme $-aS^{\frac{3}{2}}$ tant que l'ouverture, de surface S, diffère peu d'un cercle, a étant un coefficient numérique plus grand que l'unité.

Helmholtz a montré que la résistance d'une ouverture en mince paroi est $\frac{1}{\pi}$ de l'inverse de la capacité électrostatique d'un disque ayant la forme de l'ouverture. Le Tableau ci-joint donne les résistances, calculées par Rayleigh, d'ouvertures elliptiques de même surface S dont le rapport des axes est K :

K..............	1	0,94	0,76	0,50	0,17
$2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ R.........	1	1,0002	1,004	1,03	1,19

Pour un tube de longueur L et de section uniforme, la résistance est sensiblement égale à la résistance de l'ouverture en mince paroi augmentée de $\frac{L}{S}$. Pourtant, lord Rayleigh a montré que c'est une limite inférieure; la résistance des deux extrémités est un peu plus grande que celle de l'ouverture en mince paroi; pour le tube circulaire, l'excès est de $\frac{1}{20}$ environ.

2. *Expériences.* — Helmholtz a contrôlé la théorie sur des expériences nombreuses de Wertheim faites avec des sphères munies d'ouvertures circulaires, et plus ou moins complètement remplies de liquide. L'accord est très bon.

Sondhaus, dès 1850, a fait une longue série d'expériences qui l'ont conduit à des formules identiques à celles que fournit la théorie. Pour des tubes de Pinaud, résonateurs formés par une boule de 3^{cc} ou 4^{cc}, soufflée au bout d'un tube de verre étroit et très long, Sondhaus a trouvé pour le nombre de vibrations par seconde, en prenant pour unité de longueur le millimètre,

$$n = 52200\sqrt{\frac{S}{LU}}.$$

La théorie donne 52700 pour de l'air à zéro. Pour des résonateurs de toutes formes, sphériques, cylindriques, coniques, percés d'ouvertures circulaires ou carrées en mince paroi, de nombreuses expériences faites les unes à volume constant, les autres à ouverture constante, ont conduit à la formule

$$n = 52400\,\frac{\sqrt[4]{S}}{\sqrt[2]{U}},$$

exacte à $\frac{1}{50}$ près tant que S^3U^2 est assez petit. Le coefficient numérique indiqué par la théorie serait 56000, dans l'air sec et à 0°, et 60000 à 20°. L'écart tient évidemment à ce que la valeur du volume mesuré jusqu'à l'ouverture est trop grande, le diamètre de l'ouverture ayant toujours été grand par rapport aux dimensions de la cavité. Le son était obtenu en soufflant, par un tube aplati, sur le bord de l'ouverture.

Enfin, dans un Mémoire de 1870, Sondhaus a étendu ses recherches à des tuyaux sonores élargis en certains points.

A la même époque, lord Rayleigh a terminé son Mémoire sur la résonance (1871) par une série étendue de mesures par une méthode nouvelle. Le résonateur de verre, à parois minces, est tenu entre les doigts auprès d'un piano qu'on joue par demi-tons. Le son de plus forte résonance se révèle par le *frémissement* de la paroi du résonateur; il est déterminé à moins d'un quart de ton, c'est-à-dire à $\frac{1}{30}$ ou $\frac{1}{40}$ près. Les expériences ont porté princi-

palement sur des ballons ou bouteilles munies de cols longs et cylindriques, ou courts et légèrement coniques; on a adopté pour résistance

$$\frac{L}{S} + \frac{1}{r_1 + r_2}.$$

Le volume a été jaugé jusqu'au milieu du col; il a d'ailleurs varié dans les limites les plus étendues, depuis 55^{cc} jusqu'à 7^{lit}. Les nombres de vibrations du son n'ont été calculés qu'après les déterminations expérimentales. Les résultats suivants sont extraits du Mémoire; on a supprimé ceux pour lesquels le quart de la longueur d'onde est presque égal au diamètre de la bouteille.

Cols longs.

n observé...	228	204	182	180	176	126	120	109	102
n calculé ...	234	202	186	180	174	128	122	108	104

Cols courts.

n observé	538	213	**170**	153	**142**	132	108	103
n calculé.....	526	219	163	149	131	129	107	101

Les deux résultats soulignés montrent que la longueur complémentaire $\frac{\pi}{4}r$ de Helmholtz est trop grande quand le tube n'est pas muni d'un rebord étendu (*voir* § 15).

Lorsque le résonateur a plusieurs ouvertures assez éloignées, la *conductibilité* totale est égale à la somme des *conductibilités* de chaque ouverture; elle est plus grande si les ouvertures sont rapprochées. Ce résultat de la théorie est d'accord avec les expériences de Sondhaus et de lord Rayleigh.

3. *Instruments percés de trous.* — On dit généralement qu'il suffit de percer un trou dans la paroi pour déterminer la production d'un ventre et faire parler le tuyau comme s'il était coupé au point percé. Ce n'est là qu'une première approximation et très grossière. Pour produire les divers sons de la flûte, il ne suffit pas d'ouvrir un seul trou, celui qui détermine la longueur d'onde; on en ouvre plusieurs au delà, mais pas tous, et l'ouverture complète ou partielle de chacun de ces trous influe sur la hauteur du son ou sur la facilité d'émission. Il est jusqu'à présent impossible de cal-

culer exactement ces influences; pourtant, d'après lord Rayleigh, on peut en rendre compte approximativement : toutes les ouvertures du tuyau jusqu'au bout interviendraient par leur *conductibilité* totale pour déterminer ce qu'il faut ajouter à la longueur du tuyau comptée jusqu'au premier trou pour avoir la demi-longueur d'onde; on supposerait alors que l'écoulement par toutes ces ouvertures se fait sans différence de phase; la première reste toujours la plus importante. Toutefois l'ouverture de plusieurs trous doit avoir un autre effet utile; c'est d'empêcher la production dans la partie extrême du tuyau d'un état vibratoire régulier non isochrone avec le principal, et dissonant.

La position exacte des trous n'a pas le degré d'importance qu'on serait tenté de lui attribuer; si elle n'est pas très inexacte, on peut toujours la corriger par un choix convenable des dimensions du trou, ou de l'écart de la clef.

On peut même, en se rappelant la théorie des résonateurs, construire un instrument à cavité irrégulière, dans lequel la position des trous est absolument arbitraire; leur dimension seule règle la hauteur du son. Le ton de l'instrument ne dépend pas de ses dimensions absolues, mais seulement du rapport de ces dimensions à celles des trous ([1]).

BIBLIOGRAPHIE.

(Tuyaux sonores et résonateurs.)

VON HELMHOLTZ. — *Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden* (*Journal de Crelle*, t. 57; 1859. *Abh.*, Bd. I-XVI, p. 303).

Zur Theorie der Zungenpfeifen (*Pogg. Ann.*, Bd. CXIV, 1861. *Abh.*, Bd. I-XVIII, p. 388).

Théorie physiologique de la Musique. Traduction française, 1868. Tuyaux : Chap. V, § 5, § 6; Suppléments, VI, VIII, IX. Résonateurs, Chap. III, Suppléments I, III.

LORD RAYLEIGH (W. STRUTT). — *On resonance* (*Ph. Trans.*, 1871, et *Proc. R. S.*, 1870).

The theory of sound, t. II, Chap. XVI, Appendix A.

Ph. Mag., 5e série, III, 1877.

([1]) On vend depuis plusieurs années sous le nom d'*ocarina* un petit instrument de ce genre.

Kirchhoff. — *Vorlesungen über Mathematische Physik*. Leç. XXIII, XXIV.

Liskovius.

Sondhaus. — *Pogg. Ann.*, t. LXXIX-LXXXI; 1850. *Pogg. Ann.*, t.CXL, 1870.

Wertheim. — *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXIII; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXXI, 1851.

Blaikley. — *Phil. Mag.*, 5e série, t. VII, 1879; XVI, 1883.

Bosanquet. — *Phil. Mag.*, 5e série, t. IV, 1877.

Cavaillé-Coll. — *Comptes rendus*, L, 1850.

SUR L'ÉTUDE DES THERMOMÈTRES A MERCURE (1);

Par M. Ch.-Ed. GUILLAUME.

L'étude des thermomètres à mercure au Bureau international des Poids et Mesures est entrée dans sa période définitive; la construction des thermomètres, la détermination de leurs corrections et le mode d'emploi de ces instruments, qui ont subi dans ces dernières années d'importantes transformations, ne paraissent pas devoir se modifier beaucoup dans un avenir rapproché. On peut dès maintenant établir quelques prescriptions précises à ce sujet.

Je rappellerai que l'indication d'un thermomètre à mercure est fournie par la dilatation apparente du mercure dans le verre, mesurée en centièmes du volume [0·100], ce volume étant lui-même à la température à mesurer.

L'échelle thermométrique résultant de cette définition diffère en général de l'échelle absolue, donnée sensiblement par le thermomètre à gaz; mais les recherches récentes ont montré que, pour tous les thermomètres du même verre, manipulés d'une manière analogue, l'échelle est la même dans les limites des erreurs d'observation, c'est-à-dire à moins de 3 ou 4 millièmes de degré.

Cette proposition s'applique à un thermomètre idéal, permettant

---

(1) Résumé de la première Partie du Mémoire de l'auteur : *Études thermométriques* (*Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, t. V. Paris, Gauthier-Villars; 1886).

de faire un usage immédiat de la définition de la température qui vient d'être donnée. Pour tous les thermomètres, les lectures doivent être ramenées aux conditions que suppose cette définition, au moyen de corrections propres à chaque instrument et déterminées sur l'instrument lui-même. L'étude individuelle des thermomètres consiste dans la détermination de ces corrections; elles sont de trois espèces :

1° Corrections de calibre et de division, qui compensent les inégalités du tube et de la division;

2° Corrections de pression extérieure et intérieure, servant à ramener les lectures à ce qu'elles seraient si le réservoir du thermomètre était toujours soumis à la même pression;

3° Corrections d'intervalle fondamental, qui servent à tenir compte de l'erreur commise par le constructeur sur l'intervalle [0·100].

Après avoir été corrigées au moyen des Tables données par l'étude individuelle, les lectures du thermomètre sont dans les mêmes conditions que si elles avaient été faites sur un thermomètre de même matière, dont la division est parfaitement régulière, et le tube cylindrique, et où 100 divisions valent 100°; de plus le réservoir est supposé soustrait à toutes les déformations dues à des causes étrangères à la température.

Si, maintenant, on établit, pour l'un de ces instruments la Table de correction pour ramener ses indications à l'échelle absolue, cette Table conviendra à tous les thermomètres du même verre, dont les indications sont corrigées au moyen des résultats d'une étude individuelle, sans qu'il soit nécessaire de recourir à la comparaison avec un autre thermomètre que l'on choisirait arbitrairement comme étalon.

Construction des thermomètres.

Les thermomètres étalons doivent être construits de manière à permettre une étude individuelle; ils doivent tous porter les points 0 et 100, ainsi que les parties intermédiaires de l'échelle servant à rapporter chaque point à l'intervalle [0·100]; mais une fraction de l'échelle, inutile pour les mesures que l'on se propose

de faire, peut être remplacée par une ou plusieurs ampoules soufflées sur le tube capillaire; on peut ainsi raccourcir le thermomètre, en conservant au degré une longueur suffisante pour que l'on puisse faire de bonnes observations. Les principaux types de thermomètres employés au Bureau international sont à échelle entière, à une ampoule ou à deux ampoules; ces derniers ont respectivement une échelle continue entre 0° et 50°, et entre 0° et 38°. D'autres thermomètres d'une construction particulière servent au-dessous de zéro, ou entre 50° et 100°.

Le tube est à section circulaire; la tige est transparente et porte une division équidistante en dixièmes de degré; ils sont munis à la partie supérieure d'une petite ampoule arrondie; ils sont en verre dur légèrement verdâtre. Le réservoir n'est pas soufflé; il est obtenu en rapportant à l'extrémité de la tige un petit tube de même diamètre, dont les parois ont une épaisseur convenable et bien régulière ($0^{mm},4$ à $0^{mm},5$) [1].

Étude des thermomètres.

Division. — La première étude se rapporte à la division. Les corrections de calibre, étant déterminées pour un certain nombre de points, il faut pouvoir faire, pour les traits intermédiaires, une interpolation en supposant des abscisses équidistantes. Si les traits ne l'étaient pas suffisamment, il faudrait appliquer des corrections de division. L'étude d'un tracé a lieu en pointant chaque trait au moyen d'un microscope porté sur le chariot d'une machine à diviser. Les tracés de M. Tonnelot présentent rarement des irrégularités dépassant 0°,001 (la longueur du degré étant de 5^{mm} à 8^{mm}). Une division aussi parfaite simplifie beaucoup l'étude du thermomètre. On a complètement renoncé aux divisions dites *rectifiées,* qui présentent toujours des discontinuités.

Calibrage. — Chaque point du thermomètre doit être rapporté au volume [0·100]; pour cela, on procède par subdivisions successives, jusqu'à ce que l'on ait déterminé les corrections d'une

---

(1) Ces thermomètres sont fournis par M. Tonnelot à Paris.

série de points assez serrés pour permettre une interpolation certaine. En général, les calibrages sont faits de 2° en 2°.

Pour les thermomètres avec échelle entière, on commence d'ordinaire par une division en 5 parties ; puis chaque section de 20° est calibrée indépendamment. Au moyen d'une formule de transformation, on ramène toutes les corrections au système [0·100]. Pour les thermomètres à une ampoule, on fait d'abord une division en deux parties de l'intervalle [0·100]; puis une subdivision en cinq parties de la section [0·50]; enfin un calibrage serré de chaque section de 10°. Pour les thermomètres à deux ampoules, la première subdivision comprend les sections [— 2·32], [32·66], [66·100]; puis on passe au calibrage serré de la section [— 2·38].

Comme on sait, les calibrages se font en comparant les volumes successifs du tube, au moyen de colonnes de mercure que l'on déplace le long du thermomètre. On arrive aisément à séparer à l'intérieur d'un thermomètre toutes les colonnes que l'on désire avoir, en utilisant la propriété de la colonne capillaire, de se séparer de nouveau à l'endroit où a eu lieu la jonction du mercure ; les difficultés ne commencent en général à devenir très grandes que pour des index ayant moins de 1^{cm} à $1^{cm},5$ de longueur. La longueur des colonnes est mesurée à l'estime et rapportée aux divisions du tube. Les observations se font au moyen de petites lunettes montées sur une glissière.

Supposons une colonne placée entre les points I et K du tube; soient x_i et x_k leurs corrections de calibre; mesurée en fonction de la section moyenne du tube entre les points extrêmes du calibrage, cette colonne aura une certaine longueur $m + \lambda_m$, λ_m représentant l'excès très petit de la colonne sur sa longueur nominale de m^o. La longueur mesurée dans la position (IK) sera

$$m + a_{ik}.$$

En appliquant les corrections x_i et x_k aux extrémités de cette colonne et en supposant, comme première approximation, les longueurs proportionnelles aux volumes, nous aurons l'égalité

$$m + a_{ik} + x_k - x_i = m + \lambda_m$$

ou

$$x_i - x_k + \lambda_m = a_{ik}.$$

C'est l'équation fondamentale du calibrage, dans laquelle x_i, x_k et λ_m sont les inconnues, a_{ik} la quantité observée.

On peut calculer les corrections de calibre d'un tube, dès que l'on possède autant d'équations indépendantes que le problème contient d'inconnues. Mais, pour obtenir une grande précision, il est nécessaire d'établir beaucoup plus d'équations que d'inconnues.

En observant dans toutes les positions possibles toutes les colonnes de longueurs croissant en progression arithmétique depuis la distance de deux points consécutifs du calibrage serré, on obtient, pour une division en n parties, $\frac{(n+2)(n-1)}{2}$ équations, formant un système symétrique de $2(n-1)$ inconnues, que l'on résout par la méthode des moindres carrés.

Les erreurs résiduelles qui subsistent, lorsqu'on introduit dans les équations de condition des valeurs calculées des x et des λ, permettent de déterminer les erreurs probables des inconnues. Dans un bon calibrage, les erreurs probables relatives aux corrections dépassent rarement $0°,0005$. Cependant la vraie mesure de la précision est donnée par la répétition du même calibrage. Sur le conseil de M. Benoît, M. Isaachsen et moi, nous avons calibré indépendamment le même thermomètre à deux ampoules; les résultats ont pleinement confirmé les prévisions de la théorie; pour toute la section [— 2·38], la plus forte divergence était de $0°,0010$.

Coefficients de pression. — Le coefficient de pression d'un réservoir thermométrique est la quantité qui, multipliée par la pression exercée sur le réservoir, donne la correction à appliquer à la lecture pour compenser l'effet de la pression. Les unités usuelles sont : pour les pressions, le millimètre de mercure multiplié par le g moyen, et pour les températures le degré. On distingue le coefficient de pression intérieure β_i, et le coefficient de pression extérieure β_e. Ces deux coefficients sont liés par la relation

$$\beta_i = \beta_e + k(\chi_m - \chi_v),$$

χ_m et χ_v désignant les coefficients de compressibilité du mercure et du verre, k un facteur de réduction aux mêmes unités, β_e peut

être déterminé avec une assez grande précision; la mesure de β_i est plus difficile.

Pour déterminer β_e, on enferme le thermomètre dans un tube de verre placé verticalement, et muni à sa partie supérieure de deux tubulures latérales à robinets, communiquant l'une avec l'atmosphère, l'autre avec un manomètre et un récipient dans lequel on a fait le vide. Le tube contient une petite quantité de mercure entourant le réservoir du thermomètre; le reste est rempli par de la glycérine; il plonge par le bas dans un seau plein d'eau, qui sert à régler la marche de la température. En ouvrant alternativement les deux robinets, on soumet le réservoir à des pressions dont la différence, mesurée au manomètre, est voisine d'une atmosphère.

Soient a_1 et a_3 la première et la troisième lecture, faites sous la pression atmosphérique; a_2 la lecture intermédiaire sous la pression qui règne dans le récipient; P la différence des pressions. Si les lectures ont été faites à intervalles égaux, on pourra poser

$$P\beta_e = \frac{a_1 + a_3}{2} - a_2.$$

On établit un nombre suffisant d'équations de cette forme en faisant une série d'observations, alternativement sous les deux pressions dont on dispose. Il faut éviter avec soin, dans ces expériences, certaines sources d'erreurs, qui peuvent dépasser sensiblement l'incertitude des observations; la capillarité de la colonne mercurielle, qui monte et descend alternativement dans le tube thermométrique, est la plus importante; on l'élimine en créant une marche de température assez forte, et en espaçant les lectures assez pour que le ménisque soit toujours ascendant au moment de l'observation. Les résidus d'élasticité peuvent aussi n'être pas négligeables pour certains verres; pour le verre dur, ils paraissent n'avoir aucune influence sensible.

J'ai trouvé, par des expériences directes, que le coefficient β_e augmente de 0,000156 de sa valeur par degré dont la température monte; cependant ces expériences sont trop délicates pour qu'il soit possible d'affirmer le second chiffre significatif de ce coefficient de variation.

Pour calculer β_i, nous avons besoin de connaître la différence

$\chi_m - \chi_v$. Or les expériences classiques exécutées par MM. Descamps et Amaury dans le laboratoire de Jamin fournissent, comme j'ai eu l'occasion de le démontrer (¹), non pas le coefficient χ_m, mais un nombre très voisin de $\chi_m - \chi_v$; il serait égal à cette dernière quantité si le piézomètre eût été sphérique. Faute de données précises permettant d'évaluer la divergence très faible entre le nombre donné par ces expériences et la différence en question, nous avons admis qu'elle était nulle. En réduisant le coefficient de M. Descamps, $1,87.10^{-6}$ par atmosphère, à nos unités $\frac{\text{degré}}{\text{mm}}$, on trouve

$$\beta_i = \beta_e + 0,0000154.$$

Des mesures directes de β_i faites sur plus de cent thermomètres de précision ont vérifié cette relation dans les limites de l'exactitude atteinte.

Connaissant β_e et β_i, on construit deux Tables donnant, la première les corrections de pression extérieure pour tous les millimètres de mercure, la seconde les corrections de pression intérieure pour tous les degrés, le thermomètre étant supposé vertical.

Jusqu'ici, on ne connaît pas de résultats précis permettant de tenir compte des variations de la pression capillaire dans l'intérieur du tube thermométrique. Ces variations sont un obstacle à l'emploi de thermomètres à tube très fin, et dont le degré dépasse une certaine longueur.

Intervalle fondamental. — Il reste à déterminer la valeur moyenne d'une division. Dès les premières recherches de thermométrie faites au Bureau international, on adopta, pour l'évaluation des températures, le mode opératoire indiqué par M. Pernet. Le thermomètre ayant été exposé pendant quelque temps à la température à mesurer, on fait la lecture, puis on détermine la position du zéro; c'est ce zéro actuel que l'on prend comme point de départ pour l'évaluation de la température correspondante. Le même procédé s'applique à l'intervalle fondamental; après avoir

(¹) *Comptes rendus*, t. CIII, p. 1183-1186, 13 décembre 1886.

fait une lecture du thermomètre dans la vapeur d'eau bouillante,

Fig. 1.



on le refroidit rapidement, et on l'observe dans la glace fondante.

L'appareil dont nous nous servons pour déterminer le point 100 dérive de l'appareil classique de Regnault, mais il en diffère en plusieurs points ; il a été construit dans l'atelier du Bureau, sur les indications de M. P. Chappuis.

Le thermomètre T (*fig.* 1, 2, 3) est placé dans un tube à double circulation A, dans lequel la vapeur entre par l'axe B ; ce tube peut être placé verticalement et horizontalement ; il est relié


Fig. 2.

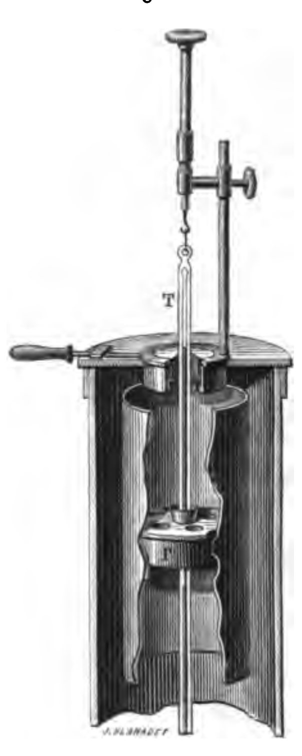
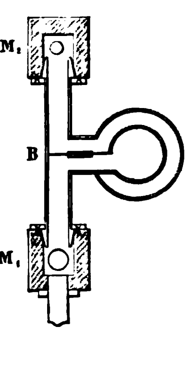


Fig. 3.



à la chaudière C par un tuyau D. La vapeur, après avoir parcouru le tube, se condense dans un réfrigérant ouvert E. Les lectures ont lieu au moyen de la lunette L, portée par le tube, avec les mouvements de réglage nécessaires. Un manomètre à eau H indique la surpression dans l'appareil.

La température de la vapeur est déduite de la pression barométrique réduite au niveau de la mer, et au 45e degré de latitude, afin de tenir compte des variations de *g*. Ce sont les observations

alternatives du thermomètre en position horizontale et verticale dans cet appareil, qui fournissent le meilleur contrôle pour le calcul du coefficient β_i.

Fig. 4.



Pour la détermination du zéro, nous nous servons de glace naturelle finement rapée. Cette glace, additionnée d'eau distillée, est placée dans un vase en verre A (*fig.* 4) de quelques litres de capacité, avec écoulement à robinet. Le thermomètre est pressé par un ressort C contre deux tiges B, B garnies de liège. La glace doit toujours être trempée d'eau, mais il faut faire écouler l'eau qui reste en excès lorsqu'on la comprime fortement.

La détermination de l'intervalle fondamental est soumise à de

nombreuses causes d'erreurs, portant sur les lectures du thermomètre, et sur les circonstances physiques dans lesquelles il se trouve; cependant, en répétant cette détermination à diverses reprises dans de bonnes conditions, on peut être en général assuré d'une précision de 0°,002 sur une moyenne de quelques observations. La plus grande cause de divergence provient des variations de la température ambiante. L'effet de ces variations est multiple, et assez mal défini. Pour des températures qui diffèrent de 15° à 20°, les valeurs de l'intervalle fondamental peuvent aisément présenter des divergences de 0°,01.

L'identité de l'intervalle fondamental de divers thermomètres ne peut être garantie, dans les limites indiquées, que si les observations ont été faites pour une température ambiante peu différente. Les déterminations sont réparties le plus souvent sur un espace de plusieurs mois; elles sont faites de préférence lorsque la température du laboratoire est comprise entre 6° et 12°. L'erreur de l'intervalle fondamental ne porte sur la mesure d'une température que proportionnellement à sa distance à zéro; or les limites des mesures de précision dépassent à peine 50°.

En récapitulant les diverses causes d'erreurs auxquelles est soumise l'étude individuelle d'un thermomètre, on voit qu'un observateur habile, en se servant des méthodes les plus perfectionnées, peut déterminer la correction totale de chaque trait d'un thermomètre étalon, à moins de trois ou quatre millièmes de degré près.

ÉTUDE DU CHAMP MAGNÉTIQUE PRODUIT PAR UN ÉLECTRO-AIMANT DE FARADAY;

PAR M. A. LEDUC.

Dans notre électro-aimant les noyaux ont un diamètre extérieur de $0^m,16$, un diamètre intérieur de $0^m,04$ et une longueur de $0^m,28$. Ces noyaux sont recouverts de vingt-sept tours par centimètre de longueur d'un fil de cuivre de $0^m,003$ de diamètre (à nu). J'ai adapté à cet appareil des pièces polaires de masse et de forme variées.

J'ai constaté que la cavité cylindrique des noyaux (qui permet de faire des expériences sur la polarisation de la lumière) n'a pas d'influence sur le champ produit entre les pièces polaires; on n'altère aucunement la valeur de ce champ en remplissant de fer cette cavité.

J'ai examiné successivement l'influence

1° De l'intensité du courant qui circule dans les hélices magnétisantes;
2° De la distance des surfaces magnétiques;
3° De la masse et de la forme des pièces polaires.

Toutes les expériences ont été faites par les deux méthodes décrites précédemment [1].

1. *Variation de l'intensité du courant.* — Les expériences les plus complètes ont été faites entre des armatures cylindriques ayant $0^m,07$ de diamètre et $0^m,023$ d'épaisseur. Tant que leur distance n'était pas inférieure à 1^{cm}, j'ai disposé entre elles, normalement aux lignes de force, l'explorateur de l'appareil manométrique traversé par un courant convenable. Pour les distances inférieures à $0^m,01$, j'ai employé quelques-uns des filaments de bismuth dont la variation de résistance avait été préalablement étudiée. J'ai pu rapprocher aisément les surfaces polaires à une distance de $0^m,0025$, et j'aurais pu les rapprocher davantage si je n'avais craint de faire une erreur relative trop considérable dans l'évaluation de cette distance.

Quelle que soit cette distance, il m'a paru impossible de représenter algébriquement, d'une manière générale, la variation du champ magnétique (en son milieu) en fonction de l'intensité C du courant magnétisant. La formule de Frœlich $M = \frac{mC}{1 + \mu C}$ ne convient assez bien que pour les valeurs de C comprises entre 3 et 35 ampères, et si la distance des surfaces polaires ne dépasse pas 1^{cm}.

Je me suis donc borné à représenter, en général, par des

---

(1) Voir p. 185 et 188 de ce volume.

courbes, les résultats de mes expériencces, en ayant soin de déterminer chacune d'elles par un grand nombre de points. Le Tableau ci-dessous donne un exemple de la marche du phénomène; il est extrait d'une expérience faite avec une distance de $0^m,02$ entre les surfaces polaires :

C.	M.	$\frac{M}{C}$.
1,55	1082	698
2,38	1665	700
2,87	2070	721
3,95	2840	718
4,32	3015	697
6,28	4110	654
8,05	4806	596
12,70	6570	498
16,90	7590	447
30,00	10570	352

On voit que le rapport $\frac{M}{C}$, qui a quelque analogie avec la perméabilité magnétique de Thomson, présente un maximum au voisinage de $3^{amp},3$ et diminue ensuite pour prendre à 30 ampères une valeur inférieure à la moitié de sa valeur maxima.

Le champ produit n'est donc sensiblement proportionnel au courant C que jusque vers 4 ou 5 ampères, et l'on peut admettre pour la valeur du champ jusqu'à cette limite 700 unités par ampère.

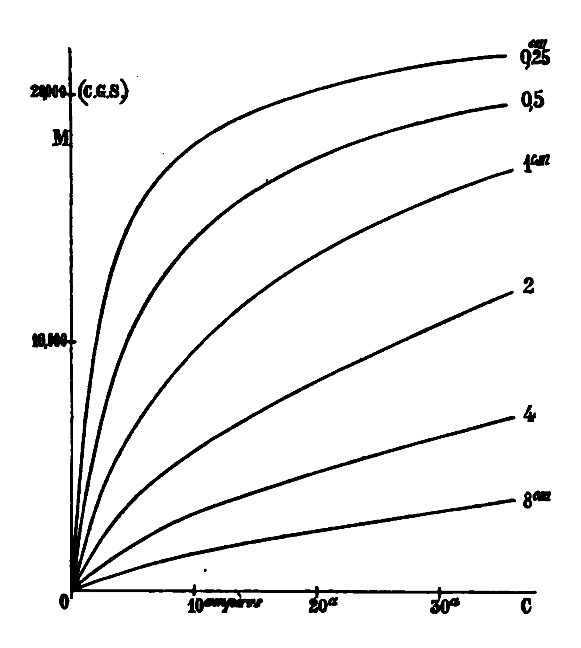
On jugera par le Tableau ci-dessus de l'erreur que l'on commettrait en appliquant la même règle pour des courants plus considérables. Ainsi que nous venons de le voir, cette erreur serait de 50 pour 100 au voisinage de 30 ampères.

Les expériences faites avec des pièces polaires de masse plus considérable et en faisant varier la distance des surfaces magnétiques ont donné lieu à des remarques analogues. Mais :

1° Le maximum de $\frac{M}{C}$ se produit pour des valeurs de C d'autant plus petites (et pour des valeurs de M d'autant plus grandes) que les armatures sont plus rapprochées;

2° La diminution de $\frac{M}{C}$ est d'autant plus rapide que les armatures sont plus rapprochées.

2. *Influence de la distance des surfaces polaires.* — J'ai fait varier cette distance de $0^m,0025$ à $0^m,08$, en la doublant successivement. Tant qu'elle ne dépasse pas $0^m,02$, on peut admettre que le champ est absolument uniforme à l'intérieur des deux troncs de cône ayant pour grandes bases les surfaces polaires et pour petite base commune un cercle de $0^m,03$ ou même $0^m,04$ de diamètre, placé au milieu du champ normalement à l'axe de l'appareil.



Le champ ne décroît que très lentement quand on s'éloigne de l'axe à l'intérieur du cylindre circonscrit aux pièces polaires.

Il n'en est plus de même lorsqu'on augmente la distance de ces pièces. Ainsi, à la distance de $0^m,04$, on observe que le champ magnétique a, en son milieu, une valeur inférieure de 1 à 2 pour 100 à celle qu'il prend près de l'une des armatures. Pour une distance des armatures de $0^m,08$, cette différence peut dépasser 10 pour 100.

Il est bien clair que, si les surfaces polaires étaient plus étendues, ces différences ne se produiraient que pour des distances plus grandes des armatures.

Je ne prétends point généraliser et appliquer, par exemple, au champ des machines dynamos les résultats que j'ai obtenus avec un certain électro-aimant et des pièces polaires de forme et de dimensions données. Toutefois, il n'est pas sans intérêt de tirer de ces expériences quelques conclusions que les courbes de la figure (*fig.* 1) et le Tableau ci-dessous mettent en évidence. Ce Tableau est à double entrée, la colonne verticale de gauche indique la distance des surfaces polaires et la rangée horizontale supérieure le courant qui passe dans les hélices de l'électro-aimant. Les nombres situés dans le corps du Tableau mesurent en unités C.G.S. l'intensité magnétique observée au milieu du champ.

	C				
D.	2amp.	4amp.	8amp.	16amp.	32amp.
m					
0,0025....	9060	13400	16930	19400	21100
0,005.....	5400	9200	12960	16130	18800
0,01......	2780	5460	8440	12200	15830
0,02......	1430	2820	4800	7380	10930
0,04......	750	1500	2750	4200	6500
0,08......	360	720	1370	2140	3400

On voit que, si le champ ne dépasse pas 5000 ou 6000, sa valeur est à peu près en raison inverse de la distance des surfaces polaires. Ainsi l'on a obtenu au moyen d'un courant de 2 ampères un champ de 5400 avec une distance de 0,005, et de 1430 avec une distance de 0,02. La loi ci-dessus aurait donné, dans ce dernier cas, le nombre 1350, dont l'erreur n'atteint pas 6 pour 100.

Il n'en est plus de même lorsque le champ varie au delà de 10000 et particulièrement lorsqu'il dépasse 20000. Ainsi, un champ de 21100 n'a pas été réduit de moitié lorsque l'on a multiplié par 8 la distance des armatures.

Si l'on envisage l'application aux machines, il est clair qu'il ne faut pas seulement chercher à obtenir des champs d'une grande intensité, mais bien à rendre maxima, pour un certain travail dépensé, une certaine fonction de cette intensité du champ et de son volume utile, telle que le produit de ces deux grandeurs. Or, si nous désignons par a la distance que l'on doit nécessairement laisser entre la dernière couche de fil de l'induit et la surface po-

laire de l'inducteur, ce produit est proportionnel à

$$M(D-a) \quad \text{ou} \quad MD \times \left(1-\frac{a}{D}\right).$$

Chacun de ces facteurs augmente avec D; il en est de même de leur produit. On voit donc que le champ est obtenu avec d'autant plus d'économie que la distance entre l'anneau et les inducteurs est plus considérable. Il ne faudrait pas cependant que cette distance devînt plus grande que la moitié de la largeur des pièces polaires, car la valeur moyenne du champ décroîtrait alors plus vite que n'augmenterait cette distance.

Proposons-nous maintenant d'obtenir un champ d'une certaine intensité, et examinons, par exemple, dans quel rapport croîtra la dépense d'énergie (EC) si l'on veut doubler la valeur d'un champ précédemment obtenu sans changer la distance des surfaces polaires.

Il est clair que, si l'on reste dans les limites où ce champ est proportionnel au courant qui sert à le produire, il suffira de doubler le champ magnétisant, et par suite de multiplier par 3 environ la dépense d'énergie.

Si l'on part, au contraire, d'une valeur du champ telle que celui-ci ait cessé d'être proportionnel au courant, nos courbes montrent qu'il faudra tripler le champ magnétisant, et il est facile d'établir que la dépense d'énergie se trouvera multipliée par un nombre supérieur à cinq.

Les champs les plus faibles sont donc les plus économiques, et il importe beaucoup de ne pas dépasser la limite, variable avec la distance d'entre-fers, pour laquelle le champ magnétique cesse d'être proportionnel à la force magnétisante.

W.-C. RONTGEN et J. SCHNEIDER. — Ueber Compressibilität und Oberflächenspannung von Flüssigkeiten (Sur la compressibilité et la tension superficielle de quelques liquides); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 165; 1886.

Le Mémoire, assez étendu, renferme la relation d'un long travail sur la compressibilité des dissolutions aqueuses des sels alcalins. Toutes les observations sont faites simultanément sur deux piézomètres dont l'un renferme de l'eau pure, l'autre une dissolution saline; chaque expérience fait ainsi connaître immédiatement le rapport des compressibilités apparentes de ces deux liquides.

Des expériences ayant spécialement pour but l'étude de l'eau pure ont donné comme coefficient de compressibilité apparente de ce liquide à 18° le nombre

$$0,0000438;$$

on a pu, dès lors, calculer le coefficient de compressibilité apparente des dissolutions salines.

Enfin, en utilisant les résultats obtenus par d'autres physiciens sur la compressibilité du verre, les auteurs assignent au coefficient de compressibilité absolue de l'eau la valeur

$$0,0000467,$$

qu'ils regardent comme plus exacte que celle de M. Grassi. Toutefois, la discussion des résultats ne porte que sur les compressibilités apparentes relatives.

La plupart des dissolutions n'ont été observées qu'à deux degrés différents de concentration; pour quelques-unes, on a fait une étude plus complète.

Presque toujours, la compressibilité diminue quand la concentration augmente, et ces deux quantités sont reliées entre elles comme les ordonnées et les abscisses d'une hyperbole. Mais il y a des exceptions, et la courbe de compressibilité de l'acide sulfurique en particulier est fort irrégulière; cette courbe prend une allure beaucoup moins anormale, tout en continuant de s'écarter de la loi précédente quand on rapporte les variations de volume observées, non plus à des volumes égaux d'acide sulfurique plus

ou moins concentré, mais à des volumes dérivant les uns des autres par la substitution d'un certain nombre d'équivalents d'acide sulfurique au même nombre d'équivalents d'eau.

Dans la seconde Partie de leur travail, les auteurs observent l'ascension de ces mêmes dissolutions dans un tube capillaire. La comparaison des deux propriétés ne met en évidence aucune loi simple : en général, l'action capillaire varie en sens inverse de la compressibilité, mais il y a des exceptions. E. Rivière.

G. WEIDMANN. — Ueber den Zusammenhang zwischen elastischer und thermischer Nachwirkung des Glases (Relation entre les résidus d'élasticité et de dilatation dans le verre); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 214; 1886.

L'auteur a étudié surtout les résidus d'élasticité de flexion en opérant sur des tiges de verre dont l'une des extrémités est fixée horizontalement et l'autre chargée de poids.

Il a fait aussi quelques expériences piézométriques sur des thermomètres qui, soumis à des pressions intérieures considérables, puis ramenés dans les conditions initiales, mettent toujours un certain temps à reprendre exactement leur position primitive.

L'élasticité de torsion a été enfin l'objet de quelques essais.

Les résidus de dilatation sont représentés par les déplacements du o dans des thermomètres construits avec des verres identiques à ceux qui ont servi aux expériences de flexion; des observations directes de la dilatation linéaire n'ont donné que des résultats insignifiants.

Les résidus d'élasticité, conformément à une loi énoncée par Kohlrausch, se sont montrés proportionnels aux déformations primitives; le rapport, à une température donnée et pour une durée déterminée de la charge, est indépendant des dimensions du corps; pour les verres il diminue quand la température s'élève.

Si l'on compare entre eux des verres de diverses natures, les résidus d'élasticité varient dans le même sens que les résidus de dilatation, sans qu'il y ait de relation simple entre les deux phénomènes.

Les verres qui contiennent à la fois de la soude et de la potasse

donnent des résidus considérables; ceux qui ne renferment presque exclusivement qu'un de ces deux alcalis sont meilleurs, et le verre de potasse est supérieur au verre de soude.

E. Rivière.

W.-E. AYRTON et J. PERRY. — The expansion of mercury between 0° and — 39° (Étude de la dilatation du mercure entre — 39° C. et 0° C.); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXII, p. 325; 1886.

MM. Ayrton et Perry comparent les indications d'un thermomètre à mercure à celles d'un thermomètre à air à volume constant. Le réservoir du premier et la boule du second sont placés dans une boîte contenant du mercure refroidi jusque vers — 39° C. et qui se réchauffe ensuite progressivement.

Ils adoptent, pour le thermomètre à air, une disposition très simple. La boule de ce thermomètre se prolonge verticalement vers le bas par un tube de verre relié à l'aide d'un tube de caoutchouc à un second tube de verre parallèle au premier. En serrant plus ou moins le tube de caoutchouc à l'aide d'une pince, ils maintiennent constant le niveau du mercure dans le premier tube.

De leurs expériences, MM. Ayrton et Perry déduisent la loi de dilatation du mercure entre — 39° et 0° C. Cette loi est représentée par une courbe si voisine d'une ligne droite qu'ils en concluent que le mercure se dilate régulièrement dans les conditions indiquées.

H. Crevaux.

W.-E. AYRTON et J. PERRY. — On the expansion produced by amalgamation (Dilatation produite par l'amalgamation); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXII, p. 327; 1886.

En amalgamant l'une des faces d'une règle de bronze, MM. Ayrton et Perry ont constaté que cette règle se courbe rapidement, la surface amalgamée devenant convexe. En martelant cette barre pour la redresser, la courbure devint plus grande.

MM. Ayrton et Perry pensent que ce phénomène peut jouer un

rôle assez important dans la fabrication des miroirs magiques.

Sous cette influence, les parties minces du miroir deviennent plus convexes que les parties épaisses correspondant aux dessins en relief tracés sur la partie postérieure du miroir. Cet effet s'ajouterait alors à l'effet produit par la pression lors des deux opérations qui ont pour but de rendre le miroir convexe et de le polir.

H. Crevaux.

Th. GRAY. — On a new standard sine-galvanometer (Nouvelle boussole des sinus); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXII, p. 368; 1886.

La disposition proposée par l'auteur consiste simplement en une couche de fil enroulée sur un tube d'environ $0^m,10$ de diamètre et de grande longueur. Au milieu de l'axe du tube se trouve une courte aiguille. La force en ce point, due à l'unité de courant, est

$$f = \frac{4\pi n l}{\sqrt{r^2 + l^2}},$$

où l est la demi-longueur du tube, r son rayon, et n le nombre de tours par centimètre de longueur du tube.

Dans le cas où l est très grand par rapport à r, on a simplement

$$f = 4\pi n,$$

c'est-à-dire que la force ne dépend plus que de n. Dans le cas où l n'est pas très grand par rapport à r, la correction due à la longueur du tube s'obtient en développant en série l'expression

$$4\pi n\left(1 + \frac{r^2}{l^2}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

ce qui donne

$$f = 4\pi n\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2} + \frac{3}{8}\frac{r^4}{l^4} - \frac{5}{16}\frac{r^6}{l^6} + \ldots\right).$$

Si l'on suppose, par exemple, $l = 10r$, on aura

$$f = 4\pi n\left(1 - \frac{1}{200} + \frac{3}{80000} - \ldots\right),$$

c'est-à-dire que la correction est suffisante en prenant le second terme de la série.

Une petite erreur sur la mesure de r sera donc de peu d'importance. Le point capital sera d'obtenir n avec une exactitude suffisante. Or, le nombre total de tours du fil, ou nl, pourra être obtenu avec une exactitude absolue, et la longueur l peut être facilement mesurée à $\frac{1}{10}$ de millimètre près. On en déduira n avec une très grande approximation en supposant l'enroulement uniforme.

Le grand avantage de cette disposition est de donnner un champ bien uniforme autour du point central du tube et de ne nécessiter que des mesures simples et susceptibles d'une exactitude suffisante.

Voici maintenant comment l'appareil est disposé pour les expériences :

Le tube est mobile autour d'un axe vertical, et son mouvement de rotation est mesuré par le déplacement d'un index le long d'une échelle circulaire.

A l'une des extrémités du tube se trouve une petite échelle éclairée. La lumière issue de cette échelle tombe sur un petit miroir fixé à l'aiguille, puis de là sur un second miroir qui la renvoie dans une lunette fixée à l'autre extrémité du tube.

Pour faire une expérience, on déplace d'abord le tube de façon à amener l'image du zéro de la petite échelle sur le point de croisement des fils du réticule de la lunette, puis on fait passer le courant et l'on tourne le tube de façon à rétablir la coïncidence entre l'image du zéro et le point de croisement des fils du réticule. Soit θ l'angle dont il a fallu tourner le tube, l'intensité du courant est

$$I = \frac{H \sin\theta}{4\pi n\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\right)},$$

H. Crevaux.

T.-C. MENDENHALL. — On the electrical resistance of soft carbon under pressure (Influence de la pression sur la résistance électrique du charbon doux); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXII, p. 358; 1886.

H. TOMLINSON. — Note on the effect of stress and strain on the electrical resistance of carbon (Note relative à l'influence de la pression sur la résistance électrique du charbon); *Ibid.*, p. 442.

M. Mendenhall se propose de démontrer que la diminution de résistance observée dans un circuit comprenant un petit disque de charbon doux soumis à l'action d'une pression est bien due à une réelle diminution de la résistance du charbon, et non au meilleur contact entre le charbon et les parties voisines du circuit.

L'appareil employé dans ce but se compose des deux moitiés d'un tube en U séparées à leur partie inférieure par le petit disque de charbon, et contenant une quantité de mercure suffisante pour couvrir les deux faces du disque. Deux fils de platine scellés à la partie inférieure des deux demi-tubes servaient à l'entrée et à la sortie du courant. La compression était produite par addition de mercure dans les deux branches, ou par pression de l'air. Dans ce dernier cas, les extrémités supérieures de deux demi-tubes étaient fermées, et près de leurs extrémités inférieures se trouvaient deux petits tubes par lesquels la même pression s'exerçait à la fois dans les deux branches.

Toutes les expériences faites dans ces conditions mirent en évidence une grande diminution de la résistance sous l'influence de la pression. Le disque était suffisamment sensible pour accuser de faibles variations dans la pression atmosphérique. Il fut d'ailleurs vérifié que la diminution de résistance n'est pas brusque, mais se continue avec une rapidité décroissante pendant un temps assez long.

Pour montrer, dans ces expériences, la très faible influence du changement des surfaces de contact pendant la pression, l'auteur remarque que les faces du disque de charbon doux étant douces et polies, tandis que les faces d'un semblable disque de charbon dur sont plus ou moins rudes et irrégulières, l'effet de la pression, s'il est d'améliorer les surfaces de contact, sera plus grand avec le disque de charbon dur qu'avec le disque de charbon doux. L'ex-

périence, faite avec un disque de charbon dur, montre, au contraire, une très faible diminution de résistance.

Il en conclut que la diminution de résistance constatée dans les expériences faites avec le charbon doux est due presque entièrement à une réelle diminution de la résistance de ce charbon, le changement de contact n'ayant qu'une très faible influence.

M. Tomlinson critique la conclusion déduite par M. Mendenhall de ce fait que, dans ses expériences, la diminution de résistance a été moindre avec le charbon dur qu'avec le charbon doux.

Le disque de charbon doux étant formé par l'agglutination et la compression d'un mélange de noir de fumée et d'eau gommée, l'auteur pense que les changements de résistance observés n'indiquent pas forcément une diminution dans la résistance du charbon lui-même, et peuvent s'expliquer par l'intervention des deux causes suivantes :

1° Diminution de résistance de la mince couche de gomme située entre les particules de charbon ;

2° Meilleure surface de contact entre une particule de charbon et une autre.

L'intervention de la première cause pourrait en outre expliquer l'influence du temps sur le changement de résistance.

H. Crevaux.

H. TOMLINSON. — On certain sources of error in connection with experiments on tortional vibrations (Sources d'erreurs dans les expériences sur les vibrations de torsion). *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXI, p. 414; 1886.

En observant les oscillations d'une barre suspendue à un fil de torsion, M. Tomlinson constata dans certains cas que l'amplitude des oscillations, au lieu de décroître progressivement, passait par une série de minima et de maxima successifs constituant des sortes de battements.

Ces battements étaient dus à l'existence de deux séries de vibrations presque synchrones. L'une de ces séries de vibrations était constituée par les vibrations de torsion du fil. Suivant la disposition des expériences, l'autre était constituée :

1° Soit par les vibrations autour de leurs axes de deux cylindres de poids égaux suspendus à la barre, et à égale distance de son milieu par deux fils métalliques ou non;

2° Soit par les vibrations pendulaires du fil, vibrations dues à ce que le fil n'est jamais rigoureusement attaché au centre de gravité de la barre;

3° Soit par les vibrations transversales du fil, comme cela arrivait quand le fil supportait une faible charge.

Outre ces trois causes d'erreurs, M. Tomlinson en découvrit une quatrième due à ce que le fil a, au début, une élasticité variable et qui devient maxima après un temps d'oscillation plus ou moins grand selon la nature du fil. Ce maximum d'élasticité disparaît d'ailleurs par le choc ou par une élévation de température de 2°C. ou 3°C.

Il est bon alors, avant de commencer les observations, de faire effectuer au fil quelques centaines d'oscillations.

Ces quatre causes d'erreurs pourront affecter toutes les expériences où l'on utilisera les vibrations de torsion d'un fil.

H. Crevaux.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

6e série, t. VII, VIII et IX; 1886.

G.-A. HIRN. — Recherches expérimentales sur la limite de la vitesse que prend un gaz quand il passe d'une pression à une autre plus faible (1). T. VII, p. 289-349.

Après avoir rappelé les diverses équations par lesquelles on a essayé de représenter le mouvement des fluides élastiques ou non élastiques, l'auteur se demande : 1° s'il existe un *maximum* pour le volume d'un gaz s'écoulant d'un réservoir à charge constante

(1) Les *Annales de Chimie et de Physique* contiennent, t. IX, p. 375-406, un Mémoire de M. Hugoniot où se trouvent discutées les conséquences que M. Hirn tire de ses expériences. (*Voir* p. 79 de ce volume un résumé de ce Mémoire.)

dans un autre dont on fait varier à volonté la contre-pression; 2° s'il existe une vitesse limite vers laquelle converge la vitesse d'écoulement, à mesure que la contre-pression diminue, comme l'indique la formule bien connue de Weisbach ou de Zeuner.

De l'air à la pression et à la température ordinaires était renfermé dans un gazomètre qui, pendant l'écoulement, s'abaissait avec une vitesse mesurée au moyen d'un appareil enregistreur, ce qui faisait connaître la quantité de fluide écoulé. Le gaz s'écoulait par un orifice étroit de forme variable dans un récipient où l'on avait fait le vide au moyen d'une pompe à eau. La pression, dans le récipient, était mesurée au moyen d'un manomètre à eau. C'est avec ces données que M. Hirn calculait les vitesses d'écoulement qui, dans certains cas, auraient dépassé 4000^m et même 5000^m. Cette vitesse augmenterait d'ailleurs au delà de toute limite, si la pression dans le réservoir pouvait décroître indéfiniment.

La vraie loi d'écoulement des gaz serait donc inconnue d'après M. Hirn, et il faudrait en conclure que les équations de l'Hydrodynamique sont erronées et que « la théorie moderne des gaz reçoit un démenti formel de l'expérience ».

H. RIGHI. — Recherches expérimentales et théoriques sur la lumière polarisée réfléchie par le pôle d'un aimant. T. VIII, p. 65-145.

C'est la suite de recherches déjà résumées dans le *Journal de Physique* (1). Dans le deuxième Mémoire, l'auteur suit une marche inverse de celle adoptée dans le premier. Il commence par l'étude théorique, examine particulièrement le cas des vibrations rectilignes réfléchies et applique sa théorie au cas des réflexions multiples et à celui des réflexions sur un corps transparent placé sur le pôle. Il décrit ensuite une disposition nouvelle pour l'étude du phénomène de Kerr et rapporte les résultats de nouvelles expériences qu'il a exécutées, soit pour vérifier de nouveaux résultats théoriques, soit pour étudier l'effet des diverses longueurs d'onde de la lumière incidente, soit pour arriver à la détermi-

(1) *Voir* 1re série, t. V, p. 188.

nation des constantes qui entrent dans les formules auxquelles il est conduit.

BOUTET. — Étude expérimentale sur les meilleurs moyens de produire des sons purs et constants dans des tuyaux et spécialement sur l'influence de la matière, de la forme, du diamètre et de l'épaisseur des orifices sonores. T. IX, p. 406-422.

Voici les conclusions de ce Mémoire :

1° Il n'est pas nécessaire que les disques soient métalliques pour produire des sons; les plaques en bois percées à la manière des disques de Masson fournissent les plus beaux sons. Les orifices faits avec de vieux bouchons de laboratoire, s'usant à la lime avec beaucoup de régularité, ont surtout été excellents.

2° La forme circulaire de l'orifice n'est pas indispensable; des orifices triangulaires, carrés ou rectangulaires, ont donné des sons d'une grande pureté.

3° L'épaisseur des disques est limitée, et l'on n'a obtenu des sons qu'avec des épaisseurs comprises entre 2^{mm} et ce nombre augmenté du double du diamètre. Pour étudier la loi des épaisseurs, M. Boutet a fait construire plusieurs jeux de disques métalliques en zinc ayant 1^{mm} d'épaisseur et pouvant se superposer exactement. Les orifices en liège ayant d'abord une grande épaisseur, on les usait peu à peu avec une lime fine. Ceux qui n'étaient pas circulaires n'ont donné de sons qu'avec des épaisseurs peu considérables; l'épaisseur des orifices triangulaires n'a jamais dépassé le côté et celle des orifices carrés ou rectangulaires a toujours été très faible.

4° Le diamètre semble pouvoir grandir indéfiniment avec la puissance de la soufflerie et les dimensions des tuyaux.

5° Le timbre varie avec la matière du disque, et les sons les plus doux ont été fournis par le bois ou le liège.

6° M. Boutet n'a pas obtenu de sons en dehors de la loi de Bernoulli. Quelques-uns, difficiles à classer parmi les harmoniques du son fondamental, étaient produits par l'orifice sonore, et le tuyau ne les renforçait pas, ainsi qu'on a pu le vérifier en enlevant ce tuyau.

Ces expériences ont, en outre, confirmé les observations suivantes, qui avaient été faites par Masson :

1° Pour un même son, la pression peut varier entre certaines limites sans que le son change sensiblement. L'intensité entre ces limites augmente avec la pression. La transition d'un harmonique à un autre, par variation de pression, est toujours brusque et le son qui finit hausse un peu à la limite supérieure, de même que le son qui naît est un peu trop bas. Dans ces deux cas, l'intensité a faibli. Cette légère différence de ton que présentent les harmoniques, quand ils commencent ou finissent, explique les incertitudes que présentent parfois les tableaux d'expériences.

2° Il résulte de l'observation précédente qu'il y a réaction entre les vibrations de l'air produites à l'orifice et celles de la colonne renfermée dans le tuyau; d'où l'unisson dans les diverses parties d'un système qui, prises isolément, produiraient des sons différents.

Cette réaction est encore mise en évidence en substituant au tuyau employé un autre un peu plus court ou plus long : l'harmonique se trouve élevé ou abaissé, bien que le son de l'orifice soit resté fixe.

3° Pour un même orifice et un même tuyau, des pressions très différentes peuvent occasionner le même son; dans ce cas, leurs racines carrées paraissent toujours être dans un rapport simple ou harmonique.

4° Les sons rendus par un même tuyau ne dépendent pas des diamètres des orifices sonores, mais seulement de la pression de l'air. Néanmoins, les sons graves sont plus facilement obtenus avec des plaques minces et des ouvertures d'un plus grand diamètre.

5° Un tuyau rend souvent deux sons, quelquefois trois; seulement les sons obtenus sont toujours dans des rapports simples.

6° On obtient des sons en plaçant indifféremment les orifices sonores au-dessous ou au-dessus des tuyaux.

7° Enfin, les dimensions de la caisse sont sans influence sur la nature des sons et sur la facilité de leur production; seulement la caisse ne peut être percée de deux ouvertures se correspondant

par deux faces opposées : sans cela, on ne produirait des sons que par la rentrée de l'air dans la caisse.

M. Boutet fait remarquer, en terminant, qu'il a fallu beaucoup de tâtonnements pour déterminer les orifices qui convenaient aux divers tuyaux et pour faire vibrer ceux de grandes dimensions. Il y est parvenu en perçant des bouchons de liège et les travaillant avec soin; il a pu ainsi faire varier graduellement la forme des orifices et l'épaisseur des disques. Il a également obtenu de bons résultats avec des jeux de disques en zinc de 1^{mm} d'épaisseur et pouvant se superposer exactement.

LANGLEY. — Sur les spectres invisibles (¹). T. IX, p. 433-507.

L'objet de ce Mémoire est :

1° De décrire la formation réelle de spectres invisibles formés par des corps froids, le sol de notre planète ou la glace par exemple;

2° De déterminer la relation qui existe entre la réfraction et la longueur d'onde.

Le spectre visible et le spectre ultra-violet ont été jusqu'à présent beaucoup plus étudiés que le spectre infra-rouge. Ce n'est qu'en 1883 que furent publiés les résultats de mesures montrant l'importance de ce dernier spectre dans lequel il existe à peu près cent fois autant d'énergie solaire que dans l'ultra-violet.

En 1880, Draper assignait à la longueur d'onde la plus grande obtenue avec certitude la valeur 1^{μ}. Quant aux longueurs d'onde supérieures, on les cherchait au moyen de formules d'extrapolation dont les résultats sont discutés dans ce travail. Une des meilleures, celle de Cauchy, assigne une limite comprise entre 1^{μ} et $1^{\mu},5$ à la longueur d'onde qu'un prisme quelconque peut faire distinguer. Indépendamment de cette limite théorique, on supposait d'ailleurs que le verre absorbait toute la chaleur obscure, de

(¹) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 337, une analyse d'un Mémoire de M. Langley publié dans le *Philosophical Magazine*, et relatif aux mêmes questions.

telle sorte que la chaleur solaire de la longueur d'onde la plus grande était arrêtée par la substance des prismes, même s'il n'y avait pas d'autres obstacles.

Or, en 1881, M. Langley trouve par expérience que le verre ordinaire était comparativement diathermane pour presque toute la chaleur obscure solaire et que des ondes thermiques, dont la longueur d'onde dépassait de beaucoup la limite théorique, traversaient un prisme de flint-glass. Au moyen d'un réseau de Rowland, il montra en outre qu'il existait des longueurs d'onde de $2^{\mu},7$ dans une région du spectre solaire à partir de laquelle la chaleur *cesse d'une façon relativement brusque,* comme si elle était remplacée par une bande froide d'une étendue indéfinie. Ces résultats ont d'ailleurs été confirmés par MM. Abney et Festing et par M. Becquerel.

Une question importante se présente donc :

« Cette valeur $2^{\mu},7$ de la longueur d'onde la plus lointaine qui puisse être observée avec certitude correspond-elle à la chaleur la plus basse qui puisse être obtenue de n'importe quelle source terrestre, ou bien notre planète émet-elle, vers l'espace, des ondes de longueur encore plus grande? ».

Pour répondre à cette question, il faut prendre une source à température très basse, comparable à celle du sol, et non seulement mesurer la chaleur invisible extrêmement faible, mais en outre l'étendre en un spectre au moyen d'un prisme ou d'un réseau, puis déterminer les indices de réfraction de ses parties saillantes, et, s'il est possible, leurs longueurs d'onde.

M. Langley décrit d'abord les expériences qui lui ont permis de déterminer les indices de réfraction. Ne pouvant se servir d'un prisme de verre, lequel est presque absolument athermane pour la chaleur d'une source à la température de l'eau bouillante, ni de réseaux dont les spectres empiètent les uns sur les autres, il prit des prismes de sel gemme taillés avec une précision inconnue jusqu'ici et dont les faces devaient être repolies de temps en temps. Les lentilles de son spectromètre étaient également en sel gemme.

Comme surfaces radiantes, il employait :

1° La partie la plus chaude du charbon positif de l'arc électrique;

2° Des bandes de platine incandescent chauffées entre le rouge sombre et le point de fusion;

3° Des surfaces de cuivre à toutes les températures au-dessous du rouge;

4° Des cubes de Leslie pleins d'aniline à 100° et 178° et pleins d'eau entre 100° et 0°;

5° Enfin les bandes du bolomètre lui-même pour des températures un peu au-dessous de 0°.

Le bolomètre avait subi quelques perfectionnements concernant surtout la forme de la boîte et la facilité de la mise au point. Un ruban ou un fil de platine, de fer ou de charbon, de 1^{cm} de long et de $\frac{1}{1000}$ à $\frac{1}{100}$ de millimètre d'épaisseur, le plus souvent relié à un galvanomètre, est soumis à l'influence de la chaleur radiante. Pour le mettre à l'abri des courants d'air, ce bolomètre est placé à l'intérieur de chambres ou tambours successifs séparés par des diaphragmes et ayant une ouverture centrale commune. Un bolomètre pourvu d'une bande de $\frac{1}{25}$ de millimètre de largeur et fonctionnant sous l'influence de la chaleur obscure seule peut être mis au point à $10''$ d'arc près.

Le galvanomètre employé rappelle dans son ensemble le galvanomètre à réflexion de Sir W. Thomson. Le miroir est rigoureusement concave, il pèse $0^{gr},063$; il est platiné sur le devant. La palette de platine des instruments ordinaires a été remplacée par des ailes de libellule. La plaque de verre qui ferme le devant du galvanomètre a des côtés optiquement plans et parallèles; quant à l'écran, c'est une portion d'un cylindre de 1^{m} de rayon partagée en 500 divisions de 1^{mm} chacune. On peut évaluer facilement le $\frac{1}{10}$ d'une de ces divisions. Pour donner une idée de la précision de l'instrument, on peut dire que, quand il exécute une oscillation simple en vingt secondes, une déviation de $\frac{1}{1000}$ de division de l'échelle est produite par un courant de $0^{amp},0000000005$ à travers les bobines d'une résistance de 20 ohms. L'expérience a montré que le bolomètre, relié à cet instrument, pouvait indiquer environ $\frac{1}{1000000000}$ de degré centigrade et non seulement indiquer, mais mesurer une quantité inférieure à $\frac{1}{100000}$ de degré.

Ayant construit les courbes représentant les radiations des sources à différentes températures, l'auteur constate que la posi-

tion du maximum varie avec la température de la source contrairement à ce qu'avaient récemment annoncé certains physiciens. En traçant une courbe représentant le spectre solaire fourni par le prisme de sel gemme et en le plaçant dans sa vraie position par rapport aux spectres des chaleurs étudiées par M. Langley, on voit que le maximum de ces dernières se trouve toujours bien au-dessous de la partie la plus basse de la chaleur solaire invisible.

Pour la détermination des longueurs d'onde, M. Langley employait un réseau concave de Rowland éclairé par la lumière de l'arc électrique. Mais le réseau étale les rayons émis par cet arc en un grand nombre de spectres superposés. Si l'on place une fente en un point convenable, il existe sur cette fente un certain nombre de spectres. Pour les distinguer les uns des autres, M. Langley fait tomber les rayons passant par cette fente sur un prisme de sel gemme et il étudie avec le bolomètre les quantités de chaleur de qualités différentes qui ont été ainsi dispersées.

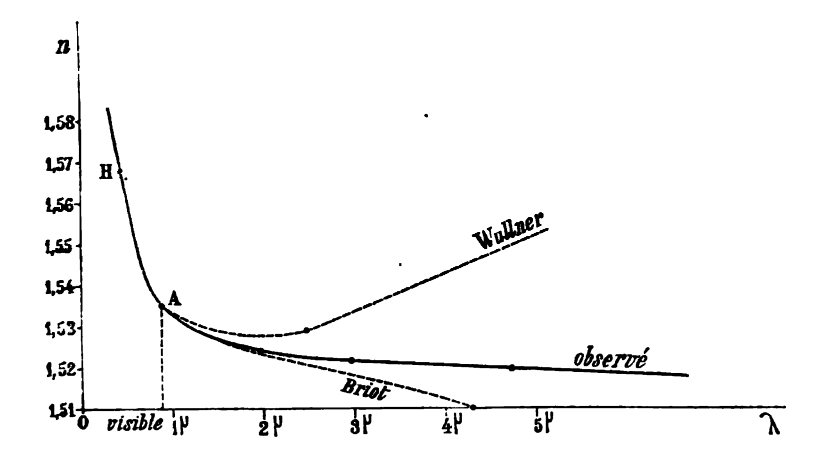
Le Tableau suivant résume le travail de M. Langley. Comme ordinairement l'indice est la quantité connue et la longueur d'onde la quantité inconnue, ce Tableau contient l'erreur probable moyenne, telle qu'elle est finalement corrigée. La longueur d'onde D_2 du sodium est prise égale à $0^{\mu},5890$.

Indices de réfraction donnés du prisme de sel gemme.	Longueurs d'onde d'après l'observation directe, *a* par l'œil, *b* par le bolomètre.
1,5442	$\lambda D_2 = 0^{\mu},5890 \pm 0,000$ (*a*)
1,5301	$2 \times \lambda D_2 = 1,1780 \pm 0,002$ (*b*)
1,5272	$3 \times \lambda D_2 = 1,7670 \pm 0,005$ »
1,5254	$4 \times \lambda D_2 = 2,3560 \pm 0,009$ »
1,5243	$5 \times \lambda D_2 = 2,9451 \pm 0,013$ »
1,5227	$6 \times \lambda D_2 = 3,5341 \pm 0,019$ »
1,5215	$7 \times \lambda D_2 = 4,1231 \pm 0,029$ »
1,5201	$8 \times \lambda D_2 = 4,7121 \pm 0,043$ »
1,5186	$9 \times \lambda D_2 = 5,3011 \pm 0,065$ »

La figure ci-contre représente les relations entre n et λ pour le prisme de sel gemme. Les courbes ponctuées représentent les résultats de l'extrapolation par diverses formules.

On voit qu'aucune des formules de dispersion connues ne donne,

par l'extrapolation, des résultats exacts (la formule de Ketteler n'a pas été examinée). Le trait le plus saillant de ces nouvelles observations, c'est que la courbure de la courbe, aussi loin qu'on puisse la suivre, diminue de plus en plus, et la courbe, dans les derniers points où elle soit visible, fait plus que se rapprocher sensiblement de la ligne droite : elle forme avec l'axe des λ un angle bien défini ; n devient donc une fonction linéaire de $\lambda (n = a\lambda)$. En outre, le fait précédent signifie aussi que, aussi loin que s'é-



tendent ces observations, *on ne trouve guère de limite à l'indice du rayon que le prisme peut transmettre,* sauf celle provenant de l'absorption par ce prisme.

Le Tableau suivant résume les connaissances actuelles, sur les longueurs d'ondes visibles et invisibles, et sur les longueurs des ondes sonores :

Qualités des radiations et moyen de les reconnaître.	λ.	Description.
Radiation ultra-violette. (Photographie.)	μ 0,185	Rayons extrêmes de l'aluminium dans l'étincelle d'induction, d'après M. A. Cornu.
	0,295	Extrême limite du spectre solaire au niveau de la mer, d'après M. A. Cornu.

Qualités des radiations et moyen de les reconnaître	λ.	Description.
Radiation visible. (Œil.)	0,360	Limite de la lumière lavande, visible pour des yeux normaux.
	0,810	Extrême limite de la lumière rouge foncé.
Commencement de l'ultra-rouge. (Phosphorescence.)	1	Limite extrême possible de longueur d'onde dans l'infra-rouge, d'après Draper, 1881.
Photographie. (Abney.) Phosphorescence (Becquerel.)	1,5	Longueurs d'onde assignées par M. H. Becquerel à la bande d'absorption la plus basse, 1883.
Bolomètre.	2,7	Limite sensible des rayons solaires qui pénètrent dans l'atmosphère, à Allegheny (1882).
Radiations provenant des sources terrestres. (Bolomètre.)	5,3	Limite avec prisme de sel gemme, à Allegheny (1886).
	7,5	Position approximative du maximum d'une surface noire à 100°, à Allegheny (1886).
	11	Position approximative du maximum d'une surface noire à 0°, à Allegheny (1886).
	30	Estimation approximative de la valeur minima de l'onde la plus longue dans une chaleur quelconque avec un prisme de sel gemme.
Vibration sonore. (Oreille.)	14000	Longueur de l'onde sonore la plus courte perceptible. Savart, 48000 vibrations par seconde.

M. Langley termine en disant : « L'abîme entre la plus courte vibration sonore et la plus longue vibration de l'éther est donc maintenant comblé dans une certaine mesure. »

B.-C. Damien.

L'ANNÉE ÉLECTRIQUE

OU

EXPOSÉ ANNUEL DES TRAVAUX SCIENTIFIQUES, DES INVENTIONS

ET

DES PRINCIPALES APPLICATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ A L'INDUSTRIE ET AUX ARTS;

PAR

PH. DELAHAYE,

Ancien élève de l'École Polytechnique.

Troisième année.

PARIS, LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE BAUDRY ET Cie.

Janvier 1887.

TABLE DES MATIÈRES.

MAI 1887.

12650 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE,
BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI,
CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET,
DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD,
GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT,
LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RÉSAL,
RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — JUIN 1887.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (Seine).

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue de Bécon, n° 55, à Courbevoie (Seine). Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............. 15 fr.
Autres pays.................................... 17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

SUR UNE UNITÉ DE TEMPS ABSOLUE. ÉTALONS ÉLECTRIQUES DE TEMPS ET CHRONOSCOPES DES VARIATIONS;

Par M. G. LIPPMANN.

L'unité de temps universellement adoptée, la seconde, ne subit que des variations séculaires très lentes et se détermine avec une précision et une facilité qui en imposent l'emploi. Il n'en est pas moins vrai que la seconde est une unité de temps arbitraire et variable : arbitraire, car elle est sans relation aucune avec les propriétés de la matière, avec les coefficients de la Physique; variable, car la durée du mouvement diurne est soumise à des causes de perturbations séculaires, dont quelques-unes, telles que le frottement des marées, ne sont pas actuellement calculables.

On peut se demander s'il est possible de définir une unité de temps absolument invariable; il serait désirable de pouvoir déterminer, avec une précision suffisante, ne fût-ce qu'une fois par siècle, le rapport de la seconde à une pareille unité, afin de contrôler les variations de la seconde indirectement et indépendamment de toute hypothèse astronomique.

Or l'étude de certains phénomènes électriques fournit une unité de temps qui est absolument invariable, car cette grandeur est une constante spécifique. Considérons une substance conductrice, que l'on puisse toujours retrouver identique à elle-même, et, pour fixer les idées, choisissons le mercure pris à la température de 0°, qui remplit parfaitement cette condition ([1]). On peut déterminer, par plusieurs méthodes, la résistance électrique spécifique ρ du mercure en unités électrostatiques absolues : ρ est une propriété spécifique du mercure, par conséquent une grandeur absolument invariable. De plus ρ *est un intervalle de temps*. On pourrait donc prendre ρ comme unité de temps, à moins qu'on ne préfère considérer cette grandeur comme un étalon de temps impérissable.

En effet, ρ n'est pas simplement une quantité dont la mesure se trouve en relation avec la mesure du temps : c'est un intervalle de

([1]) *Voir* notamment les expériences faites au Bureau international des Poids et Mesures, à l'occasion de la construction de l'ohm légal.

temps concret, abstraction faite de toute convention faite en vue des mesures et de tout choix d'unité. Il peut paraître singulier, au premier abord, qu'un intervalle de temps se trouve en quelque sorte caché sous la dénomination de *résistance électrique;* mais il suffit de rappeler ici que, dans le système électrostatique, les intensités de courant sont des vitesses d'écoulement, et que les résistances sont des temps : à savoir les temps nécessaires pour l'écoulement de l'électricité dans des conditions déterminées. On se rappelle, en particulier, ce que l'on entend par la résistance spécifique ρ du mercure dans le système électrostatique. Si l'on considère un circuit ayant une résistance égale à celle d'un cube de mercure qui aurait pour côté l'unité de longueur, circuit soumis à une force électromotrice égale à l'unité, ce circuit mettra à se laisser traverser par l'unité de quantité d'électricité un temps déterminé, qui est précisément ρ. Il faut remarquer que le choix de l'unité de longueur, comme celui de l'unité de masse, est indifférent; car les différentes unités mises ici en jeu en dépendent de telle manière que ρ n'en dépende pas ([1]).

Il s'agit maintenant de mettre cette définition expérimentalement en œuvre, c'est-à-dire de réaliser un intervalle de temps qui soit un multiple connu de ρ. On peut résoudre le problème de plusieurs manières ([2]), et notamment au moyen de l'appareil suivant.

([1]) En d'autres termes, ρ est du premier degré par rapport au temps, du degré zéro par rapport aux autres unités, ainsi qu'il est facile de le vérifier.

([2]) Dans ce système, la mesure du temps ne se fait pas, comme d'ordinaire, en observant les mouvements d'un système matériel : elle se fait par des expériences d'équilibre. Tous les organes des appareils demeurent immobiles; seule, l'électricité y est en mouvement. Ce sont en quelque sorte des clepsydres à électricité. On reconnaît cette analogie avec la clepsydre en considérant la forme d'expérience suivante : deux plateaux métalliques immobiles constituent les armatures d'un condensateur chargé, et s'attirent avec une force F. Si les plateaux sont isolés, leurs charges demeurent constantes, ainsi que la force F; si, au contraire, on réunit les armatures par une résistance R, leurs charges diminuent, et la force F devient une fonction du temps t; le temps t, inversement, devient une fonction de F. On obtient t par la formule suivante

$$t = \rho \frac{lS}{8\pi es} \log\text{hyp} \frac{F_0}{F},$$

F_0 et F étant les valeurs de la force au commencement et à la fin du temps t. La formule ci-dessus est indépendante de tout choix d'unités. Si l'on voulait que t

Une pile de force électromotrice arbitraire E actionne en même temps les deux circuits antagonistes d'un galvanomètre différentiel. Dans le premier circuit, qui a une résistance R, la pile envoie un courant continu d'intensité I; dans le second circuit, la pile envoie une série discontinue de décharges obtenues en chargeant périodiquement, à l'aide de la pile, un condensateur de capacité C que l'on décharge ensuite à travers ledit circuit. L'aiguille du galvanomètre reste en équilibre si les deux courants débitent les quantités d'électricité égales pendant un même temps τ.

Supposons cette condition d'équilibre remplie et l'aiguille immobile au zéro : il est facile d'écrire la condition d'équilibre. Pendant le temps τ, le courant continu débite une quantité d'électricité égale à $\frac{E}{R}\tau$; d'autre part, chaque charge du condensateur est égale à CE, et pendant le temps τ le nombre des décharges est égal à $\frac{\tau}{t}$, t étant l'intervalle de temps entre deux décharges; τ et t sont ici supposés exprimés à l'aide d'une unité de temps arbitraire; le second circuit débite donc une quantité d'électricité égale à $CE \times \frac{\tau}{t}$. On a donc la condition d'équilibre

$$\frac{E}{R}\tau = CE \times \frac{\tau}{t}$$

ou, en simplifiant,

$$t = CR.$$

---

fût exprimé en secondes, il faudrait donner à ρ la valeur correspondante

$$(\rho = 1{,}058.10^{-16}).$$

Si l'on prend ρ pour unité, il suffit de faire $\rho = 1$, et on a la valeur absolue du temps par l'expression

$$\frac{lS}{8\pi es}\,\text{log hyp}\,\frac{F_0}{F}.$$

On remarquera que cette expression du temps ne contient que des nombres abstraits; elle est indépendante, notamment, du choix des unités de longueur et de force. S et e y désignent la surface et l'épaisseur du condensateur; s et l la section et la longueur d'une colonne de mercure de résistance R.

Cette forme d'appareil ne permettrait pratiquement de mesurer des valeurs notables de t que si la valeur de la résistance R était énorme; le dispositif décrit dans le texte ne présente pas le même inconvénient.

C et R sont connus en valeur absolue, c'est-à-dire que l'on sait que C est égal à p fois la capacité d'une sphère de rayon l; on a donc $C = pl$; de même, on sait que R est égal à q fois la résistance d'un cube de mercure qui aurait l pour côté; on a donc

$$R = q\rho \frac{l}{l^2} = q\frac{\rho}{l};$$

et par conséquent

$$t = pq\rho.$$

Telle est la valeur de t obtenue en laissant toutes les unités indéterminées. En exprimant ρ en fonction de la seconde, on aurait t en secondes. En faisant $\rho = 1$, on a la valeur absolue Θ du même intervalle de temps en fonction de cette unité; on a donc simplement

$$\Theta = pq.$$

Si l'on suppose que le commutateur qui produit les charges et décharges successives du condensateur est constitué par un diapason vibrant, on voit que la durée d'une vibration est égale au produit des deux nombres abstraits p, q.

Il reste à examiner avec quelle approximation on peut déterminer p et q. Pour obtenir q, il faut d'abord construire une colonne de mercure de dimensions connues : ce problème a été résolu au Bureau international des Poids et Mesures, lors de la construction de l'ohm légal. L'ohm légal est supposé avoir, par définition, une résistance égale à 10600 fois celle d'un cube de mercure de $0^m,01$ de côté. L'approximation obtenue est comprise entre $\frac{1}{50000}$ et $\frac{1}{200000}$. Pour obtenir p, il faut, d'autre part, pouvoir construire un condensateur plan de capacité connue; la difficulté ici consiste à connaître avec une approximation suffisante l'épaisseur de la lame d'air. Or on peut employer comme armature deux surfaces de verre optiquement travaillées, argentées afin de les rendre conductrices, mais assez légèrement pour obtenir par transparence les anneaux d'interférence de M. Fizeau; la méthode de M. Fizeau permettrait d'arriver à une grande approximation. En résumé, donc, on peut espérer *a priori* une approximation de l'ordre du cent-millième pour la valeur de pq.

Indépendamment de l'usage qu'on en peut faire pour mesurer le temps en valeur absolue, l'appareil qui vient d'être décrit jouit de propriétés particulières. Il constitue une sorte d'horloge qui

indique, qui enregistre, et peut au besoin corriger elle-même ses variations de vitesse. L'appareil étant réglé de manière que l'aiguille aimantée soit au zéro, il suffit que la vitesse du commutateur augmente légèrement pour que l'équilibre soit troublé, et que l'aiguille aimantée dévie dans le sens correspondant ; si la vitesse au contraire diminue, c'est l'action du circuit antagoniste qui l'emporte, et l'aiguille dévie en sens contraire. Ces déviations, quand elles sont petites, sont proportionnelles aux variations de vitesse. Or on peut d'abord les noter. On peut en outre les enregistrer, soit par la photographie, soit en employant un appareil Rédier, comme celui que M. Mascart a adapté à son électromètre à quadrant; enfin on peut charger ledit Rédier de réagir sur la vitesse de manière à réduire à zéro ses variations. Si ces variations ne sont pas complètement annulées, elles n'en seront pas moins enregistrées, de sorte qu'on en pourra tenir compte.

Comme indicateur des variations, l'appareil peut être d'une sensibilité singulière, et qu'on peut d'ailleurs accroître indéfiniment, à condition d'accroître ses dimensions.

Avec une pile de 10 volts, un condensateur d'un microfarad, 10 décharges par seconde et un galvanomètre différentiel de Thomson sensible à 10^{-10} ampères, on obtient déjà une sensibilité de $\frac{1}{10000000}$, c'est-à-dire qu'une variation de $\frac{1}{1000000}$ dans la vitesse s'accuse par une déviation de 1^{mm} au bout de quelques secondes. La méthode stroboscopique elle-même ne donne pas une telle sensibilité.

On peut donc retrouver avec une grande approximation une vitesse toujours la même, à condition que les parties solides de l'appareil (le condensateur et la résistance) soient conservées à l'abri des causes de variation et employées toujours à la même température. Sans doute, une horloge astronomique bien construite conserve une marche très uniforme; mais l'appareil électrique est dans de meilleures conditions d'invariabilité, car tous ses organes sont massifs et immobiles, on ne leur demande que de rester identiques à eux-mêmes, et l'on n'a pas à s'occuper de l'usure des rouages, de l'âge des huiles ni des variations de la pesanteur. En d'autres termes, le système formé par un condensateur et une résistance fournit un étalon de temps facile à conserver.

MÉTHODE STROBOSCOPIQUE POUR COMPARER LES DURÉES DE VIBRATION DE DEUX DIAPASONS OU LES DURÉES D'OSCILLATION DE DEUX PENDULES;

PAR M. G. LIPPMANN.

On peut comparer entre elles les durées de vibration de deux diapasons ou de deux pendules par un procédé très précis qui dérive de la méthode stroboscopique.

I. Soient d'abord à comparer deux diapasons D et I. On place le diapason D, muni d'un miroir, à quelque distance d'une fente d'optique A, de telle façon que les rayons émanés de A et réfléchis par le miroir viennent, après leur passage à travers une lentille, former une image nette de A sur un écran ou sur un micromètre oculaire divisé. D'autre part, la fente A, au lieu d'être constamment lumineuse, ne l'est que pendant des instants très courts, par éclairs. Pour produire ces éclairs, on se sert du deuxième diapason I; à cet effet, I est muni également d'un miroir, lequel projette sur A l'image nette d'une fente lumineuse L.

Les éclairs en A se produisent juste au moment où le diapason I passe par sa position d'équilibre. Ainsi, en appelant y l'élongation variable de D, y' l'élongation de I, on aperçoit sur l'écran, soit une, soit plusieurs lignes lumineuses dont la position par rapport aux divisions donne les valeurs de y qui ont lieu pour les valeurs du temps qui annulent y'.

Soient T la durée d'une oscillation double de D, T' la durée d'une oscillation simple de I. Si l'on suppose d'abord que $T = T'$, on observe sur l'écran une ligne lumineuse unique et immobile. Si $T = nT'$ (n étant un nombre entier), on observe sur l'écran n lignes lumineuses immobiles. Si $T = \frac{n}{m} T'$ (n et m étant deux nombres entiers, et la fraction $\frac{n}{m}$ étant irréductible), on observe encore sur l'écran n lignes lumineuses immobiles.

Si le rapport $T : T'$, au lieu d'être égal aux nombres n ou $\frac{n}{m}$, n'en diffère que d'une quantité très petite ε, le phénomène est encore le même; seulement chacune des lignes lumineuses, au lieu d'être immobile, se déplace lentement sur l'écran, et d'autant plus lentement que ε est plus petit.

En mesurant la vitesse de ce déplacement, on obtient la vitesse avec laquelle varie la différence de phase entre les deux diapasons; par suite, on obtient très exactement la valeur du rapport T : T'.

La théorie du phénomène est évidente. Si la fente A était constamment lumineuse, son image a fournie par le miroir de D serait constamment visible, et cette image a aurait sur l'écran un mouvement d'oscillation rapide, trop rapide même pour être mesuré : ce mouvement serait le même que celui de la projection sur l'écran de la génératrice G d'un cylindre de révolution qui serait parallèle à l'écran, et qui tournerait autour de son axe d'un mouvement uniforme en accomplissant une révolution complète pendant le temps T. Mais la fente A n'étant éclairée que par instants, on n'aperçoit sur l'écran que des droites lumineuses g_1, g_2, ... qui sont les projections des positions G_1, G_2, ... qu'occupe la génératrice G à chaque éclair. Les intervalles de temps T' entre les éclairs étant égaux, les génératrices G_1, G_2, ... sont équidistantes. Donc les positions des lignes g_1, g_2, ... sont d'une manière générale les projections de génératrices équidistantes tracées sur un cylindre. Les pieds des génératrices G_1, G_2, ... (leurs points de rencontre avec la circonférence de base du cylindre) sont donc toujours les sommets d'un polygone régulier inscrit.

Si $T' = \frac{1}{n}T$, chacun des arcs G_1, G_2 étant la $n^{\text{ième}}$ partie d'une circonférence, ce polygone est un polygone régulier *convexe* de n côtés. Si $T' = \frac{m}{n}T$, ce polygone est un polygone *étoilé* de n sommets. Dans l'un et l'autre cas, les n génératrices, ou, pour mieux dire, leurs projections, apparaissent simultanément sur l'écran, grâce à la persistance des images sur la rétine, et l'aspect du phénomène est le même, que le polygone soit convexe ou étoilé. Sans cette persistance des images, on verrait que les droites g_1, g_2 apparaissent successivement, et dans le même ordre que les sommets du polygone correspondant.

Dans le cas où la fraction ε intervient, la figure obtenue est animée d'un mouvement de rotation lent, dont la vitesse est la même que celle de la figure de Lissajous qu'on obtiendrait avec les mêmes diapasons, et pour les mêmes raisons.

Dans le cas particulier où les deux diapasons sont à l'unisson, on a $T = 2T'$. On aperçoit deux traits lumineux immobiles, con-

stamment symétriques par rapport au zéro de l'échelle. Ces deux traits prennent un mouvement lent d'oscillation lorsque l'intervalle est troublé. Leur symétrie subsiste dans ce cas, et ils passent simultanément par le zéro au moment d'une coïncidence, c'est-à-dire au moment exact où les deux diapasons passent simultanément par leur position d'équilibre.

J'ai observé encore le phénomène avec les intervalles acoustiques suivants : l'observation a été chaque fois conforme à la théorie.

Diapason I.	Diapason D.	Nombre de traits lumineux observés.
ut_1	ut_2	1
ut_1	ut_1	2
sol_1	ut_1	3
ut_2	ut_1	4

On a ici, en effet, successivement, $T' = T$, $T' = 2T$, $T' = 3T$ et $T' = 4T$.

2. Deux pendules se comportent comme deux diapasons qui vibrent lentement. Deux pendules à secondes se comportent, en particulier, comme deux diapasons qui sont à l'unisson ou qui en sont très voisins.

On peut donc les comparer en les munissant de deux miroirs et en opérant comme avec les diapasons (¹).

(¹) M. Vogel compare deux pendules en faisant osciller l'un d'eux (D) devant une échelle divisée et en l'observant à travers une fente que le second pendule I ne découvre que par éclairs, juste au moment où ce pendule I passe par la verticale. M. Vogel mesure ainsi l'élongation y du pendule D juste au moment où l'élongation y' de I est égale à zéro : la méthode de M. Vogel est donc, en principe, la même que celle que j'ai décrite ; il n'y a de différence que dans le dispositif. Mais je crois le dispositif que j'ai décrit susceptible d'une plus grande précision, et cela pour trois raisons : 1° je puis rendre les éclairs aussi courts que l'on voudra sans limiter le champ de la vision et sans altérer la netteté des images ; 2° la méthode de la réflexion sur le miroir, qui est la méthode de Gauss, permet d'observer la déviation angulaire très exactement ; 3° l'échelle divisée, sur laquelle se font les lectures, est visible constamment, tandis que chez M. Vogel elle n'apparaît, comme le pendule, que pendant des instants très courts.

D'autre part, M. Mercadier a fait, sur des diapasons vibrant parallèlement et dont les ombres sont projetées simultanément sur un écran, des expériences qui paraissent présenter avec les miennes une certaine analogie. Cette analogie n'est

3. On doit pouvoir, par la même méthode, comparer la durée de vibration d'un diapason à celle d'un pendule à secondes, à condition que le rapport de ces deux durées soit égal à $n + \varepsilon$, n étant un nombre entier et ε une petite fraction : l'observation du déplacement des lignes lumineuses permettrait de déterminer ε; mais je n'ai pas encore essayé l'expérience sous cette forme. Il ne serait pas sans intérêt de pouvoir comparer *directement*, par une méthode optique, un diapason avec un pendule à secondes.

RECHERCHES CALORIMÉTRIQUES SUR LES CHALEURS SPÉCIFIQUES ET LES CHANGEMENTS D'ÉTAT AUX TEMPÉRATURES ÉLEVÉES;

Par M. G. PIONCHON.

Considérons 1^{gr} d'un corps. Pour le porter d'une température déterminée, celle de la glace fondante par exemple, à une température supérieure t, il faut lui fournir une certaine quantité de

---

qu'apparente : les expériences de M. Mercadier sont différentes non seulement par leur dispositif, mais par leur théorie. Ce physicien obtient une série de lignes noires sur le tableau, mais les positions de ces lignes sont données par la condition que $y = y'$ et non par les valeurs que prend y pour $y' = 0$; d'ailleurs, les expériences de M. Mercadier supposent essentiellement que les amplitudes maxima des deux diapasons soient égales; celles que j'ai décrites sont indépendantes du rapport des amplitudes maxima.

On peut encore constater la différence des deux méthodes en considérant un cas particulier : si les deux diapasons ont même période, même amplitude et même phase, ils se confondent en projection, et l'expérience de M. Mercadier ne donne plus aucune raie; avec la méthode que j'ai indiquée on observe une raie unique immobile au centre du champ, comme si les diapasons étaient eux-mêmes immobiles.

On peut d'ailleurs exprimer géométriquement la relation qui existe entre les figures obtenues par Lissajous, par M. Mercadier et par moi-même, en se servant des courbes de Lissajous. Supposons une de ces courbes tracées; les ordonnées à l'origine représentent les distances au centre du phénomène des droites que j'obtiens en prenant pour diapason interrupteur celui qui vibrerait suivant l'axe des x; si le diapason interrupteur est celui qui vibre parallèlement à l'axe des y, les distances en question sont données par les abscisses à l'origine de la courbe correspondante. Enfin, pour obtenir la position des raies obtenues par M. Mercadier, il faut tracer l'une des bissectrices de l'angle des axes, et projeter sur l'un des axes de coordonnées les segments interceptés sur cette bissectrice par les courbes de Lissajous.

chaleur q_0^t, qui dépend et de la nature du corps et de la température t. Si l'on veut connaître, à ce point de vue des quantités de chaleur, la loi de l'échauffement du corps, il faut, pour une série de températures s'étendant depuis 0° jusqu'aux degrés les plus élevés pratiquement abordables de l'échelle des températures, déterminer la quantité q_0^t et tracer une courbe en prenant pour abscisses les températures et pour ordonnées les quantités de chaleur correspondantes. Le coefficient angulaire de la tangente à cette courbe en un point répondant à l'abscisse t sera la chaleur spécifique du corps à cette température. Il n'y a aucune raison d'attribuer *a priori* à cette courbe une forme particulière et de supposer qu'elle est la même pour les différents corps; par conséquent on doit s'attendre à ce que les chaleurs spécifiques des corps soient variables avec la température et inégalement variables pour chacun d'eux.

Telle n'était pas la manière de voir des premiers physiciens qui se sont occupés de calorimétrie.

Pour eux la chaleur spécifique était une constante (1), en sorte que la ligne représentative des quantités de chaleur nécessaires pour porter un corps aux différentes températures (sous une pression donnée) devait se composer de trois lignes droites : l'une correspondant à l'état solide, allant jusqu'à l'abscisse représentant le point de fusion, la deuxième relative à l'état liquide, comprise entre cette abscisse et celle du point d'ébullition, la troisième enfin partant de ce point et relative à l'état gazeux. D'une part, les coefficients angulaires de ces droites, c'est-à-dire les chaleurs spécifiques du corps sous les trois états ; d'autre part, les chaleurs latentes de fusion et de vaporisation, représentées par les différences des ordonnées correspondant aux abscisses communes, tels étaient les éléments auxquels semblaient devoir se réduire les recherches calorimétriques.

---

(1) WILCKE, *Observation sur la quantité de chaleur spécifique des corps solides et sur la manière de la mesurer* (*Mémoires de l'Académie royale de Stockholm,* année 1781, 4e semestre); *Journal de Physique,* t. XXVI, p. 256 et 381; 1785).

MAGELLAN, *Sur la nouvelle théorie du feu élémentaire et de la chaleur des corps;* Londres, 1780. *Journal de Physique,* t. XXVII, p. 369 et 411.

Lavoisier et Laplace avaient à cet égard des idées plus exactes; mais, comme ils limitèrent leurs recherches calorimétriques à l'intervalle des points fixes du thermomètre, ils n'ont pas pu constater expérimentalement la variation des chaleurs spécifiques qu'ils ont les premiers signalée comme infiniment probable (¹). La mise en évidence de cette variation résulta des recherches faites par Dulong et Petit (²) sur quelques métaux à des températures comprises entre 0° et 350°. Mais ce travail n'était que la réalisation d'une faible partie du programme indiqué tout à l'heure. La première étude calorimétrique complète d'un corps est due à Pouillet (³), qui appliqua son pyromètre à air à la détermination de la chaleur spécifique moyenne du platine depuis 0° jusqu'à 1200°. Les quelques physiciens qui s'occupèrent ensuite de semblables recherches (⁴) ne dépassèrent pas les limites où s'étaient renfermés Dulong et Petit, soit que les difficultés de les étendre davantage aient paru trop considérables, soit que la découverte faite par Dulong et Petit de la relation existant entre les chaleurs spécifiques et les poids atomiques ait donné un autre cours aux idées. Ce n'est qu'à une époque toute récente que l'attention fut de nouveau appelée sur cette étude des corps à de hautes températures, par un remarquable travail de Weber (⁵) sur le carbone, le bore et le silicium. Les importants résultats en sont trop connus de tous les physiciens pour qu'il soit nécessaire d'en présenter ici une nouvelle analyse. Peu de temps après, M. Violle (⁶)

(¹) Lavoisier, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1780, p. 355. *Œuvres de Lavoisier*, t. II, p. 283.

(²) Dulong et Petit, *Recherches sur la mesure des températures et sur les lois de la communication de la chaleur* (*Journal de l'École Polytechnique*, XVIIᵉ Cahier, t. XXI, p. 189; 1820).

(³) Pouillet, *Recherches sur les hautes températures et sur plusieurs phénomènes qui en dépendent* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. III, p. 782; 1836).

(⁴) Bède, *Recherches sur les chaleurs spécifiques de quelques métaux à différentes températures* (*Mémoires couronnés de l'Académie de Bruxelles*, t. XXVII; 1855).

Byström, *Fortschritte der Phys.*, p. 369; 1860.

(⁵) Weber, *Die specifischen Wärmen der Elemente Kohlenstoff, Bor und Silicium* (*Ann. der Phys. und Chemie*, t. CLIV, p. 367, 553.)

(⁶) Violle, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, p. 543, 1877; p. 981, 1878; p. 702, 1879; *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. VII, p. 69; t. IX, p. 81.

publia un ensemble très complet de recherches sur les métaux précieux. Ce travail a consisté, pour chaque métal, dans la détermination de la chaleur spécifique moyenne depuis 0° jusqu'aux températures les plus élevées, ainsi que de la température et de la chaleur latente de fusion.

Encouragé par ces exemples, j'ai pensé qu'il était possible d'entreprendre de pareilles études sur tous les corps solides quels qu'ils fussent et à l'aide de dispositions expérimentales d'une application tout à fait générale.

I.

Les corps étudiés jusqu'ici : platine, métaux précieux, carbone, etc., étant éminemment réfractaires et inaltérables, pouvaient être portés sans précautions spéciales jusqu'aux plus hautes températures. Au contraire, les métaux qui me restaient en partage étaient doués de propriétés extrêmement gênantes. Ils étaient ou oxydables ou fusibles, ou à la fois fusibles et oxydables, et leur étude n'était possible qu'à la condition de les préserver de toute altération soit dans l'enceinte où ils devaient être chauffés, soit en présence de l'eau du calorimètre.

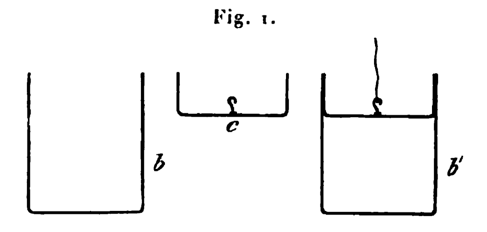
Pour préserver les corps de l'oxydation, j'ai imaginé de les revêtir de platine; quant aux métaux susceptibles d'être fondus dans le cours des expériences, je me proposais de les enfermer dans des boîtes en fer protégées elles-mêmes par des enveloppes de platine. Le problème n'était ainsi résolu qu'en principe. Dans la pratique ont surgi une foule de difficultés qu'il était impossible de prévoir et qui ont rendu la réalisation de cette méthode extrêmement épineuse.

1. *Protection des corps par des enveloppes de platine.* — J'avais d'abord songé à constituer des enveloppes de platine à l'aide d'un dépôt de ce métal obtenu par voie électrolytique. Mais un pareil dépôt ne résiste pas au feu. La mince couche qui le constitue est très vite attaquée par le cuivre qu'on est obligé de lui donner comme support. Alors même que le platine pourrait être appliqué directement sur des corps qui ne l'attaqueraient pas, il serait douteux qu'une enveloppe ainsi obtenue se prêtât sans être

endommagée à une dilatation du corps. On sait, par les expériences de M. Bouty (¹), qu'un pareil dépôt serait dans un état de tension considérable dont l'effet, joint à l'inégale dilatation des deux corps associés, ne manquerait pas d'amener, surtout pour une variation de température un peu forte, un déchirement de l'enveloppe.

Une boîte en platine formée par un couvercle soudé avec soin ne constitue pas non plus une enveloppe convenable. Elle peut être imperméable à l'eau à froid, mais elle ne le demeure pas après avoir été chauffée. Le seul moyen d'avoir une enveloppe hermétiquement close est de souder au platine le couvercle et la boîte. A cet effet (*fig.* 1) le corps de la boîte (*b*) est cylindrique,

Fig. 1.



le couvercle (*c*), d'un diamètre extérieur égal au diamètre intérieur de la boîte, a la forme d'un godet, cylindrique aussi, qu'on enfonce l'ouverture tournée dans le même sens que celle de la boîte, jusqu'à ce que son bord coïncide avec celui de la boîte (*b'*). En promenant alors sur les deux bords confondus le dard d'un chalumeau, on les soude l'un à l'autre. Grâce à cette disposition, les points où se fait la soudure sont assez éloignés du corps enfermé dans l'enveloppe pour que ce dernier ne soit ni échauffé d'une manière excessive ni oxydé par la flamme du chalumeau. On s'assure d'ailleurs, en pesant le système du corps et de l'enveloppe avant et après la soudure, qu'il ne se produit dans cette opération aucune augmentation de poids. Il y a quelquefois une légère variation de poids, mais c'est une diminution provenant d'une projection de quelques parcelles de platine fondu. Observons qu'après la soudure il ne se trouve à l'intérieur de l'enveloppe qu'une quantité d'air insignifiante; car le corps en

(¹) Bouty, *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 289.

remplit presque entièrement la capacité, et l'espace qui reste est occupé, au moment où s'achève la soudure, par de l'air porté à une très haute température et par conséquent très raréfié ([1]).

Après une série d'expériences, l'enveloppe contracte avec le corps une adhérence très grande, de telle sorte qu'on ne peut en sortir le corps sans la déchirer. Il faut donc pour chaque corps avoir une enveloppe nouvelle. Il est absolument indispensable que la feuille de platine employée à façonner les enveloppes soit faite avec du platine préalablement fondu. Le platine du commerce est souvent obtenu en comprimant de la mousse de platine fortement chauffée. Il m'a été impossible de souder mes premières enveloppes, parce qu'elles étaient faites avec ce platine aggloméré, dont la texture est très mauvaise.

2. *Récipients propres à contenir les métaux fondus.* — On ne peut mettre directement en contact avec le platine que les métaux qui, tels que le fer, le nickel, le cobalt, sont sans action sur lui et ne doivent pas être fondus dans le cours des expériences. Pour les autres, tels que l'argent, le cuivre, l'étain, il est nécessaire d'employer une enveloppe intermédiaire. J'ai d'abord essayé de me servir pour cela de boîtes en fer façonnées au tour dans une barre de ce métal, mais avec l'étain et le cuivre une grave difficulté s'est présentée. Les boîtes étaient perméables au rouge, à ces métaux qui, venant se répandre sur leur surface intérieure, attaquaient et perçaient l'enveloppe de platine. Ce passage des métaux à l'intérieur des boîtes ne tenait pas à la faible épaisseur ($0^{mm},4$) de ces dernières : il se produisait tout aussi bien quand on employait des boîtes de 3^{mm} ou 4^{mm} d'épaisseur. Du cuivre a même traversé les parois, épaisses de 6^{mm}, d'un tube de fer qui avait été formé en soudant le fer à lui-même aux extrémités, d'où il résultait que c'était par une infiltration à travers la masse du fer que se faisait le passage des métaux et non par une simple expansion au-dessus des bords dans les interstices qui pouvaient exister entre la boîte et son couvercle. J'aurais, par suite, dû renoncer à

([1]) La hauteur et le diamètre de nos enveloppes ont varié suivant les échantillons des corps, de 20^{mm} à 25^{mm}; mais l'épaisseur que j'ai trouvée la plus convenable et que je lui ai toujours donnée a été de $0^{mm},18$.

entreprendre l'étude du cuivre et de l'étain s'il ne s'était pas trouvé qu'il suffisait, pour faire disparaître cette difficulté, de faire les boîtes en tôle emboutie; mais alors j'ai pu constater que ces métaux, à partir d'une certaine température, contractent avec le fer des combinaisons qui altèrent complètement les résultats. J'ai dû finalement, pour les températures très élevées, employer des boîtes en charbon de cornue, avec lesquelles tous ces inconvénients disparaissent.

Pour déterminer, dans le résultat total fourni par l'ensemble du corps, de la boîte de charbon et de l'enveloppe de platine, la part du charbon, j'ai dû au préalable faire de cette matière une étude calorimétrique. J'ai constaté qu'il y a identité complète, à ce point de vue, entre ce charbon et le graphite dont l'étude a été faite par Weber. Mes expériences reçoivent ainsi de celles de Weber un contrôle précieux, et, en retour, elles viennent à l'appui de la remarquable proposition formulée par ce physicien, savoir qu'aux températures élevées toutes les variétés de carbone ont la même chaleur spécifique.

L'argent, seul de tous les métaux que j'ai examinés, a pu être étudié dans le fer à toutes les températures. Ce métal pouvant, grâce à son inaltérabilité, être chauffé exempt d'enveloppe, dans les expériences où la température ne devait pas dépasser son point de fusion, se prêtait à un contrôle de ma méthode dont je n'ai pas manqué de profiter. La concordance parfaite des expériences faites, d'une part sans enveloppe, d'autre part avec une boîte en fer ou avec une boîte en charbon, montre que la correction relative à l'enveloppe se fait d'une manière très exacte.

3. *Disposition générale des expériences.* — La disposition des expériences a été déterminée par le choix de la méthode de mesure des températures qui a été la méthode calorimétrique. Il s'agissait de chauffer côte à côte le corps à étudier et une sphère de platine, et chaque expérience devait consister en deux opérations calorimétriques faites au même instant, l'une sur le corps, l'autre sur le platine, cette dernière étant destinée à faire connaître la température. Mais il fallait, pour réussir ainsi, que le corps et le platine eussent bien la même température au sortir de l'enceinte chaude, qu'ils conservassent des températures égales jusqu'au moment de leur entrée dans les calorimètres et qu'il n'y eût au-

cune perte pendant leur immersion dans l'eau. C'est la température du corps au moment de son immersion dans l'eau du calorimètre qu'il importe de connaître. Or aucune autre température n'a plus de chances de lui être égale que celle d'un morceau de platine qui sort en même temps que lui de la même enceinte, qui fait pour arriver au calorimètre le même trajet dans les mêmes circonstances et dans des conditions toutes favorables à l'égalité des pertes. Avec un autre mode d'estimation des températures, une erreur systématique commise soit dans la conduite de l'opération calorimétrique elle-même, soit dans le calcul des corrections, pèse tout entière sur le résultat. Ici, au contraire, elle se trouve corrigée, au moins en majeure partie, par une erreur toute pareille faite du côté du platine; de telle sorte que si, par exemple, la quantité de chaleur abandonnée par le corps est estimée un peu plus faible qu'elle ne devrait l'être, la température est trouvée aussi un peu plus basse, ce qui fait compensation.

On pourrait se contenter de désigner une température par la quantité de chaleur abandonnée par 1^{gr} de platine passant de cette température à celle de la glace fondante. Pour traduire mes résultats dans le mode ordinaire de désignation en degrés centigrades, je me suis servi de la formule résumant, d'après M. Violle [1], l'étude calorimétrique du platine

$$q_0^t = 0,0317\,t + 0,000006\,t^2.$$

[1] VIOLLE, *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 89.

Pouillet avait donné une formule différente : $q_0^t = 0,03237\,t + 0,000041\,t^2$; mais les expériences de ce physicien ne pouvaient inspirer qu'une confiance assez médiocre depuis qu'on a reconnu l'imperfection du thermomètre à air dont il s'était servi.

Pour avoir une idée des divergences qui peuvent résulter de l'emploi de la formule de M. Violle, au lieu de celle de Pouillet, j'ai refait le calcul de quelques-unes des expériences citées par Weber dans son Mémoire sur la chaleur spécifique du carbone. Des températures que ce physicien, en se servant de la formule de Pouillet, évalue à

540°, 727°, 896°,5, 1041°,4

seraient, d'après la nouvelle formule, exprimées par les nombres

534°, 712°, 872°, 1007°,7,

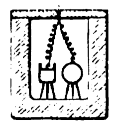
respectivement inférieures aux précédentes de

6°, 15°, 24°,5, 33°,4.

4. *Échauffement des corps.* — Pour échauffer les corps, j'ai fait usage d'un four à gaz Perrot, grand modèle, au centre duquel se trouvait installé un épais creuset en terre réfractaire. La température était rendue uniforme à l'intérieur de cette enceinte, par un réglage convenable de la consommation de gaz et d'air de chaque bec du brûleur.

Les corps reposaient sur de petits trépieds en platine, au fond de deux cavités voisines et communiquant entre elles, pratiquées dans un cylindre de chaux de 8^{cm} de diamètre et de 8^{cm} de hauteur (*fig.* 2). La difficulté de réaliser un champ calorifique uni-

Fig. 2.





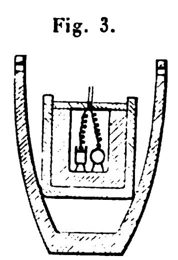
forme ne permettait guère de donner à ce creuset des dimensions plus considérables. Ces dimensions limitent celles qu'on peut donner aux corps et à la sphère de platine.

Ce premier creuset en chaux était entouré étroitement par un creuset en terre réfractaire destiné à le consolider, et ce double creuset était placé à l'intérieur d'un creuset plus grand, en terre réfractaire, percé, à quelque distance de son bord, de deux trous diamétralement opposés, permettant de le saisir à l'aide de crochets en fer pour le transporter auprès des calorimètres (*fig.* 3).

Pour échauffer les corps à des températures comprises entre 100° et 400°, le four Perrot ne donnant pas un champ calorifique suffisamment uniforme, je me suis servi d'une étuve Wiessnegg. J'ai fait aussi quelques mesures à des températures inférieures à 100°, en employant l'étuve de Regnault. Dans ce dernier cas seulement, j'ai pris pour température du corps à son entrée dans le calorimètre, la température de l'étuve donnée par un thermomètre à mercure. Pour en avoir le droit, j'ai fait en sorte que le

corps se rendît, de l'étuve au calorimètre, dans une enceinte à une température très peu différente de celle de l'étuve. Un manchon cylindrique de $0^m,30$ de hauteur (hauteur de l'étuve), d'un diamètre à peine supérieur à celui du corps et revêtu d'une épaisse enveloppe de feutre, accompagnait le corps dans son trajet. Un tampon d'ouate fermait ce manchon à sa partie supérieure, de sorte qu'il ne pouvait s'y établir de courant d'air. Le

Fig. 3.

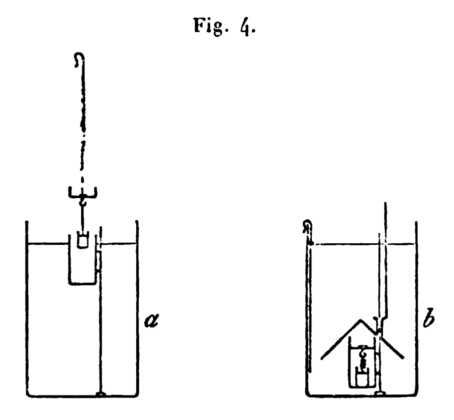


corps était suspendu par un fil au milieu de la hauteur du manchon; on le laissait tomber dans le calorimètre quand on avait approché la partie inférieure du manchon tout près de la surface de l'eau. Les résultats de séries d'expériences ainsi faites prouvent, par leur concordance, que ce mode de préservation du corps contre le refroidissement est d'une grande efficacité.

5. *Introduction des corps dans les calorimètres.* — Les conditions de l'introduction des corps dans les calorimètres doivent être différentes suivant que l'on opère à des températures plus ou moins élevées. Si le corps est à une température supérieure à 750°, il n'est pas mouillé au moment de son immersion et, quand il est suffisamment refroidi pour que l'eau parvienne à son contact et se vaporise, il a eu le temps d'arriver au fond du calorimètre, au-dessous d'une colonne de liquide que les bulles de vapeur ne sauraient traverser. Mais, s'il est à une température comprise entre 300° et 750°, le corps détermine, non seulement à son entrée dans l'eau, mais encore pendant les premiers instants de son parcours au sein de ce liquide, la formation d'une quantité notable de vapeur qui, en raison de sa température élevée, échappe en partie à la condensation, rendant ainsi insaisissable une notable fraction de la quantité de chaleur cherchée.

Il faut que, dans ce cas comme dans le premier, le corps soit amené au fond du calorimètre avant tout contact avec l'eau. Pour réaliser cette condition difficile, je dispose au milieu du calorimètre, une petite boîte cylindrique dont le bord s'élève un peu au-dessus de la surface du liquide (*fig.* 4 *a*). Cette boîte peut être fermée à l'aide d'un couvercle en forme de godet susceptible de s'y enfoncer de 3^{mm} ou 4^{mm}. Au centre de ce couvercle sont fixés à la partie inférieure un crochet et à la partie supérieure une

Fig. 4.



tige. Le crochet sert à saisir le corps qui se trouve ainsi, d'un seul mouvement, transporté et enfoncé dans la boîte. Comme cette dernière peut glisser à frottement doux le long de la petite colonne qui lui sert de support, on la pousse, à l'aide de la tige, au fond du calorimètre. Un instant après, quand l'eau se précipite à l'intérieur de la boîte, l'air qu'elle contient, accompagné d'un peu de vapeur, viendrait se perdre à la surface de l'eau, emportant ainsi une partie de la chaleur qu'on cherche à mesurer si, immédiatement après l'immersion, on n'avait eu soin de placer au-dessus de la boîte un cône qui, à la façon d'une éprouvette, retient tout ce qui s'en dégage. Ce cône, s'étendant sur presque toute la section du calorimètre, constitue, dans la suite de l'expérience, un excellent agitateur.

6. Telles étaient les difficultés spéciales dont j'ai eu à triompher dans ces expériences. Pour le reste, j'ai profité de tous les perfectionnements successivement introduits dans la pratique de

la méthode des mélanges par les nombreux physiciens qui l'ont appliquée. Les calorimètres étaient installés dans deux enceintes contiguës du système classique de M. Berthelot. Les températures étaient lues sur d'excellents thermomètres de Baudin divisés en cinquantièmes de degré. Les poids des corps et de l'eau étaient choisis de façon que la variation de température de l'eau fût toujours de plusieurs degrés (de 3° à 7°). La correction de refroidissement était faite par la méthode de Pfaundler, c'est-à-dire en admettant la proportionnalité des pertes par minute aux excès moyens de la température du calorimètre sur la température de l'enceinte. L'accord existant entre des expériences où cette correction a pris des valeurs très différentes telles que 0°,001 et 0°,15 montre qu'elle était nécessaire et qu'elle a été faite d'une façon très satisfaisante.

Avant et après toute série d'expériences, je m'assurais du bon réglage du fourneau. Pour cela, il suffisait de mettre à la place réservée au corps, c'est-à-dire à côté de la masse de platine destinée à faire connaître la température, une autre masse de platine, et d'effectuer une double opération calorimétrique, comme s'il s'était agi de faire l'étude d'un corps étranger. Si, dans deux expériences successives faites en intervertissant la position des masses de platine dans l'enceinte, l'égalité se maintenait entre les résultats relatifs à 1^{gr} de platine de chaque masse, on pouvait être certain que les deux masses avaient des températures égales non seulement à leur entrée dans les calorimètres, mais aussi dans l'enceinte.

Lorsque le fourneau était réglé pour une certaine température, deux expériences au moins étaient faites à cette température, en intervertissant la position des corps dans l'enceinte. Ces expériences se servaient mutuellement de contrôle, et elles fournissaient, pour tracer la courbe représentant les expériences, des groupes de points, qui sont préférables à des points isolés.

II.

Dans ce premier travail j'ai fait choix de quelques métaux qui, en raison de la diversité de leurs propriétés, m'ont permis de faire l'essai de ma manière d'opérer dans les circonstances les plus variées. Les uns, comme le *platine iridié* et le *platine palladié*,

étaient à la fois très difficilement fusibles et inaltérables; d'autres, comme le *fer*, le *nickel* et le *cobalt*, étaient aussi très réfractaires, mais oxydables. D'autres, comme l'*argent*, devaient être fondus dans le cours des expériences et étudiés en partie à l'état liquide. L'*étain* enfin offrait le cas intéressant d'un métal pouvant être étudié à l'état liquide dans un grand intervalle de température.

Les formules représentant nos expériences sont groupées dans le Tableau suivant :

Platine iridié ... à 10 pour 100 d'Ir.		$q_0^t = 0,03435\,t + 0,0000064\,t^2$, $\gamma_t = 0,03435 + 0,0000128\,t$;
Fer	de 0° à 660°	$q_0^t = 0,11012\,t + 0,0000253333\,t^2 + 0,000000054666\,t^3$, $\gamma_t = 0,11012 + 0,0000506666\,t^2 + 0,000000163998\,t^2$;
	de 660° à 720°	$q_0^t = 0,57803\,t - 0,00143598\,t^2 + 0,000001195\,t^3$, $\gamma_t = 0,57803 - 0,00287196\,t + 0,000003585\,t^2$;
	de 720° à 1000°	$q_0^t = 0,218\,t - 39$, $\gamma_t = 0,218$;
	de 1050° à 1200°	$q_0^t = 0,19887\,t - 23,44$, $\gamma_t = 0,19887$;
Nickel	de 0° à 230°	$q_0^t = 0,10836\,t + 0,00002233\,t^2$, $\gamma_t = 0,10836 + 0,00004466\,t$;
	de 230° à 400°	$q_0^t = 0,183493\,t - 0,000282\,t^2 + 0,00000046666\,t^3$, $\gamma_t = 0,183493 - 0,000564\,t + 0,00000139998\,t^2$;
	de 400° à 1150°	$q_0^t = 0,099\,t + 0,00003375\,t^2 + 6,55$. $\gamma_t = 0,099 + 0,0000675\,t$;
Cobalt	de 0° à 890°	$q_0^t = 0,10584\,t + 0,0000228667\,t^2 + 0,0000000219427\,t^3$, $\gamma_t = 0,10584 + 0,0000457334\,t + 0,0000000658281\,t^2$;
	de 890° à 1150°	$q_0^t = 0,124\,t + 0,00004\,t^2 - 14,8$, $\gamma_t = 0,124 + 0,00008\,t$;

Argent.......... Pt de fus.. 907° Chal. lat.. 24,72

de 0° à 907°

$$q_0^t = 0,05758\,t + 0,0000044\,t^2 + 0,000000006\,t^3,$$
$$\gamma_t = 0,05758 + 0,0000088\,t + 0,000000018\,t^2;$$

de 907° à 1100°

$$q_0^t = 0,0748\,t + 17,20,$$
$$\gamma_t = 0,0748;$$

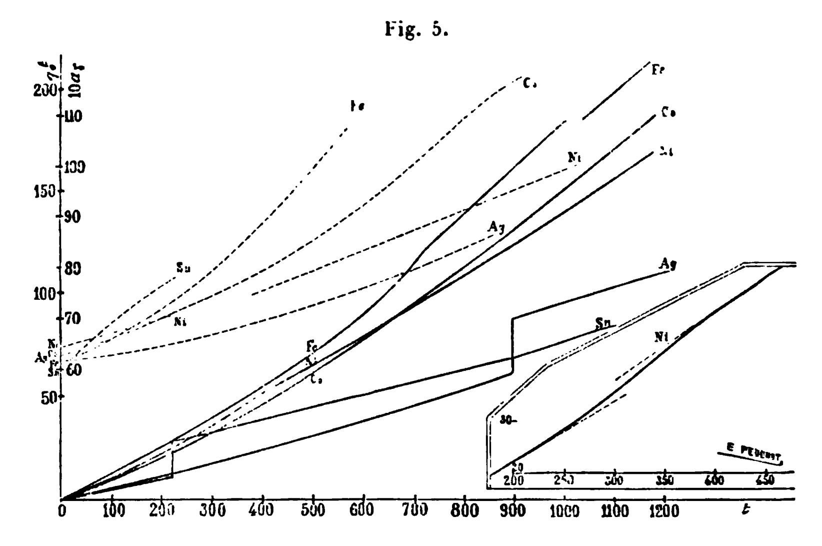
Étain........... Chal. lat.. 14,6

de 232°.7 à 1100°

$$q_0^t = 14,375 + 0,0612931\,t - 0,0000104741\,t^2 + 0,0000000103448\,t^3,$$
$$\gamma_t = 0,0612931 - 0,0000209482\,t + 0,0000000310344\,t^2.$$

Ces résultats (pour les quantités de chaleur) sont représentés graphiquement dans la *fig*. 5.

Fig. 5.



Chacun des corps examinés a donné lieu à quelque observation intéressante.

Platine iridié, Platine palladié (0,1224 de Pd pour 0,8776 de Pt).

Ces alliages se sont comportés comme des mélanges : les quantités de chaleur observées étaient égales à la somme des quantités de chaleur relatives aux métaux constituants. D'ailleurs chacun

de ces alliages possède exactement la densité qu'on déduit par le calcul, en le considérant comme un mélange, des densités des métaux qu'il contient (1).

Fer.

Le fer a présenté deux changements d'état caractérisés par une variation rapide dans l'allure de la courbe représentative des quantités de chaleur. Le premier changement s'opère de 660° à 720°; le second entre 1000° et 1050°. Ce métal se trouverait ainsi de 700° à 1000° dans un état particulier compris entre deux autres et tel que, pour passer soit à l'état qui précède, soit à l'état suivant, il verrait sa chaleur spécifique diminuer. Ces changements d'état expliquent un grand nombre de singularités observées dans l'étude des diverses propriétés du fer.

1° *Dilatation.* — M. Gore (2), en suivant le refroidissement d'un fil de fer, à partir du rouge vif, a observé, au moment où la température arrive au rouge sombre, une élongation succédant pendant quelques instants à la contraction du fil. M. Barrett (3) a observé, en opérant dans l'obscurité, un soudain accroissement de l'éclat du fil à ce moment critique.

2° *Résistance électrique.* — Un changement a été observé au rouge sombre dans la résistance électrique du fer par M. Macfarlane (4).

3° *Propriétés thermo-électriques.* — M. Thomson a découvert qu'au rouge sombre la chaleur spécifique d'électricité du fer

(1)

Métaux.	Densités.
Pt	21,46
Ir	22,38
Pd	12,1
Alliages.	
0,10 Ir; 0,90 Pt	21,548
0,1224 Pd; 0,8776 Pt	19,602

(2) GORE, *Proceed. of the Roy. Soc.*, jan. 28, 1869; *Philos. Mag.*, july 1869.
(3) BARRETT, *Philos. Mag.* (4), t. XLVI, p. 472; 1873.
(4) MACFARLANE, *Proceed. Roy. Soc.* Edinb. t. VIII, p. 629; 1875.

devenait positive de négative qu'elle était à la température ordinaire. Suivant M. Tait (1), cette même chaleur spécifique d'électricité resterait positive jusqu'au rouge blanc, puis changerait de nouveau de signe.

4° *Propriétés magnétiques.* — On sait depuis longtemps que les propriétés magnétiques du fer disparaissent au rouge sombre.

5° *Influence des changements d'état du fer sur les propriétés de ses composés. Oxydes.* — Deux températures jouent un grand rôle dans les expériences de M. Moissan (2) pour marquer des limites passé lesquelles les oxydes de fer subissent des modifications profondes : ce sont précisément les températures de 700° (rouge sombre) et de 1000° (rouge blanc) au voisinage desquelles nous avons constaté des changements d'état du métal. Ces composés sembleraient donc devoir au fer leur allure singulière.

Aciers.

M. Osmond (3) a recherché comment le fer, par suite du changement d'état que j'ai signalé, se comportait dans l'acier, c'est-à-dire en présence du carbone. Le refroidissement de tiges d'acier était étudié au moyen d'un couple thermo-électrique relié à un galvanomètre Deprez-d'Arsonval. Des temps d'arrêt dans le refroidissement ont mis en évidence : 1° la modification moléculaire du fer qui a lieu vers 700°; 2° à une température un peu plus basse et d'autant plus voisine de la première que la proportion de carbone est plus grande, un phénomène qui semble être une combinaison du fer et du carbone, car son amplitude croît avec la teneur en carbone. Il n'y aurait rien d'étonnant à ce que les relations entre le fer et le carbone fussent modifiées par suite du changement d'état du métal.

Ce changement d'état se révèle encore dans le phénomène de la

(1) Tait, *Nature*, 12 juin 1873. *Ann. de Pogg.* t. CLII, p. 427; 1874.

(2) Moissan, *Sur les oxydes métalliques de la famille du fer* (*Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXI, p. 199).

(3) Osmond, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 26 octobre et 6 décembre 1886.

trempe. La trempe au-dessus de 730° donne l'acier trempé ordinaire, et la trempe au-dessous de 670° reste sans effet.

Nickel, Cobalt.

Comme le fer, mais à des températures fort différentes, l'un au voisinage de 300°, l'autre vers 900°, le nickel et le cobalt éprouvent aussi des changements d'état. Pour le cobalt, comme pour le fer, vers 1000°, la chaleur spécifique atomique devient à peu près la même qu'à 0°, si l'on prend pour poids atomique la moitié du poids atomique ordinaire. Comme pour le fer, les changements d'état de ces métaux influent sur leurs diverses propriétés et même sur celles de leurs composés.

Maintenant que l'étude calorimétrique du fer, du nickel et du cobalt est faite, celle de la variation de leurs diverses propriétés avec la température deviendra relativement facile. On opérera sur de petites masses renfermées, comme je l'ai indiqué, dans des enveloppes de platine; au moment où l'on aura observé un effet quelconque, il suffira de les plonger dans un calorimètre pour connaître, par la quantité de chaleur communiquée à l'eau, la température qu'elles possédaient à cet instant. Avant d'entreprendre, dans cette voie, des recherches précises, j'ai fait quelques expériences d'essai sur la disparition des propriétés magnétiques, et je me suis assuré qu'elle correspond, ce qui était extrêmement probable, aux changements d'état que j'ai signalés.

Argent.

L'étude de l'argent, jusqu'à une température supérieure à 200° à son point de fusion, a fourni un nouvel exemple de la presque identité de la chaleur spécifique des métaux avant et après la fusion. Cet argent étant introduit à l'état solide dans une boîte en fer, enfermée elle-même dans une enveloppe de platine, se trouvait dans l'impossibilité d'absorber de l'oxygène quand il venait à être fondu. Est-ce à cette circonstance qu'il faut attribuer le fait que son point de fusion s'est montré notablement inférieur (907°) à celui que des observateurs précédents avaient trouvé pour l'argent fondu au contact de l'air (954°)? La question mérite d'être

examinée. On ne voit pas *a priori* d'impossibilité à ce que l'oxygène dissous dans l'argent fondu à l'air ait une influence sur le point de solidification.

Étain.

La faible et lente variation ($\gamma_{250} = 0,05799$; $\gamma_{1100} = 0,0758$) de la chaleur spécifique de l'étain fondu montre que ce liquide diffère singulièrement des liquides ordinaires, chez lesquels, au contraire, la chaleur spécifique varie avec la température d'une manière extrêmement rapide.

Une question importante se pose au terme de toute recherche sur les chaleurs spécifiques. Quelle est la conclusion à tirer des nouvelles recherches, touchant la loi de Dulong et Petit? Les chaleurs spécifiques étant variables avec la température et suivant des lois différentes pour les différents corps, la loi en question ne saurait avoir le caractère de rigueur absolue qu'on lui avait attribué tout d'abord. Elle se réduit à une simple remarque : c'est qu'il y a un intervalle de températures, l'intervalle de 0° à 100°, dans lequel les valeurs des produits des chaleurs spécifiques des différents corps par leurs équivalents sont plus voisines les unes des autres que partout ailleurs. Les courbes qui représentent ces produits forment, dans cet espace, un faisceau assez resserré; mais, à mesure que la température s'élève, ce faisceau devient de plus en plus divergent. Mes expériences confirment donc pleinement le jugement porté sur la loi de Dulong et Petit par M. Berthelot (¹).

DE L'INFLUENCE DU MAGNÉTISME SUR LES PHÉNOMÈNES CHIMIQUES;

PAR M. PAUL JANET.

Les phénomènes curieux observés, il y a quelques années, par M. J. Remsin et dont M. Colardeau a donné récemment une explication dans ce Journal (²), sont évidemment fort complexes

(¹) BERTHELOT, *Mécan. chim.*, t. I, p. 475.
(²) *Voir* pages 89 et 123 de ce Volume.

et les diverses causes signalées par ces auteurs y ont leur part. Mais il en est une sur laquelle, je crois, on n'a pas attiré l'attention : la chaleur de combinaison du fer avec un corps quelconque diminue lorsque le fer est placé dans un champ magnétique. Soient, en effet, un aimant permanent et un morceau de fer doux. Imaginons le cycle d'opérations suivant dans lequel l'aimant reste fixe : 1° le morceau de fer doux étant primitivement à l'infini, on le laisse s'approcher de l'aimant, soit $\mathfrak{T}$ le travail produit; 2° on le combine avec un corps quelconque, de l'acide sulfurique par exemple, soit Q la chaleur dégagée; 3° on éloigne à l'infini le sulfate de fer ainsi formé. Si nous négligeons le magnétisme du sel de fer devant celui du fer, le travail dépensé est négligeable devant $\mathfrak{T}$; 4° on décompose le sulfate de fer de manière à reconstituer le fer et l'acide sulfurique, soit Q′ la quantité de chaleur absorbée. Le cycle est fermé, on peut appliquer le principe de l'équivalence; on a donc

$$\mathfrak{T} - E(Q' - Q) = 0,$$

d'où

$$Q' - Q = \frac{\mathfrak{T}}{E};$$

$Q' - Q$ est donc différent de o et, comme $\mathfrak{T}$ est positif, $Q' > Q$. La chaleur de combinaison du fer est donc plus grande hors du champ magnétique que dans ce champ.

Dans cette explication, nous avons négligé la chaleur qui se dégage dans le fer doux par son approche de l'aimant; mais, d'une part, cette quantité est très petite, et de l'autre, comme il est facile de voir, elle ne ferait qu'augmenter la différence $Q' - Q$.

On voit donc que, si l'on met en présence du fer et du sulfate de cuivre, des deux réactions

fer aimanté + sulfate de cuivre = cuivre + sulfate de fer,
fer non aimanté + sulfate de cuivre = cuivre + sulfate de fer,

ce sera la dernière qui dégagera le plus de chaleur et, par suite, se produira de préférence : de là provient, en partie au moins, l'absence du dépôt de cuivre sur les points correspondant aux pôles de l'aimant dans les expériences de J. Remsin.

La détermination calorimétrique directe des chaleurs de combinaison, dans un champ magnétique puissant, présenterait peut-être

d'assez grandes difficultés. Mais il résulte des considérations précédentes que la force électromotrice d'une pile dont un des éléments est le fer doit diminuer dans un champ magnétique. Je me propose d'essayer de vérifier cette conséquence, qui semble plus abordable à l'expérience.

R. BUNSEN. — Zersetzung des Glases durch Kohlensäure enthaltende capillare Wasserschichten (Décomposition du verre par des couches d'eau capillaires chargées d'acide carbonique); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 161; 1886.

L'auteur rappelle le phénomène de la décomposition lente du verre par l'eau surchauffée, et signale un fait analogue qu'il a observé sur des filaments de verre humectés d'eau et placés, à la température ordinaire, dans une atmosphère d'acide carbonique : le gaz se dissout dans l'eau en quantité relativement considérable, grâce sans doute à la pression capillaire qui règne à l'intérieur des couches liquides, et des lavages à l'eau distillée chaude enlèvent ensuite des quantités notables de carbonate de soude.

E. Rivière.

L. ZEHNDER. — Eine neue Methode zur Bestimmung des specifischen Gewichtes leicht löslicher Substanzen (Nouvelle méthode pour la détermination du poids spécifique des substances très solubles); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 249; 1886.

Avec des fragments de la substance à étudier, on remplit aussi complètement que possible un picnomètre consistant en un petit récipient de verre qu'on ferme avec un couvercle bien ajusté et percé d'une petite ouverture; on enferme ainsi, avec la substance, une masse d'air à une température et sous une pression déterminées. On ouvre le picnomètre sous l'eau : la substance se dissout; l'air est recueilli avec soin et ramené dans le récipient, renversé alors comme une éprouvette, dans des conditions de nouveau bien déterminées. L'instrument est fermé; l'eau qu'il renferme, et qui tient la place de la substance, est pesée, et l'on en déduit, par un calcul que le lecteur établira facilement, le poids spécifique cherché.

On trouvera indiquées, dans le Mémoire, les précautions qu'exige l'emploi de cette méthode. E. Rivière.

ANZEIGER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN WIEN (Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Vienne); 1886.

F. WACHTER. — Sur la différence de nature des électricités positive et négative, p. 5.

D'après l'auteur, les électricités positive et négative diffèrent par certaines qualités et ne sauraient être assimilées à des quantités algébriques qui ne diffèrent que par leurs signes.

Ces différences se retrouvent dans les phénomènes lumineux, magnétiques, thermiques, dus à l'électricité, dans la direction du mouvement des deux électricités, dans la dissymétrie des surfaces de niveau.

Dans un conducteur très résistant, la section qui a le potentiel moyen est dissymétrique par rapport aux deux électrodes et d'autant plus rapprochée de la négative que la résistance est plus grande.

Si des conducteurs de même nature et de même forme reçoivent des charges égales et de signes contraires, le potentiel mesuré à l'électromètre est plus élevé pour la charge positive que pour la négative et la longueur de l'étincelle de décharge est inégale dans les deux cas.

Le tourniquet électrique montre que le mouvement de l'air n'est pas le même quand on change la nature de l'électricité.

En considérant les aigrettes comme l'illumination des lignes de force et tenant compte des différences de forme qu'elles présentent, quand on passe d'une électricité à l'autre, on conclut à la dissymétrie des surfaces de niveau.

F. EXNER. — Sur l'origine et les lois de l'électricité atmosphérique, p. 33.

L'auteur se propose de déterminer le champ magnétique de la terre dans des circonstances atmosphériques normales. La terre a une charge négative. La chute de potentiel varie avec la masse plus ou moins grande de vapeur d'eau répandue dans l'atmosphère.

Elle est de 600 volts par mètre dans l'air complètement sec et

tombe à 100 volts en plein été. Elle croit avec l'altitude, ce qui montre que la vapeur d'eau répandue dans l'air est réellement chargée d'électricité négative.

On conclut de la chute du potentiel qu'un point de l'espace infiniment éloigné de toute masse électrique a un potentiel plus élevé que celui de la terre de $L \times 10^9$ volts. La force répulsive exercée par la charge d'un centimètre carré de surface terrestre n'est que 16×10^{-9} grammes.

PICHLER. — De l'action des décharges d'électricité à haute tension sur les poussières flottant dans l'air, p. 39.

Ces expériences se rapportent à la disparition de la fumée par l'électricité et aux figures que l'on produit lorsqu'une aigrette part d'une pointe et se dirige vers un plateau métallique. On a trouvé, dans certaines expériences, $0^{\text{amp}},00005$ pour l'intensité du courant, 23000 volts et 74000 volts pour la différence des potentiels, variable avec la distance de la pointe au plateau, $\frac{1}{7}$ mètre-seconde pour limite inférieure de la vitesse du vent électrique.

L. BOLTZMANN. — Indication d'un travail mathématique relatif au phénomène de Hall, p. 77 et 113.

I. En partant des équations données par Lorentz, relatives au mouvement de l'électricité dans une plaque plane perpendiculaire aux lignes de force d'un champ magnétique, l'auteur donne l'intégrale qui convient au phénomène de Hall

$$p = -ax + hay, \qquad u = ka, \qquad v = 0;$$

p est la tension électrique, u, v les composantes du courant, k la résistance spécifique, h une constante vraisemblablement proportionnelle au carré de l'intensité du champ.

Si la plaque est circulaire, l'une des électrodes étant fixée au centre, l'autre représentée par la circonférence, on a l'intégrale

$$p = -\mathrm{A}\,\mathrm{lognat}\, r, \quad u = k\mathrm{A}(x - hy)r^2, \quad v = k\mathrm{A}(y + hx)r^2, \quad \rho = \frac{k\mathrm{A}}{r}.$$

Les lignes de courant sont des spirales logarithmiques dont l'équation est

$$\vartheta = h\,\mathrm{lognat}\, r + \mathrm{const.};$$

r et ϑ sont les coordonnées polaires, ρ est la composante de courant prise dans la direction de r.

Le cas relatif à une plaque indéfinie, pourvue de deux électrodes ou plus, se résout par superposition.

L'équation des lignes de courant est

$$h \operatorname{lognat} \frac{r}{r'} = \vartheta - \vartheta' + \text{const.};$$

r et ϑ, r' et ϑ' sont les coordonnées des électrodes.

II. L'auteur donne l'intégrale qui convient au cas où une plaque circulaire est sciée dans le sens d'un rayon placé entre les deux électrodes. Les électrodes de Hall placées l'une vis-à-vis de l'autre sur les bords de la fente, l'influence du magnétisme fait naître un courant, ce que le professeur Ettingshausen a vérifié sur une plaque de bismuth.

L. BOLTZMANN. — De l'action du magnétisme sur la décharge électrique dans des gaz raréfiés, p. 217.

Un tube de Geissler a la forme d'un prisme de 2^{cm} de long, sa base est un losange dont les diagonales ont 4^{cm} et 6^{cm}. Des électrodes de platine sont soudées aux angles. La tension du gaz qui le remplit est de 4^{mm} à 5^{mm}. Il est placé dans un champ magnétique. Les électrodes des angles aigus reçoivent un courant primaire fourni par une petite bobine de Ruhmkorff; les deux autres sont reliées aux bornes d'un galvanomètre. Le magnétisme, comme on le sait, dévie la colonne lumineuse. Il détermine, en outre, la production d'un courant transverse qui agit sur le galvanomètre, et l'air agit comme le bismuth et l'or dans le phénomène de Hall. L'hydrogène et l'acide carbonique substitués à l'air donnent des courants qui diffèrent du précédent et pour le sens et pour l'intensité. Dans un champ dont l'intensité est 1800 C.G.S., le courant transversal est approximativement $\frac{1}{60}$, au plus $\frac{1}{30}$ du courant primaire.

On obtient des intensités moindres en plaçant les électrodes hors du champ magnétique, à l'extrémité de tubes étroits soudés au tube principal.

On obtient encore un courant transverse excité par le magnétisme, en mettant en communication avec le sol l'une des électrodes du courant primaire. La direction de ce courant change avec l'inversion du champ, elle est indépendante du sens du courant primaire.

Von ETTINGSHAUSEN. — De la mesure de l'action de Hall avec le galvanomètre différentiel, p. 219.

Il résulte d'expériences faites sur des plaques de bismuth, de tellure et d'or, que l'emploi du galvanomètre différentiel et d'une plaque à trois électrodes, recommandé par M. Righi pour l'étude du phénomène de Hall, n'est acceptable que si l'on peut négliger la résistance de la plaque vis-à-vis des autres résistances et si l'on prend soin de compenser les actions du courant dans les fils du galvanomètre différentiel, avant l'établissement du champ magnétique.

Von ETTINGSHAUSEN et NERNST. — Sur le phénomène de Hall, p. 173.

Pour certains métaux et pour de faibles intensités du champ magnétique, le pouvoir de rotation de Hall croît avec l'intensité.

Pour le plus grand nombre des métaux, il s'affaiblit lorsque de fortes intensités augmentent. Avec le bismuth un accroissement d'intensité du champ détermine un affaiblissement de la force électromotrice de l'effet transverse.

Le tellure a un pouvoir rotatoire positif quarante fois plus grand que celui du bismuth. Ce pouvoir s'observe encore dans le bismuth et le tellure lorsque l'on prend comme courant primaire la décharge, par étincelle, d'un condensateur.

Von ETTINGSHAUSEN et NERNST. — Production d'une force électromotrice dans une plaque métallique traversée par un courant thermique et placée dans un champ magnétique, p. 114.

Une plaque rectangulaire de bismuth est soudée à deux électrodes situées sur les grands côtés, l'une vis-à-vis de l'autre et reliées à un galvanomètre.

Chacun des petits côtés est serré par une pince de laiton que

l'on peut échauffer ou refroidir, des feuilles de mica sont interposées entre le laiton et le bismuth. On chauffe l'une des pinces et la chaleur se propage dans le sens de la longueur de la plaque. Si celle-ci est alors placée dans le champ magnétique d'un fort électro-aimant, on observe dans le galvanomètre un courant continu. Le sens de ce courant change avec la direction des forces magnétiques du champ et avec celle du courant thermique. Le courant cesse, si le bismuth est échauffé des deux côtés.

La force électromotrice est proportionnelle à l'intensité du champ, à la distance des électrodes et vraisemblablement à la chute de la chaleur le long de la plaque. Dans un champ dont l'intensité est 5000 C. G. S. la force électromotrice est environ $\frac{1}{800}$ de volt.

On obtient encore un courant dû à l'influence du magnétisme en disposant les électrodes dans le sens de la longueur de la plaque.

Des métaux autres que le bismuth donnent de pareils courants, mais beaucoup moins intenses. Le sens de ces courants est le même dans le bismuth, l'antimoine, le nickel et le cobalt; le sens change avec le fer et l'acier.

STERNBERG. — Recherches géométriques sur la rotation du plan de polarisation dans un champ magnétique, p. 143.

Si, à partir du centre d'ébranlement, on porte sur la normale aux ondes et dans les deux sens opposés des longueurs égales aux vitesses des deux polarisés circulaires et si l'on détermine les points conjugués harmoniquement avec les deux points ainsi déterminés, le lieu des quatre points harmoniques est la *surface de rotation* qui détermine complètement la rotation du plan de polarisation dans le milieu déterminé.

D'après la loi de Verdet, cette surface, dans un champ magnétique homogène, se réduit à deux plans perpendiculaires à la direction des lignes de force.

La surface dite *of wawe slowness* est de révolution et la courbe méridienne est fermée autour du point origine et symétrique par rapport à l'axe des abscisses.

En admettant comme approchée la loi de M. Cornu $v' + v'' = 2v$

et y joignant la relation $v'^2 + v''^2 = 2v^2$, l'auteur obtient

$$v'v'' = v^2,$$

qui donne deux ellipsoïdes de révolution de très petite excentricité.

SCHILLING. — Détermination expérimentale du travail d'aimantation, p. 144.

Un électro-aimant traversé par un courant a ses branches verticales, elles sont pourvues d'armatures et exercent leur attraction sur un barreau de fer horizontal.

La force magnétisante x et le moment du barreau sont mesurés à l'aide de courants d'induction.

Si le moment est proportionnel à la force x, le travail d'aimantation I est donné par la formule $x^2 = \frac{L}{g}$, dans laquelle g est une constante.

F. EXNER. — Sur la photométrie du Soleil.

En comparant les intensités des radiations solaires à celle d'une bougie normale, limitées aux parties moyennes du spectre, on trouve le rapport 10^{27}.

Le pouvoir éclairant du soleil en mai et juin est, relativement à celui de la bougie, 75600 pour le rouge; 270000 pour le vert; 648000 pour le bleu.

L'intensité de la lumière émise par un centimètre carré de la surface solaire est de 18000 bougies pour le rouge; de 67500 pour le vert et de 162000 pour le bleu.

EXNER et CZERMAK. — De l'induction unipolaire, p. 154.

Un courant d'induction, excité dans un circuit fermé par la rotation d'un aimant, cesse de se produire si le circuit partage le mouvement de rotation de l'aimant; ce qui est conforme aux idées de Faraday et en opposition avec les vues de M. Edlund.

LIZNAR. — Sur la période de vingt-six jours des variations diurnes du magnétisme terrestre, p. 209.

La durée de la période des variations diurnes de la déclinaison,

déduite de nombreuses séries d'observations, est de $25^j,96$; Brown, Hornstein et Muller avaient trouvé 25,98.

Il y a lieu de substituer à ces nombres la période de 26 jours, qui est celle de la révolution synodique du Soleil.

OLZEWSKI. — P. 2?0.

La température d'ébullition de l'ozone est $-106°$; celle de la congélation de l'éthylène est $-169°$. Ces températures ont été obtenues en se servant comme réfrigérant de l'oxygène liquide.

Le spectre de l'éthylène présente deux bandes d'absorption, l'une dans le rouge à droite de la raie C : $\lambda = 0^{\mu},629$, l'autre à droite de la raie D : $\lambda = 0^{\mu},577$.

LINNEMANN. — Austrium, nouveau corps simple, métallique, p. 87.

Ce métal existe dans l'orthite d'Arendal. Il est caractérisé par deux raies violettes correspondant aux longueurs d'onde 416,5 et 403. La première semble coïncider avec une des raies solaires $\lambda = 416,47$ d'Angström.

TUMLIRZ et LUGGIN. — Sur le moment du magnétisme rémanent du cristal de roche, p. 93.

Une plaque de quartz droit, à faces parallèles taillées perpendiculairement à l'axe, est suspendue à deux fils de cocon dans le champ uniforme d'un puissant électro-aimant. L'une des faces argentée sert de miroir. Les déviations sont relevées à l'aide d'une échelle graduée dont on vise l'image avec une lunette. L'axe est placé dans la direction équatoriale.

Le moment du magnétisme rémanent s'affaiblit sous l'influence de la force magnétique déviante. Il diminue progressivement de plus en plus si les déviations sont successivement de sens opposés.

L'affaiblissement est d'autant plus grand que la force magnétique est plus grande.

Ces déviations de sens opposé présentent quelque dissymétrie; il arrive que les déviations se font du même côté pour des forces magnétiques de sens contraire, lorsque celles-ci croissent graduellement.

On n'observe aucune différence dans les deux directions de l'axe; il n'en est plus de même si l'on agit sur un axe secondaire. L'échauffement rend, d'après M. Kundt, l'une des extrémités de cet axe positive, l'autre négative. L'effet de la force magnétisante est plus grand si elle agit en allant de la première extrémité à la seconde, que si elle agit dans le sens opposé.

STREINTZ. — De la polarisation galvanique de l'aluminium, p. 238.

La différence de potentiel entre le zinc amalgamé plongeant dans une solution concentrée de sulfate de zinc et l'aluminium plongé dans l'acide sulfurique étendu est $0^{volt},32$. Si l'aluminium est polarisé, cette différence, pour l'aluminium chargé d'oxygène, croît, dans des limites assez étendues, avec la force électromotrice de la pile polarisante, tandis qu'elle reste à très peu près constante avec l'aluminium chargé d'hydrogène.

OPPOLZER. — Sur l'emploi d'un appareil destiné à mesurer le nombre absolu de vibrations d'un diapason, p. 82.

On grave sur la surface terminale d'une branche du diapason un trait que l'on observe à l'aide d'un microscope. Ce trait est éclairé d'une manière intermittente par des éclats de lumière qui lui sont envoyés par un prisme de verre à onze faces fixé à l'axe d'un régulateur de Villarceau. Les faces du prisme font l'office d'un miroir tournant. Il y a environ 110 intermittences par seconde et le diapason fait à peu près 400 vibrations doubles.

Dans ces circonstances, le trait illuminé semble osciller plus ou moins lentement dans le champ du microscope et le nombre des vibrations de cette sorte, évalué pour un temps donné, permet de calculer sûrement la différence de temps qui existe entre deux éclats consécutifs de lumière d'une part, et la durée de la vibration du diapason de l'autre.

En fixant sur l'axe du régulateur un cylindre enregistreur, on peut déterminer avec précision le nombre des tours que fait cet axe en un temps donné. Le diapason est préservé des variations de la température à l'aide d'une caisse à doubles parois qui l'enveloppe complètement.

Des expériences d'essai faites sur un diapason ont donné, pour le nombre des vibrations, 427,26 à 18,8 avec une erreur de ±0,016. Ce procédé donne donc le nombre des vibrations à $\frac{1}{100}$ de vibration près. Il permet d'apprécier l'effet de la température, qui est de 0,05 vibration par degré centigrade.

E. GRIPON.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

6e série, t. X; avril 1887.

BERTHELOT et VIEILLE. — *Sur les chaleurs de combustion et de formation des carbures d'hydrogène solides*, p. 433.

BERTHELOT et VIEILLE. — *Chaleur de combustion et de formation des sucres, hydrates de carbone et alcools polyatomiques congénères*, p. 455.

CH. FABRE. — *Recherches thermiques sur les séléniures*, p. 472.

T. XI; mai 1887.

PIONCHON. — *Recherches calorimétriques sur les chaleurs spécifiques et les changements d'état aux températures élevées*, p. 33.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXIII; janvier 1887.

J.-J. COLEMAN. — *Sur la diffusion des liquides*, p. 1.

O. HEAVISIDE. — *Sur la self-induction des fils*, 5e Partie, p. 10.

R. ABERCROMBY. — *Ombres particulières au lever du soleil, au pic d'Adam, à Ceylan*, p. 29.

A.-W. RUCKER. — *Courbure critique moyenne des surfaces liquides de révolution*, p. 35.

TH. GRAY. — *Sur les suspensions en fil de soie v des galvanomètres, et la rigidité des fils de soie*, p. 46.

SIR W. THOMSON. — *Ondes stationnaires dans l'eau en mouvement*; 4e Partie : *Ondes stationnaires à la surface produites par des obstacles équidistants sur le fond*, p. 52.

W. RAMSAY et SYDNEY YOUNG. — *Influence de l'état solide du liquide sur la pression de la vapeur*, p. 61.

Février 1887.

H.-E. Armstrong. — *Détermination de la constitution des composés carbonés au moyen des données thermochimiques*, p. 73.

Sp. Umfreville Pickering. — *Note sur la Communication précédente*, p. 109.

Sir W. Thomson. — *Front de la libre propagation d'ondes dans une eau profonde*, p. 113.

G. Carey Foster. — *Note sur une méthode de détermination du coefficient d'induction mutuelle*, p. 121.

W. Ramsay et Sydney Young. — *Nature des liquides, déduite des propriétés thermiques des corps stables et dissociables*, p. 129.

W.-N. Shaw. — *Poids atomiques de l'argent et du cuivre*, p. 138.

Prof. Tait. — *Fondements de la théorie cinétique des gaz*, p. 141.

R.-H.-M. Bosanquet. — *Fil de soie v*, p. 149.

J. Walker. — *Exposition de la théorie de la réflexion et de la réfraction de Cauchy*, p. 151.

O. Heaviside. — *Self-induction des fils*, 6e Partie, p. 173.

Mars 1887.

Lord Rayleigh. — *Notes sur l'électricité et le magnétisme*. III. *Action de faibles forces magnétiques sur le fer et l'acier*, p. 225.

H. Tomlinson. — *Effets permanents et temporaires produits sur les propriétés physiques du fer par un échauffement à 100°*, p. 245.

Sir W. Thomson. — *Ondes produites par une seule impulsion dans l'eau d'une profondeur quelconque, ou dans un milieu dispersif*, p. 252.

Sir W. Thomson. — *Formation de vortex sans noyau par le mouvement d'un solide dans un fluide non visqueux et incompressible*, p. 255.

H.-A. Rowland. — *Longueurs d'ondes relatives des lignes du spectre solaire*, p. 257.

L. Bell. — *Longueur d'onde absolue de la lumière*, p. 265.

W.-C. Unwin. — *Instruments de mesure employés dans les arts*, p. 282.

Sir W. Thomson. — *Équilibre d'un gaz soumis seulement à sa propre gravitation*, p. 287.

W. Brown. — *Expériences préliminaires sur les effets de la percussion pour changer le moment magnétique des aimants d'acier*, p. 293.

Avril 1887.

L. Boltzmann. — *Hypothèses nécessaires pour prouver théoriquement la loi d'Avogadro*, p. 305.

S.-P. Thompson. — *Lampe à arc adaptée à l'usage de la lanterne de Duboscq*, p. 333.

R.-H.-M. Bosanquet. — *Électro-aimants*. VII. *Loi des électro-aimants et loi des dynamo*, p. 338.

E. Gibson et R.-A. Gregory. — *Note sur la ténacité du verre filé*, p. 351.

Th. Gray. — *Forme perfectionnée de séismographe*, p. 353.

F.-Y. Edgeworth. — *Sur les observations discordantes*, p. 364.

E.-G. Mills. — *Action de la chaleur sur le chlorate et le perchlorate de potasse*, p. 375.

J.-J. Thomson. — *Réplique aux critiques du professeur W. Ostwald sur mon Mémoire « De la combinaison chimique des gaz »*, p. 379.

Mai 1887.

W.-W.-J. Nicol. — *Sur la dilatation des solutions salines*, p. 385.

Sp. Umfreville. — *Sur des thermomètres délicats*, p. 401.

Sp. Umfreville. — *Effets de la pression sur le réservoir des thermomètres et causes d'erreur dans l'usage de ces appareils*, p. 406.

R.-H.-M. Bosanquet. — *Détermination des coefficients d'induction mutuelle, au moyen du galvanomètre balistique*, p. 412.

W. Brown. — *Effets de la percussion et du recuit sur le moment magnétique des aimants d'acier*, p. 420.

Prof. Tait — *Hypothèses nécessaires pour la preuve de la loi d'Avogadro*, p. 433.

W. Ramsey et Sydney Young. — *Sur l'évaporation et la dissociation*. 6e Partie : *Passage continu de l'état liquide à l'état gazeux de la matière, à toute température*, p. 435.

Sir W. Thomson. — *Sur la stabilité du mouvement continu et du mouvement périodique des fluides*, p. 489.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXI; n° 5, 1887.

R. Bunsen. — *Calorimètre à vapeur*, p. 1.

M. Schumann. — *Compressibilité des solutions aqueuses des chlorures*, p. 14.

K. Olzewski. — *Densité du méthane liquide, de l'oxygène et de l'azote liquéfiés*, p. 58.

W. Muller-Erzbach. — *Vitesse de la dissociation et mesure des tensions de vapeur correspondantes*, p. 75.

W. Brockmann. — *Observations sur les tuyaux d'orgue*, p. 78.

J. Friess. — *Règle simple pour déterminer les lignes isochromatiques des cristaux uniaxes pour une inclinaison quelconque de l'axe sur la surface*, p. 90.

F. Kohlrausch. — *Corrections aux mesures d'angles faites à l'aide d'une échelle et d'un miroir*, p. 95.

S. Kalischer. — *Production d'une force électromotrice par l'action de la lumière, et résidu de celle-ci dans le sélénium*, p. 101.

J. Elster et H. Geitel. — *Électrisation des gaz par les corps incandescents*, p. 109.

E. Pfeiffer. — *Modification de l'inducteur à sinus de Kohlrausch*, p. 127.

H. Lorberg. — *Réponse aux remarques de M. Boltzmann sur ma critique de deux propositions de Hertz et Aulinger*, p. 131.

O. Mund. — *Détermination des pôles des machines à influence*, p. 138.

L. Boltzmann. — *Additions et rectifications*, p. 139.

W. Woigt. — *Sur les objections que fait M. Glazebrook à mes travaux d'optique*, p. 141.

N° 6, 1887.

R. Emden. — *Tensions de vapeur des dissolutions salines*, p. 145.

M. Planck. — *Sur le principe de l'augmentation de l'entropie.* — 2e Mémoire : *Lois de la dissociation des combinaisons gazeuses*, p. 189.

C.-R. Schulze. — *Eau de cristallisation de quelques sels*, p. 204.

W. Voigt. — *Théorie de la lumière pour les milieux absorbants isotropes*, p. 233.

C.-L. Weber. — *Conductibilité électrique des amalgames*, p. 243.

A. Koepsel. — *Mesure de moments magnétiques et d'intensités de courant en valeur absolue, au moyen de la balance*, p. 250.

W. König. — *Recherches magnétiques sur les cristaux*, p. 273.

R. Clausius. — *Réponse à une remarque de M. Lorberg relative aux machines dynamo-électriques*, p. 302.

A. Foeppl. — *L'électricité envisagée comme un fluide incompressible*, p. 306.

K. Wesendonck. — *Non-existence d'une différence polaire dans le potentiel qui produit l'étincelle*, p. 319.

G. Meyer. — *Note sur l'indice de réfraction du fer*, p. 321.

E. Ketteler. — *Sur la dispersion du sel gemme*, p. 322.

W. Voigt. — *Remarques sur les observations de M. H. Wernicke sur la polarisation elliptique de la lumière réfléchie par les corps transparents*, p. 326.

F. Braun. — *Sur la diminution de compressibilité de la solution de chlorhydrate d'ammoniaque pour des températures croissantes*, p. 331.

A. Oberbeck. — *Sur la désignation des systèmes de mesure absolus*, p. 335.

TABLE DES MATIÈRES.

JUIN 1887.

12680 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE,
BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI,
CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET,
DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD,
GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT,
LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL,
RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — JUILLET 1887.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (Seine).

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............. 15 fr.
Autres pays.. 17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

SUR LES VOLUMES MOLÉCULAIRES ET L'ÉNERGIE RÉFRACTIVE DES PHOSPHATES, ARSÉNIATES ET HYPOPHOSPHATES DE SOUDE;

PAR M. H. DUFET.

Le travail dont je présente ici les résultats généraux a eu pour but d'étudier, aussi complètement que possible, un certain nombre de sels constitués des mêmes éléments, unis en différentes proportions. L'exemple le plus net présenté par la chimie minérale est celui des différents phosphates de soude, auxquels j'ai joint les arséniates, isomorphes des orthophosphates, et les hypophosphates, dont j'ai montré l'isomorphisme avec les pyrophosphates (¹).

Pour chaque sel, autant du moins que cela m'a été possible, j'ai déterminé :

1° La forme cristallographique;
2° La densité;
3° Les constantes optiques.

Je n'ai rien à dire ici sur le premier point; les résultats complets se trouvent au *Bulletin de la Société de Minéralogie* (²).

La densité a été déterminée sur des cristaux très purs, triés à la loupe, et exempts autant qu'il se peut d'inclusions liquides; elle a été prise par la méthode de la balance hydrostatique, avec une balance donnant le $\frac{1}{10}$ de milligramme, dans le pétrole, par comparaison avec un fragment de spath d'Islande, toujours le même dans les expériences, et dont la densité, par rapport à l'eau à 4°, a été trouvée égale à 2,710. D'ailleurs une erreur sur ce dernier chiffre n'affecterait en rien les résultats tirés de la comparaison des densités ou des volumes moléculaires des différents sels.

Pour les propriétés optiques, j'ai déterminé pour chaque sel les indices pour la raie D, le plus souvent par la méthode de la réflexion totale, au moyen de l'appareil que j'ai décrit et figuré

(¹) *Bulletin de la Société de Minéralogie*, t. IX, p. 201.
(²) *Ibid.*, t. X, p. 77.

dans ce Recueil (¹); j'ai employé aussi, dans la plupart des cas, la méthode du prisme. Le même appareil m'a donné, avec une grande précision, l'angle des axes optiques pour les différentes couleurs. Connaissant les trois indices pour la raie D et les angles des axes pour diverses radiations, un seul prisme, avec l'arête parallèle ou le plan bissecteur perpendiculaire à un axe d'élasticité optique, permet d'obtenir les trois indices pour les raies du lithium et du thallium.

Le Tableau suivant contient, avec les noms et les formules des sels étudiés, leurs indices pour la raie D (²), l'angle intérieur des axes optiques et la densité. Pour les autres renseignements, je renverrai au Mémoire développé.

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 564.

(²) Le Tableau de la p. 309 permet de calculer les indices pour les raies du lithium et du thallium.

SELS.	FORMULES.	SYSTÈME cristallin.	INDICES pour la raie D.			SIGNE optique.	ANGLE intérieur des axes	DENSITÉ.
Orthophosphate trisodique.........	$3NaO PhO^5 + 24 HO$	Hexag.	(Ord.) 1,4458		(Extr.) 1,4524	+	Uniaxe	1,6445
» disodique à 24 HO .	$2NaO HO PhO^5 + 24 HO$	Clinorh.	1,4373	1,4361	1,4321	—	56°43′	1,5313
» disodique à 14 HO..	$2NaO HO PhO^5 + 14 HO$	Clinorh.	1,4526	1,4424	1,44115	+	38.50 (1)	1,6789
» monosod. à 4 HO ..	$NaO 2HO PhO^5 + 4 HO$	Orthorh.	1,48145	1,4629	1,44005	—	82.35	1,9096
» monosod. à 2 HO ..	$NaO 2HO PhO^5 + 2 HO$	Orthorh.	1,4873	1,4852	1,4557	—	29.43 (2)	2,0547
Arséniate trisodique...............	$3NaO AsO^5 + 24 HO$	Hexag.	(Ord.) 1,4567		(Extr.) 1,4662	+	Uniaxe	1,7593
» disodique à 24 HO	$2NaO HO AsO^5 + 24 HO$	Clinorh.	1,4513	1,44955	1,4453	—	65.13	1,6675
» disodique à 14 HO........	$2NaO HO AsO^5 + 14 HO$	Clinorh.	1,4782	1,4658	1,4622	+	57. 7	1,8825
» monosodique à 4 HO	$NaO 2HO AsO^5 + 4 HO$	Orthorh.	1,5265	1,50206	1,4794	+	88.50	2,3093
» monosodique à 2 HO.....	$NaO 2HO AsO^5 + 2 HO$	Orthorh.	1,5607	1,5535	1,5382	—	67.57	2,6700
Pyrophosphate disodique...........	$2NaO PhO^5 + 10 HO$	Clinorh.	1,4604	1,4525	1,4499	+	60.29 (3)	1,8151
» monosodique........	$NaO HO PhO^5 + 6 HO$	Clinorh.	1,4649	1,4645	1,4599	—	31.56 (4)	1,8616
Hypophosphate disodique	$2NaO PhO^4 + 10 HO$	Clinorh.	1,5036	1,4822	1,4777	+	48.56	1,8233
» sesquisodique	$\frac{1}{2}(3NaO HO PhO^4 + 18 HO)$	Clinorh.	1,4804	1,4738	1,4653	—	82. 0	1,7427
» monosodique.......	$NaO HO PhO^4 + 6 HO$	Clinorh.	1,5041	1,4897	1,4855	+	57.20	1,8491

(1) A 20° C, $\frac{dV}{dt} = +2,1'$.

(2) A 25° C, $\frac{dV}{dt} = +3,14'$.

(3) A 20° C, $\frac{dV}{dt} = -5,9'$.

(4) A 20° C, $\frac{dV}{dt} = -7,0'$.

Résultats relatifs aux volumes moléculaires. — Les déterminations de densité des sels précédents, faites dans des conditions aussi semblables que possible, conduisent à quelques rapprochements intéressants. En calculant le volume moléculaire, c'est-à-dire le quotient de l'équivalent par la densité, on voit que l'addition d'une molécule d'eau, *que ce soit de l'eau de constitution ou de cristallisation,* augmente le volume d'une quantité sensiblement constante dans les orthophosphates et les pyrophosphates.

En écrivant que le volume moléculaire d'un composé est égal à la somme des volumes moléculaires des composants et calculant ces derniers par la méthode des moindres carrés, on arrive aux résultats suivants :

	Équivalent.	Densité.	Volume moléculaire mesuré.	Volume moléculaire calculé.	O. -C.
Orthophosphate disodique à 24HO....	358	1,5313	233,8	233,7	+0,1
» » 14HO....	268	1,6789	159,6	159,8	—0,2
» monosodique à 4HO.	156	1,9096	81,7	81,7	0
» » 2HO.	138	2,0547	67,2	66,9	+0,3
Pyrophosphate disodique............	223	1,8151	122,9	122,9	0
» monosodique.........	165	1,8616	88,7	89,0	—0,3

Volume moléculaire de PhO^5 25,70
» » NaO 11,62
» » HO....... 7,389

On voit qu'ici les différences sont de l'ordre des erreurs d'expérience. L'orthophosphate trisodique présente une anomalie; son volume moléculaire est notablement plus petit que le volume calculé (231,1 observé au lieu de 237,2 calculé). L'arséniate trisodique présente exactement le même phénomène.

Dans les arséniates les volumes moléculaires des composants ne paraissent pas présenter la même constance; les écarts entre l'observation et le calcul, sans être très considérables, sont plus grands que précédemment.

	Équi-valent.	Densité.	Volume moléculaire mesuré.	Volume moléculaire calculé.	O.—C.
Arséniate disodique à 24HO	402	1,6675	242,2	242,5	—0,3
» » 14HO	312	1,8825	165,7	165,4	+0,3
» monosodique à 4HO.	200	2,3093	86,6	85,1	+1,5
» » 2HO.......	182	2,6700	68,2	69,7	—1,5

Volume moléculaire de AsO^5.....	27,94
» » NaO.....	10,92
» » HO......	7,709

L'arséniate trisodique présente la même anomalie que le phosphate correspondant; son volume moléculaire, calculé avec les nombres précédents, est 245,7, tandis que l'observation donne 241,0. Ainsi, dans les deux cas, en passant du sel disodique à 24HO au sel trisodique également à 24HO, la substitution d'un équivalent de NaO à un équivalent de HO se fait avec une contraction notable.

Pour les hypophosphates disodique et monosodique la différence de leurs volumes moléculaires et de ceux des pyrophosphates correspondants est presque la même; il en résulte qu'en calculant le volume moléculaire de PhO^4 avec les résultats trouvés pour les phosphates, on arrive à des nombres suffisamment concordants.

	Équivalent.	Densité.	Volume moléculaire.	Volume moléculaire de PhO^4.	Moyenne.
Hypophosphate disodique.....	215	1,8233	117,9	20,8	21,25
» monosodique..	157	1,8491	84,9	21,7	

Le volume moléculaire de l'hypophosphate sesquisodique ne s'obtient pas très exactement avec ces nombres; en prenant pour PhO^4 21,25, on trouve pour ce dernier sel 108,9, au lieu de 111,9 mesuré.

La conclusion qui me semble devoir être tirée de ces mesures, c'est que si le volume moléculaire des composants reste constant, à quelques exceptions près, dans des séries de corps composés des mêmes éléments, il n'en est pas de même dans des corps isomorphes, la variation portant sur tous les éléments, communs ou non. Ces résultats, relatifs aux phosphates et arséniates de soude,

dont les poids moléculaires sont notablement différents, ne sont pas d'ailleurs contradictoires avec les résultats de Schiff, par exemple, constatant la presque identité des volumes moléculaires des sulfates simples ou doubles de la série magnésienne, dont les poids moléculaires sont beaucoup plus voisins les uns des autres.

Il est presque inutile de faire remarquer que les volumes moléculaires des composants, déterminés par les calculs précédents, n'ont aucun rapport avec les volumes moléculaires de ces mêmes corps à l'état isolé. Les nombres trouvés dans le calcul représentent la somme du volume occupé par les molécules du composant et de l'espace intermoléculaire. Il n'y a aucune raison *a priori* pour que ce volume reste le même dans des composés analogues. Les curieuses relations signalées par Joule et Playfair (1) entre le volume moléculaire des sels hydratés et le volume de l'eau supposée à l'état de glace, volumes qui, d'après eux, seraient égaux, subsistent, au moins d'une manière approximative, avec les nombres que j'ai obtenus.

Résultats relatifs à l'énergie réfractive. — D'après la loi de Gladstone, l'énergie réfractive spécifique $\frac{N-1}{D}$ d'un composé s'obtient par une règle de mélange à partir des énergies réfractives des composants. Si E est l'équivalent d'un corps composé de p, p', p'', ..., équivalents de corps dont les équivalents sont e, e', e'', ..., cette loi conduit à l'équation

$$\frac{N-1}{D} = \frac{pe}{E}\frac{n-1}{d} + \frac{p'e'}{E}\frac{n'-1}{d'} + \ldots$$

ou, en remplaçant $\frac{E}{D}$ par le volume moléculaire V,

$$V(N-1) = p\left[\frac{e}{d}(n-1)\right] + p'\left[\frac{e'}{d'}(n'-1)\right] + \ldots.$$

En prenant pour N l'indice *médian,* c'est-à-dire la moyenne arithmétique ou géométrique (*elles se confondent pratiquement*)

(1) *Chem. Soc. Mem.,* t. II, p. 477, et t. III, p. 199.

des indices ([1]), on trouve pour $\frac{e(n-1)}{d}$ des valeurs sensiblement constantes dans une série de sels constitués des mêmes éléments, légèrement différentes en passant d'une série à l'autre. Ici les sels anomaux, tels que les phosphate et arséniate trisodiques, ne font plus exception. Les résultats ont été, dans chaque série, excepté évidemment dans la troisième, calculés par la méthode des moindres carrés.

Orthophosphates et pyrophosphates.

	Volume moléculaire.	Indice médian observé.	Indice médian calculé.	O. — C.
Orthophosphate trisodique	231,1	1,4480	1,4492	−0,0012
» disodique à 24HO	233,8	1,4352	1,4346	+0,0006
» » 14HO	159,6	1,4454	1,4444	+0,0010
» monosodique à 4HO	81,7	1,4615	1,4656	−0,0041
» » 2HO	67,2	1,4761	1,4747	+0,0014
Pyrophosphate disodique	122,9	1,4543	1,4523	+0,0020
» monosodique	88,7	1,4631	1,4635	−0,0004

$\frac{e}{d}(n-1)$ { PhO^5 .... 14,355 ; NaO .... 5,276 ; HO 3,06825

Arséniates.

	Volume moléculaire.	Indice médian observé.	Indice médian calculé.	O. — C.
Arséniate trisodique	241,0	1,4599	1,4606	−0,0007
» disodique à 24HO	242,2	1,4489	1,4487	+0,0002
» » 14HO	165,7	1,4687	1,4670	+0,0017
» monosodique à 4HO	86,6	1,5027	1,5053	−0,0026
» » 2HO	68,2	1,5508	1,5499	+0,0005

$\frac{e}{d}(n-1)$ { AsO^5 .... 19,524 ; NaO .... 5,453 ; HO 3,1299

([1]) Pour les sels trisodiques qui sont uniaxes, on a pris pour l'indice médian le tiers de la somme de l'indice extraordinaire et de deux fois l'indice ordinaire.

Hypophosphates.

	Volume moléculaire.	Indice médian observé.
Hypophosphate disodique...........	117,9	1,4878
» sesquisodique.......	111,9	1,4732
» monosodique........	84,9	1,4931

$\frac{e}{d}(n-1)$ { PhO^4 .... 13,17 ; NaO .... 5,86 ; HO .... 3,2625 }

$\frac{e}{d}(n-1)$	PhO^4	13,17
	NaO	5,86
	HO	3,2625

On voit par ces nombres que la quantité $\frac{e(n-1)}{d}$, c'est-à-dire ce que Gladstone a appelé l'énergie réfractive moléculaire, ne paraît pas présenter la même valeur dans les différentes séries, mais que pourtant les nombres obtenus sont voisins les uns des autres. Pour l'eau, l'énergie réfractive moléculaire déduite des indices et de la densité serait 3,00 pour l'eau liquide, 3,02 pour la glace; pour la soude, Gladstone donne le nombre 6,25. Ces nombres sont assez voisins de ceux qu'on a obtenus dans les combinaisons précédentes; mais le nombre obtenu pour l'acide phosphorique est très différent du nombre prévu, puisqu'il est moindre que l'énergie réfractive moléculaire du phosphore. La différence est beaucoup trop grande pour être attribuée à une erreur d'expérience.

On ne gagne rien en remplaçant, dans la formule de Gladstone, l'indice par la constante A de la formule de dispersion de Cauchy. En effet, la dispersion est presque la même dans ces différents sels, quelle que soit la quantité d'eau; le Tableau suivant, où l'on donne en unités du quatrième ordre décimal les différences d'indices pour les raies du lithium, du sodium et du thallium, le montre bien.

	$n_D - n_{Li}$.			$n_{Th} - n_D$.		
	Max.	Moy.	Min.	Max.	Moy.	Min.
Orthophosphate disodique à 24 HO....	32	31	31	29	28	27
» » 14 HO....	29	29	29,5	26	25	25,5
» monosodique à 4 HO..	32,5	29	24,5	29,5	26	22,5
» » 2 HO..	32	31	30	29	29	26
Pyrophosphate disodique.............	29	29	29	25	26	27
» monosodique.........	32	29	26	28	27	24
Arséniate disodique à 24 HO	33	33	33	33	31,5	29
» » 14 HO..........	36	35	35	32	31	32
» monosodique à 2 HO..... ..	44	41	41	40	38	36
Hypophosphate disodique.......... ..	»	33	»	»	30	»
» sesquisodique..	35	33	31	32	31	31
» monosodique.........	35	36	33	33	30	28

La dispersion semble donc tenir surtout à la présence de l'acide, PhO^5 ou AsO^5, dont la quantité est constante, et le calcul, refait avec la constante de la formule de Cauchy, donne sensiblement le même résultat que le premier pour l'eau et la soude; les différences entre le calcul et l'observation sont plus grandes que pour le premier calcul; les erreurs, provenant de la mesure de la dispersion, s'ajoutent à celles qui proviennent de la mesure de l'indice pour la raie D.

On peut essayer d'interpréter les résultats précédents à l'aide de l'hypothèse à laquelle conduit la loi des mélanges de Gladstone. On sait que cette loi revient à considérer les corps réfringents comme constitués par des molécules réfringentes plongées dans un milieu identique à l'éther du vide. M. Mallard ([1]) fait remarquer que dans cette hypothèse les paramètres cristallographiques restent indépendants des constantes optiques qui résultent uniquement de la symétrie intérieure de la molécule et nullement de la position des nœuds du réseau. Dans un corps biréfringent l'ellipsoïde optique est le même que celui de la molécule; c'est ce qui résulte de l'étude faite par ce savant des effets des lames cristallines superposées ([2]).

([1]) *Traité de Cristallographie*, t. II, p. 476 et 495.
([2]) *Traité de Cristallographie*, t. II, Ch. VIII.

On peut développer ceci et justifier en même temps la considération de l'indice médian. Si plusieurs corps sont mélangés ou combinés, si l'on appelle v, v', v'' les volumes occupés par chaque espèce de molécule dans l'unité de volume du corps, et ν, ν', ν'' les indices du milieu moléculaire, l'hypothèse précédemment énoncée conduit à l'équation

$$(1)\qquad N - 1 = v(\nu - 1) + v'(\nu' - 1) + \ldots.$$

Si l'on appelle p, p', p'', ... les poids des composants pour le poids 1 du composé, δ, δ', δ'', ... les densités des molécules, D la densité du composé, on a

$$v = \frac{pD}{\delta};$$

d'où la formule de Gladstone

$$\frac{N-1}{D} = p\frac{\nu - 1}{\delta} + p'\frac{\nu' - 1}{\delta'} + \ldots.$$

La loi de Gladstone voudrait donc dire que la quantité $\frac{\nu-1}{\delta}$ reste constante.

Dans un corps cristallisé, les molécules de même espèce chimique, les molécules d'eau par exemple, dans un corps hydraté, peuvent et doivent avoir en général plusieurs orientations différentes. On les regardera comme d'espèces différentes dans l'équation (1). Si nous considérons les vibrations qui s'effectuent suivant les trois axes d'élasticité du corps composé, nous aurons pour les inverses des vitesses de propagation, c'est-à-dire pour les trois indices principaux, les équations

$$(2)\qquad \begin{cases} N_1 - 1 = v(\nu_1 - 1) + v'(\nu'_1 - 1) + \ldots, \\ N_2 - 1 = v(\nu_2 - 1) + v'(\nu'_2 - 1) + \ldots, \\ N_3 - 1 = v(\nu_3 - 1) + v'(\nu'_3 - 1) + \ldots. \end{cases}$$

En ajoutant ces équations, on a

$$(3)\qquad \frac{N_1 + N_2 + N_3}{3} - 1 = v\left(\frac{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}{3} - 1\right) + v'\left(\frac{\nu'_1 + \nu'_2 + \nu'_3}{3} - 1\right) + \ldots.$$

Le premier membre contient l'indice médian. Il est facile de

montrer que, pour chaque espèce de molécule, la quantité

$$\frac{\nu_1+\nu_2+\nu_3}{3}$$

est sensiblement indépendante de l'orientation.

Cette quantité représente en effet la moyenne des inverses des vitesses de propagation correspondant à trois directions de vibrations rectangulaires entre elles, c'est-à-dire la moyenne de trois rayons vecteurs de l'ellipsoïde inverse. Or, pour ces trois rayons vecteurs, ρ, ρ', ρ'', la quantité $\frac{1}{\rho^2}+\frac{1}{\rho'^2}+\frac{1}{\rho''^2}$ est constante et égale à $a^2+b^2+c^2$.

Comme les quantités ρ, ρ', ρ'' sont peu différentes, la valeur de $\frac{3}{\rho+\rho'+\rho''}$ diffère très peu de la quantité constante

$$\sqrt{\frac{1}{3}\left[\frac{1}{\rho^2}+\frac{1}{\rho'^2}+\frac{1}{\rho''^2}\right]}.$$

Il est facile de vérifier que ce n'est que dans le cas d'une biréfringence assez grande que la différence entre les inverses de ces deux quantités atteint le troisième chiffre après la virgule. Pour la calcite, substance exceptionnellement biréfringente, la différence entre ces deux nombres est 0,00645, l'indice ordinaire étant répété deux fois; mais, avec le quartz, cette différence tombe à 0,00002.

Il résulte de ceci que dans le second membre de l'équation (3) les quantités $\frac{\nu_1+\nu_2+\nu_3}{3}$ relatives à une même substance sont sensiblement indépendantes de l'orientation de la molécule et égales à l'indice médian. On peut donc appliquer aux indices médians l'équation (1).

Ce calcul n'est d'ailleurs qu'approximatif et doit s'écarter d'autant plus de la vérité que les corps sont plus biréfringents; aussi n'est-il pas étonnant de voir dans les Tableaux rapportés plus haut les plus fortes divergences se rapporter aux sels dont la biréfringence est la plus marquée.

J'ai essayé également de comparer entre elles les mesures cristallographiques. On peut toujours arriver à des relations approchées; ceci résulte d'une manière évidente du beau Mémoire de

M. Mallard (1), montrant que les réseaux cristallins de tous les corps peuvent être regardés comme pseudocubiques. De semblables comparaisons ont donc perdu beaucoup de leur intérêt, tant qu'elles restent approximatives; quant à espérer trouver des relations rigoureuses, les phénomènes, dans le cas que j'ai étudié, sont beaucoup trop compliqués et entraîneraient l'acceptation de trop d'hypothèses purement gratuites pour que j'aie cru devoir entrer dans cette voie. Il me suffit d'avoir fait des mesures que je crois assez exactes pour pouvoir, le cas échéant, servir de vérification aux hypothèses que l'étude de cas plus simples pourrait conduire à admettre.

SPECTRES D'ABSORPTION DES CHROMATES ALCALINS ET DE L'ACIDE CHROMIQUE;

PAR M. PAUL SABATIER (2).

Je me suis servi du spectrophotomètre de M. Crova, soigneusement gradué à l'aide de raies spectrales connues, selon les indications de M. Lecoq de Boisbaudran (*Spectres lumineux*, p. 21).

J'insisterai en passant sur la nécessité de donner le plus grand soin à la construction du vernier micrométrique qui, à cette condition, remplace avantageusement le micromètre latéral à réflexion des spectroscopes ordinaires.

J'ai employé, pour l'observation des liquides à étudier, un dispositif spécial très commode, et dont j'ai emprunté le mécanisme aux colorimètres industriels.

La liqueur est placée dans un cylindre vertical en cristal, fermé à sa partie inférieure par une glace horizontale bien travaillée. Un piston cylindrique de cristal très limpide, ayant le même axe que le cylindre à liquide, peut plonger dans ce dernier, grâce à un

---

(1) E. MALLARD, *Sur l'isomorphisme des chlorates et des azotates, et sur la quasi-identité vraisemblable de l'arrangement moléculaire dans toutes les substances cristallisées* (*Bull. de la Soc. Minéral.*, t. VII, p. 349).

(2) Extrait d'un Mémoire plus étendu, publié dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*.

pignon denté : la position du piston est indiquée à chaque instant par un vernier mobile le long d'une échelle divisée en millimètres, dont le zéro correspond au contact de la base du piston avec le fond plan du cylindre. On peut ainsi à volonté intercepter entre la glace et le piston transparent une colonne liquide de hauteur déterminée ([1]).

Les rayons issus d'un bec Bengel arrivent horizontalement sur un miroir ou sur un prisme à réflexion totale qui les renvoie verticalement sur le cylindre où ils traversent la glace de fond, le liquide et le piston plongeur. Un second prisme à réflexion totale les dirige horizontalement sur la branche directe du spectrophotomètre.

Un second bec Bengel, convenablement diaphragmé, est disposé latéralement vis-à-vis de l'appareil à nicols mesureur d'intensité. Les deux Bengel se rattachent à une même conduite de gaz sur le trajet de laquelle se trouve un régulateur de pression : on évite ainsi les soubresauts dus à des variations brusques du débit dans la conduite. Quant aux variations lentes de pression, elles étaient négligeables pendant le jour, c'est-à-dire aux heures où la consommation urbaine était faible et régulière. Aux heures crépusculaires, la variation de pression à l'usine et de consommation devient au contraire énorme et m'a obligé à alimenter les lampes exclusivement avec des gazomètres de laboratoire.

Le spectrophotomètre étant réglé à l'ordinaire, le nicol au zéro, la fente oculaire fixée à une largeur convenable, on introduit dans l'appareil à liquides de l'eau pure limpide, en hauteur égale à la hauteur qu'on veut donner au liquide à étudier ([2]). On s'arrange

---

([1]) En vue d'une série de recherches spectrophotométriques qui sont en cours d'exécution, j'ai fait subir à cet appareil une modification assez importante. Le piston plongeur en cristal plein est remplacé par un cylindre creux mobile, semblable au cylindre extérieur, ayant même axe, mais un diamètre environ deux fois plus petit. Il est de même obturé à sa partie inférieure par une glace à faces bien parallèles.

Cette disposition permet de maintenir constante l'épaisseur liquide traversée par la lumière, tout en faisant varier sa nature : par exemple, le cylindre extérieur reçoit une dissolution d'un sel coloré, le cylindre intérieur contenant seulement du dissolvant.

La hauteur effective des cylindres est 250^{mm}.

([2]) Cette précaution n'est pas d'une nécessité absolue, l'eau pure bien filtrée en épaisseur faible ne produisant qu'une absorption très petite.

de manière à obtenir l'égalité lumineuse des deux spectres. Ce réglage est assez facile à réaliser si l'intensité du spectre latéral est plus grande tout d'abord : il suffit de diminuer par un mouvement lent de vis l'accès du gaz dans le bec correspondant.

Les lumières étant semblables, si l'égalité est atteinte pour une couleur, elle l'est aussi pour toutes les autres. Pour des intensités assez vives, il vaut mieux effectuer le réglage dans les portions moins brillantes du spectre, c'est-à-dire dans le bleu ou le vert : le *vert* m'a paru réunir tout à la fois les avantages d'une moindre fatigue de l'œil et d'une sensibilité plus grande.

Néanmoins, l'égalisation initiale des deux lumières demeure une opération fort délicate : le plus souvent, on n'arrive qu'à une égalité approchée, et il en résulte une erreur légère, d'ailleurs systématique, qui diminue ou accroît tous les résultats dans une même série de mesures. Ces erreurs se produisant tantôt au détriment, tantôt au profit de la lumière directe, seront évidemment éliminées si l'on prend la moyenne des valeurs fournies par de nombreuses expériences (¹).

Le liquide coloré étant placé dans la cuve cylindrique, on règle à l'aide du pignon l'épaisseur traversée par les rayons; puis on amène le vernier circulaire à une division choisie pour laquelle la table ou la courbe de l'appareil font connaître la longueur d'onde du rayon qui tombe sur la fente oculaire. Une absorption plus ou moins énergique s'exerce sur le spectre direct. Il faut tourner le nicol sur le cercle divisé, de manière à obtenir l'égalité des deux lumières. Si ω est l'angle de rotation, nous aurons, en désignant par I_λ l'intensité initiale, par I'_λ l'intensité transmise après l'absorption,

$$\frac{I'_\lambda}{I_\lambda} = \cos^2\omega,$$

rapport qui donne la proportion de lumière transmise pour la longueur d'onde λ.

Il importe de vérifier de temps à autre le zéro de l'appareil,

---

(¹) On atteint plus de précision quand on opère avec une fente (objectif) très étroite donnant un faible éclairement; mais un tel point de départ ne saurait convenir dans le cas de liqueurs à pouvoir très absorbant.

c'est-à-dire l'égalité des deux spectres en dehors de toute absorption. On arrive plus pratiquement au même but en intercalant dans une série continue de mesures plusieurs observations d'une même radiation : la valeur trouvée pour ω doit être toujours la même.

Calcul des coefficients de transmission. — On admet que la loi théorique de transmission d'une radiation à travers un milieu absorbant d'épaisseur e s'exprime par la relation

$$I' = I\alpha^e,$$

I étant l'intensité transmise sans absorption, I' l'intensité réduite par l'absorption, α étant une fraction qu'on appelle *coefficient de transmission*. Ce coefficient varie avec la longueur d'onde du rayon considéré. Il est évident que, pour un même corps absorbant, il change avec la concentration. Pour rendre comparables entre elles les mesures de ces coefficients, il faut rapporter à des unités convenablement choisies.

J'ai choisi comme concentration normale celle d'une liqueur renfermant par litre $1^{éq}$ d'acide chromique $CrO^3 = 50^{gr},2$, sous n'importe quel état, acide libre, chromate neutre ou bichromate. L'unité d'épaisseur sera le centimètre. En prenant une telle liqueur, on obtiendra immédiatement la valeur des coefficients de transmission en opérant sur une épaisseur de 1^{cm}; on y arrivera de même par un calcul très simple, pour une épaisseur quelconque connue

$$\alpha^e = \frac{I'}{I} = \cos^2\omega;$$

d'où

$$\log\alpha = \frac{2\log\cos\omega}{e}.$$

Pour des liqueurs de concentration différente, l'absorption mesurée change et ne dépend évidemment que de la masse du chromate ou d'acide chromique placée sur le trajet du rayon (¹).

(¹) Les pertes de lumière dues aux réflexions et à la traversée du dissolvant n'interviennent d'aucune façon; car le réglage ayant eu lieu en présence d'une même épaisseur du dissolvant, I et I' sont diminuées dans une même proportion.

Donc, pourvu que le dissolvant n'introduise aucun changement chimique dans l'état du corps dissous, une certaine épaisseur e d'un liquide contenant 1éq dans n litres exercera la même absorption qu'une épaisseur $\frac{e}{n}$ de liqueur normale. La formule générale sera donc

$$I' = I\alpha^{\frac{e}{n}},$$

e étant l'épaisseur traversée (exprimée en centimètres), n étant le nombre de litres occupés par 1éq d'acide chromique sous n'importe quel état.

Acide chromique. — Les mesures ont été faites pour des épaisseurs de 1 et 2cm avec des solutions contenant par litre $\frac{15}{19}$, $\frac{30}{19}$, 1éq d'acide chromique.

J'ai ainsi trouvé pour les coefficients de transmission (moyenne de cinq expériences) :

λ.	α.
548	0,025
555	0,137
562	0,34
569	0,623
577	0,815
585	0,905
593	0,945

Les rayons rouges sont transmis sans perte appréciable.

La dilution n'a aucune influence. En prenant pour abscisses les longueurs d'onde et pour ordonnées les valeurs de α obtenues plus haut, on trouve qu'elles forment une courbe régulière.

Bichromate de potasse. — La dissolution normale renferme par litre $\frac{1}{2}$ équivalent du sel, soit $\frac{1}{2}KCr^2O^7 = 73^{gr},7$.

La formule de transmission pourra être écrite

$$I' = I\beta^{\frac{2e}{m}},$$

m étant le nombre de litres occupés par 1éq de bichromate, soit $147^{gr},4$.

Les expériences ont été faites pour des épaisseurs comprises entre 1 et 4^{cm} sur les dissolutions ayant par litre $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$ d'équivalent de bichromate. Leurs résultats et aussi des comparaisons directes ont montré que la dilution n'exerce aucune influence sur la loi de transmission par le bichromate. Voici les moyennes de quinze expériences :

λ.	β.
548	0,03
555	0,15
562	0,35
569	0,63
577	0,82
585	0,894
593	0,955

La loi de l'épaisseur est vérifiée par la concordance des valeurs issues d'expériences distinctes.

Puisque la dilution ne change rien au phénomène, il y a tout lieu de croire que les coefficients sont les mêmes pour le bichromate cristallisé. J'ai vérifié cette conclusion sur deux lames de bichromate appartenant au laboratoire de Physique de la Faculté. Leurs épaisseurs étaient $0^{cm},024$ et $0^{cm},027$. Dans la formule de transmission, on a

$$m = \frac{0,1474}{2,7} = 0,0546,$$

2,7 étant la densité des cristaux de bichromate; l'expression devient

$$I' = I\beta^{\frac{2e}{0,0546}}.$$

J'ai trouvé ainsi

λ.	β.
548	0,024
555	0,143
562	0,36
569	0,63

valeurs très concordantes avec celles qu'ont données les dissolutions de bichromate.

Si l'on compare les coefficients que nous venons de trouver à ceux de l'acide chromique, nous remarquons qu'ils sont sensiblement identiques. On peut s'en assurer en repérant sur la courbe

de l'acide chromique les résultats fournis par le bichromate de potasse; les points obtenus sont sensiblement confondus avec la courbe. J'en conclus à l'identité rigoureuse des deux spectres.

J'ai vérifié ce résultat par une expérience directe en disposant dans le cylindre vertical un volume quelconque d'acide chromique, puis ajoutant par portions successives moins de $1^{éq}$ de potasse : on constate que le spectre d'absorption demeure identique. *Donc le bichromate de potasse absorbe comme l'acide chromique qu'il contient.*

Les dissolutions de *bichromate d'ammoniaque* ont les mêmes coefficients de transmission que le bichromate de potasse. J'ai trouvé :

λ.	β'.
548	0,04
555	0,16
562	0,36
569	0,64
577	0,82
585	0,91

C'est toujours le spectre d'absorption de l'acide chromique.

La chute de lumière y est extrêmement rapide du côté du vert, le bleu et le violet subissant une extinction à peu près totale. J'ai tenté d'évaluer la valeur très petite de quelques coefficients de transmission pour les rayons bleus, en opérant sur une liqueur très diluée ne contenant par litre que $\frac{1}{200}$ d'équivalent (¹).

La formule donne

$$\frac{I'}{I} = \cos^2\omega = \beta^{\frac{2e}{200}} = \beta^{\frac{e}{100}},$$

d'où

$$\log\beta = \frac{200\log\cos\omega}{e}.$$

J'ai ainsi trouvé pour β des valeurs extrêmement petites; j'en citerai deux parmi les plus grandes :

Pour $\lambda = 518$, j'ai obtenu $\beta = 0,000013$,
$\lambda = 524$, » $\beta = 0,00377$.

(¹) Une telle dissolution est jaune orangé, assez semblable aux dissolutions de chromate neutre.

On peut donc admettre sans erreur sensible que, sous une épaisseur même petite, le bichromate arrête toute radiation plus réfrangible que $\lambda = 518$ millièmes de μ.

Chromate neutre de potasse. — La dissolution normale renferme par litre $1^{éq}$, soit $KCrO^4 = 97^{gr},2$.

J'ai opéré sur des épaisseurs comprises entre 0,5 et 5^{cm}, pour des dissolutions tenant par litre $1^{éq}$ et $2^{éq}$ de chromate neutre. La loi de l'épaisseur s'est trouvée sensiblement vérifiée, les valeurs obtenues pour les coefficients γ étant fort voisines pour les diverses épaisseurs. J'indique ci-dessous les résultats moyens pour les deux concentrations; les expériences ont été faites au voisinage de 20° :

λ.	$2^{éq} = 1^{lit}$.	$1^{éq} = 1^{lit}$.
494	0,024	»
499	0,108	0,06
501	0,207	0,12
503	0,298	0,18
506	0,437	0,325
508	0,505	0,44
509	0,54	»
511	0,613	»
513	0,69	0,69
514	0,741	»
516	0,798	»
518	0,845	0,85
521	0,91	»
524	0,935	0,92
528	0,947	0,955

En prenant pour abscisses les longueurs d'onde et pour ordonnées les coefficients de transmission, on forme, pour chaque série, une courbe régulière.

Les deux courbes ne sont pas tout à fait confondues. La dilution a pour effet de diminuer les coefficients de transmission, principalement pour les longueurs d'onde les plus courtes. C'est assurément l'indice d'une légère dissociation du chromate neutre en bichromate et alcali libre, le bichromate formé exerçant une absorption énergique sur les rayons les plus réfrangibles.

L'addition d'un excès de potasse aux solutions de chromate neutre empêche cette dissociation et relève un peu toute la courbe,

en accusant pour la liqueur une teinte générale plus verdâtre. Toutefois les différences ainsi introduites peuvent être considérées comme négligeables.

SUR LA DÉTERMINATION DES COEFFICIENTS DE SELF-INDUCTION;

PAR M. LEDEBOER.

[*Fin* (1).]

CHAPITRE III.

Relations entre les éléments magnétiques et le coefficient de self-induction d'un électro-aimant.

Nous allons examiner maintenant de quelle utilité peut être la connaissance du coefficient de self-induction dans la détermination des éléments magnétiques d'une bobine ou d'un électro-aimant.

Cette question a une grande importance dans les machines dynamo-électriques, le mode de production du champ magnétique ayant une influence prépondérante dans le fonctionnement de ces machines.

On détermine l'état magnétique d'un système quelconque, formé de bobines et de fer, d'après une des méthodes suivantes :

1° Par la mesure du champ magnétique produit. Ce champ se mesure soit par le magnétomètre de Gauss, soit par la méthode de Weber (déplacement d'une bobine dans le champ magnétique), soit par la méthode proposée par M. Leduc (2), méthode basée sur le même principe que le galvanomètre à mercure de M. Lippmann;

2° Par l'induction mutuelle que le système exerce sur un circuit extérieur. Cette méthode a été préconisée spécialement par M. Rowland (3) et d'après lui par M. Bosanquet (4).

---

(1) *Voir* page 53 de ce Volume.

(2) LEDUC, *Comptes rendus*, 24 juillet 1884.

(3) ROWLAND, *Phil. Mag.*, 1873 et 1874.

(4) BOSANQUET, *Phil. Mag.*, 1884 et 1885.

Ces différentes méthodes demandent toutes un agencement extérieur au système qu'on désire examiner. D'ailleurs une bobine fermée sur elle-même et enroulée régulièrement, ne fournit pas de champ magnétique extérieur; la première méthode est donc complètement en défaut dans ce cas.

M. Rowland s'est servi spécialement d'anneaux ou tores pour la détermination de la perméabilité magnétique du fer, du nickel et du cobalt. Il est à remarquer que la détermination du coefficient de self-induction permet tout aussi bien que l'induction mesurée par M. Rowland de trouver cette perméabilité. Pour un tore on a, en effet,

$$L = 4\pi n^2(R - \sqrt{R^2 - a^2})(1 + 4\pi k);$$

la mesure de L permet donc de déterminer k. On peut ajouter que la valeur de k ainsi trouvée se rapporte à la masse totale de fer et donne, par conséquent, la valeur moyenne de k, tandis qu'une bobine extérieure au tore ne donne l'effet que pour un seul endroit, là où se trouve la petite bobine.

Il n'existe actuellement aucun moyen pratique permettant d'examiner le magnétisme produit par les aimants inducteurs d'une machine dynamo, car la mesure directe du champ magnétique produit offre de grandes difficultés. L'examen de la caractéristique fournit bien quelques indications, mais on sait que cette courbe ne représente pas l'intensité du champ magnétique, puisque dans toutes les machines on observe une chute de potentiel aux bornes pour de grandes intensités de courant. Si l'on connaissait la courbe représentant l'effet du magnétisme on pourrait déterminer la grandeur de cette chute. De plus, la caractéristique ne peut se déterminer que lorsque la machine est complètement terminée et fonctionne dans des conditions normales; or il peut être intéressant de connaître la variation du champ magnétique pour une machine en construction.

La connaissance du coefficient de self-induction fournit un autre moyen pour évaluer l'état magnétique d'un électro-aimant, car il existe une relation simple entre ces deux grandeurs.

On sait, en effet, que, dans un système formé de bobines renfermant du fer doux, le flux d'induction se conserve et qu'à l'extérieur des masses de fer le flux d'induction se confond avec le

flux de force magnétique. Or le flux de force est le produit de l'intensité du champ magnétique par la surface et d'autre part le flux d'induction est égal au produit du coefficient de self-induction par l'intensité du courant. Il s'ensuit que ce dernier produit est proportionnel à l'intensité du champ magnétique, tant que les lignes de force ne changent pas de position. En général, la distribution des lignes de force varie légèrement dans un système de bobines renfermant du fer, comme l'a montré M. Rowland (¹); dans un aimant en forme de barre, par exemple, les pôles se rapprochent vers les extrémités, lorsqu'on augmente l'intensité du courant dans la bobine. Cependant cet effet est assez faible, surtout pour des systèmes magnétiques fermés.

Nous avons cherché par l'expérience jusqu'à quel degré la proportionnalité en question subsiste, et à cet effet nous avons déterminé simultanément l'intensité du champ magnétique et le coefficient de self-induction d'une bobine cylindrique dans laquelle on place un noyau de fer doux.

Moment magnétique du coefficient de self-induction d'une bobine cylindrique renfermant un noyau de fer doux.

Dans cette série d'expériences, nous avons déterminé simultanément le moment magnétique et le coefficient de self-induction.

Les expériences effectuées sur la bobine sans fer montrent que le moment magnétique et la quantité d'électricité produite par l'extra-courant sont figurées par des droites qui se confondent, lorsqu'un de leurs points coïncide; le coefficient de self-induction est constant et représenté par une droite parallèle à l'axe des x.

Lorsqu'on introduit un noyau de fer doux à l'intérieur de la bobine, ces lignes deviennent des courbes.

Nous avons introduit, dans la même bobine, successivement :

1° Un noyau de fer doux s'adaptant exactement à l'intérieur de la bobine et ayant même longueur. Voici les dimensions : longueur $11^{cm},9$, diamètre $2^{cm},45$, poids 431^{gr};

(¹) Rowland, *Phil. Mag.*, t. XLVI, p. 142; 1873.

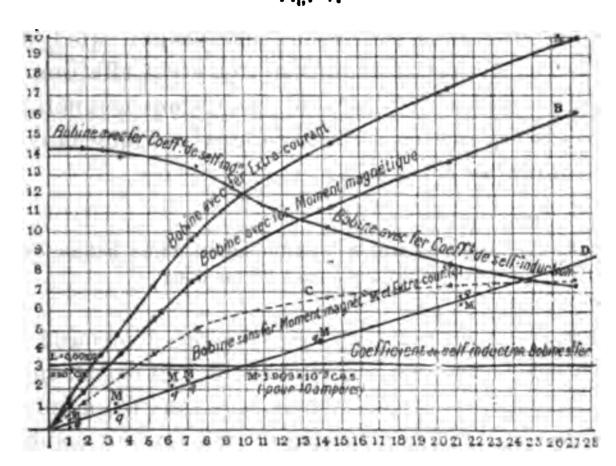
2° Un paquet de fils de fer de même dimension extérieure que le cylindre plein précédent. Ce paquet est constitué par environ un millier de fils. Le poids est de 295^{gr};

3° Un petit cylindre de fer doux, dont voici les dimensions : longueur $10^{cm},07$, diamètre 90^{cm}, poids $49^{gr},5$;

4° Un tube renfermant de la limaille de fer.

Voici les résultats des expériences. Nous commencerons par exposer ceux relatifs au petit cylindre de fer doux (n° 3), car dans ce cas le fer se sature bien, ce qui n'a plus lieu avec le gros cylindre.

Fig. 1.



Nous ne reproduisons pas les Tableaux d'expériences, mais nous avons tracé des courbes qui en sont l'image (*fig.* 1 et *fig.* 2). Les points observés sont indiqués sur les courbes.

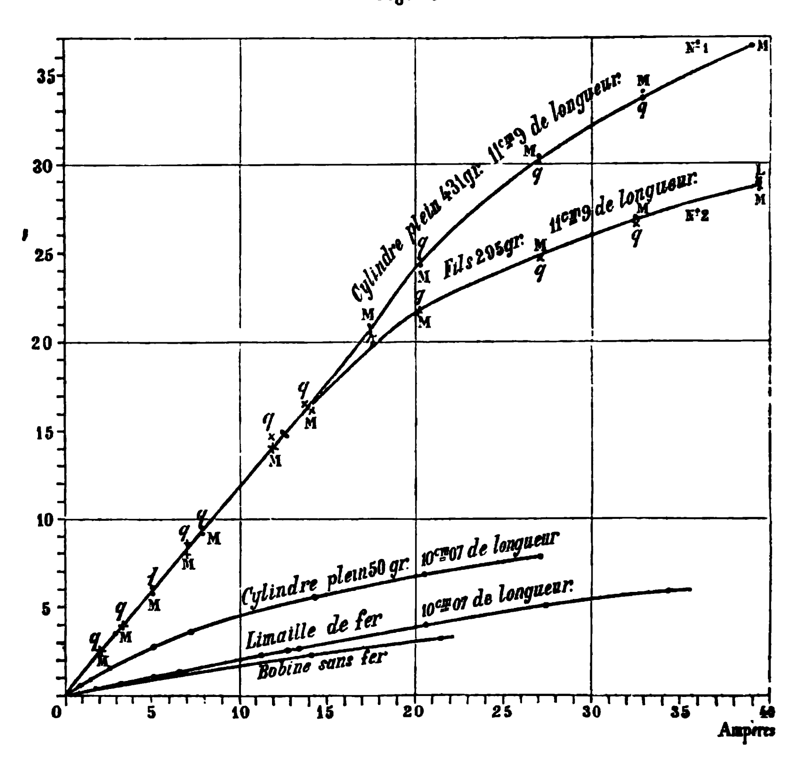
La courbe inférieure B (*fig.* 1) reproduit les variations du moment magnétique et la courbe supérieure A celles de l'extra-courant.

La ligne droite D se rapporte à la bobine sans fer et, en retranchant les ordonnées correspondant au moment magnétique, on peut tracer la courbe C se rapportant uniquement au noyau de fer. On voit que la saturation commence vers 7 ampères et qu'elle est presque complète à 14 ampères, tout en augmentant encore un peu.

La proportionnalité entre l'extra-courant et le moment magnétique est parfaite dans ce cas, car les ordonnées des deux courbes se superposent lorsqu'on les réduit dans une proportion donnée. En diminuant les ordonnées de la courbe supérieure (représentant l'effet dû à l'extra-courant) de $\frac{1}{5}$, elle coïncide avec la courbe représentant le moment magnétique.



Fig. 2.



Quant au coefficient de self-induction, il est représenté par deux droites parallèles à l'axe des x qui se raccordent. En effet, pour de faibles intensités, l'extra-courant est représenté par une ligne droite, et le même fait se reproduit pour des intensités très considérables, lorsque le fer est saturé.

L'introduction de ce cylindre de fer a augmenté le coefficient de self-induction dans un rapport de 1 à 4,5 pour de faibles intensités et dans un rapport de 1 à 2,3 pour de fortes intensités.

Revenons maintenant aux expériences avec les noyaux de fer doux.

Avec le noyau plein on a obtenu la courbe n° 1 (*fig.* 2). Les indications du magnétomètre portent la lettre M et les impulsions dues à l'extra-courant la lettre q. Les indications du magnétomètre ont été multipliées par 0,5 et celles du galvanomètre par 0,4. Dans ces conditions, les ordonnées des deux courbes coïncident et la loi de la proportionnalité est satisfaite. On a, d'ailleurs, rapporté sur la même figure l'effet de la bobine sans fer, et l'on a diminué les ordonnées également dans le rapport de 2 à 1.

On constate que la saturation ne commence qu'au delà de 20 ampères et que le fer est loin d'être saturé à 40 ampères.

La première portion de la courbe est parfaitement droite.

Comme deuxième expérience, on a introduit dans la bobine un paquet de fils de fer, de mêmes dimensions que le cylindre plein; dans ces conditions, la saturation commence plus tôt.

On voit que l'effet magnétique, pour de faibles courants, est le même pour le paquet de fil que pour le cylindre plein, bien qu'il y ait une grande différence de poids : 431^{gr} et 295^{gr}. Quant à l'extra-courant, on a dû augmenter les ordonnées de 5 pour 100 pour amener la coïncidence. L'effet dû à l'extra-courant est donc un peu plus faible pour le paquet de fils employé que pour le cylindre de fer, bien qu'ils aient, pour de faibles courants, les mêmes moments magnétiques.

La proportionnalité est aussi très rigoureuse dans ce cas.

Champ magnétique et coefficient de self-induction d'un système d'électro-aimants dans le genre des inducteurs d'une machine dynamo-électrique de Siemens. — Ces expériences ont été réalisées sur le galvanomètre Deprez-d'Arsonval à électro-aimants qui nous a déjà servi à vérifier l'équation de mouvement du cadre de ce galvanomètre. Le système d'inducteurs a été copié, quant à la forme et aux dimensions relatives, sur une dynamo Siemens; on peut donc supposer que, pour ce qui concerne la production du champ magnétique, une machine réelle se comporte d'une manière analogue.

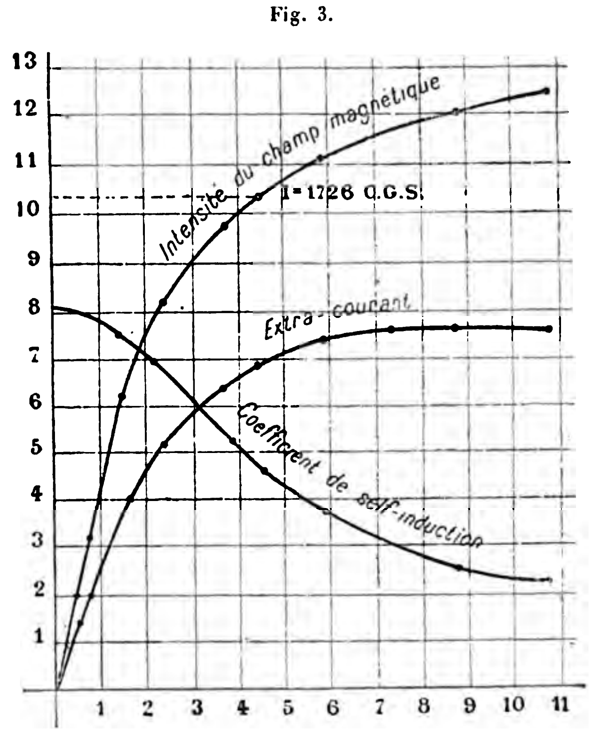
L'intensité du champ magnétique a été mesurée d'après la constante du galvanomètre; on a établi ce calcul dans un Chapitre

précédent. On a trouvé

$$F = \frac{\pi^2}{T^2}\,\frac{\alpha}{i}\,\Sigma m r^2\,\frac{1}{Sn}.$$

Le diamètre du fil des inducteurs étant de 1^{mm}, on peut considérer l'intensité de $4^{amp},4$, comme l'intensité normale, pour que le fil ne s'échauffe pas. L'inspection des courbes de la *fig.* 3

Fig. 3.



montre que, pour cette intensité, le fer est presque saturé : on peut donc considérer la valeur de F = 1700 C.G.S. comme valeur maximum normale. Nous pouvons ajouter que, pour un des galvanomètres Deprez-d'Arsonval à aimants permanents, nous avons trouvé, pour l'intensité du champ magnétique, la valeur de 805 C.G.S.

L'inspection des courbes qui représentent l'intensité du champ magnétique et l'extra-courant montrent que la saturation com-

mence déjà avant 2 ampères et qu'elle est complète vers 5 ampères à 6 ampères. Au delà de cette intensité, les deux courbes tendent à devenir des droites s'inclinant sur l'axe des x. On voit que la proportionnalité n'est pas tout à fait rigoureuse dans ce cas, mais on constate toutefois que les variations de l'extra-courant rendent bien compte des variations et de l'état de saturation des électro-aimants. Le coefficient de self-induction se déduit à la manière ordinaire de la courbe précédente; on voit que ce coefficient diminue graduellement à mesure que le fer se sature.

Expériences sur la machine Gramme. — Avant de commencer l'exposé de ces expériences, nous allons nous arrêter un instant au point suivant. On sait que l'introduction d'un noyau de fer doux dans l'intérieur d'une bobine a pour effet d'augmenter le coefficient de self-induction Dans les expériences sur la bobine dont nous nous sommes servi, cette augmentation était d'environ 10 fois pour le noyau plein. Cette augmentation est due à l'aimantation de fer doux; donc, si le fer est déjà aimanté à saturation, l'augmentation ne peut plus avoir lieu et l'on doit pouvoir supprimer l'influence du fer doux en l'aimantant à saturation.

Voici quelques expériences que nous avons entreprises dans le but de vérifier ces faits.

Nous avons d'abord déterminé le coefficient de self-induction d'une grosse bobine (*fig.* 4) dont on se sert dans les cours pour montrer les lois de Faraday. A l'intérieur de cette bobine on peut introduire une autre bobine dans laquelle s'adapte un faisceau de fils de fer. Le coefficient de self-induction de la bobine seule, sans la bobine intérieure et sans fer, est de

$$0,107 \times 10^9 \text{ C.G.S.}$$

Puis on a introduit la bobine intérieure avec le faisceau de fils de fer. Le coefficient de self-induction a été déterminé de nouveau, et l'on a trouvé

$$0,403 \times 10^9 \text{ C.G.S},$$

c'est-à-dire une valeur à peu près quatre fois plus grande.

Finalement, on a répété la dernière expérience, mais après avoir lancé dans la bobine intérieure un courant continu et intense. Dans ces circonstances, on a trouvé, pour le coefficient de self-

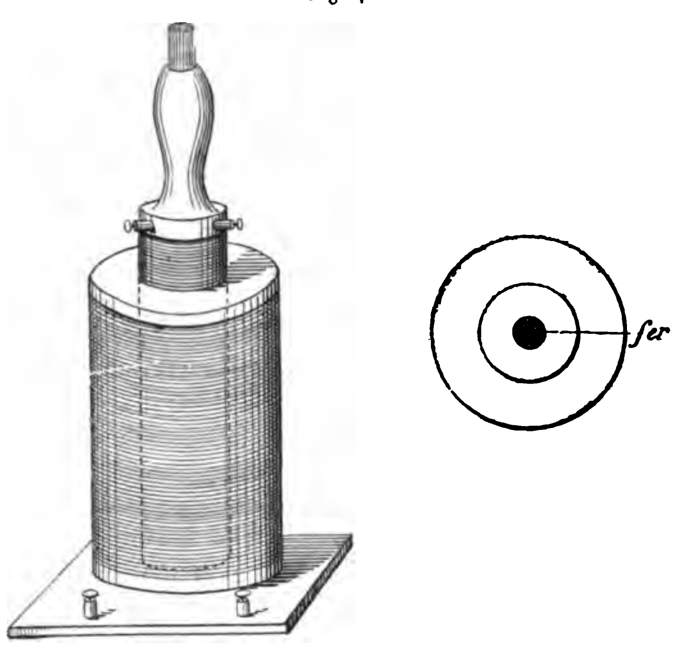
induction de la bobine,

$$0,110 \times 10^9 \text{ C.G.S},$$

c'est-à-dire une valeur très peu supérieure à la première.

On voit donc que l'expérience vérifie pleinement les faits prévus par la théorie et qu'on peut supprimer l'effet dû au fer par l'aimantation à saturation.

Fig. 4.



Ceci a une importance capitale pour la théorie des machines dynamo-électriques, théorie qui est encore assez obscure, et particulièrement pour ce qui concerne le rôle à attribuer aux phénomènes de self-induction. Comme on emploie le plus souvent dans les dynamos des courants d'une intensité telle que les inducteurs commencent à être saturés, on voit que l'induction de l'anneau sur lui-même est moins considérable que celle qu'on mesure.

Dans l'expérience précédente, nous avons pris le cas où le courant qui circule autour du fer est très intense et où le courant dans la bobine est très faible, de telle sorte que la bobine ne peut pas changer la polarité du fer. Si, au contraire, le courant dans

la bobine extérieure est assez fort pour neutraliser l'effet du courant intérieur, les choses ne se passeraient plus ainsi.

Voici maintenant les expériences réalisées sur les machines Gramme:

Machine Gramme, type ordinaire d'atelier. — Dans ce qui précède, nous avons vu qu'il y a proportionnalité entre le produit du coefficient de self-induction par l'intensité de courant et l'intensité du champ magnétique produit par l'électro-aimant.

Il nous a paru intéressant de vérifier cette proposition directement sur une machine dynamo réelle. Nous avons employé à cet usage la machine qui est le mieux connue et qui a été le plus étudiée : c'est la machine Gramme ordinaire. La maison Breguet a bien voulu mettre à notre disposition une de ces machines, grâce à l'obligeance du directeur, M. Sciama.

Nous avons effectué également quelques mesures avec une machine Gramme, type d'atelier, qui se trouve au laboratoire des Recherches physiques à la Sorbonne.

Avec la machine construite par la maison Breguet, nous avons effectué les expériences suivantes.

D'abord nous avons déterminé le coefficient de self-induction des inducteurs et nous avons suivi les variations de ce coefficient depuis de faibles intensités jusqu'à environ 44 ampères, le débit normal étant de 25 ampères.

Nous décrirons d'abord avec quelques détails le dispositif employé (*fig.* 5).

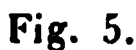
Pour expérimenter sur le système inducteur sans l'anneau, il suffit de desserrer les balais et de les réunir à l'aide d'un fil gros et court; on attache ce fil sur les pièces métalliques des porte-balais à l'aide des vis de serrage ordinaires et l'on prend les contacts sur les bornes extérieures de la machine (*fig.* 6).

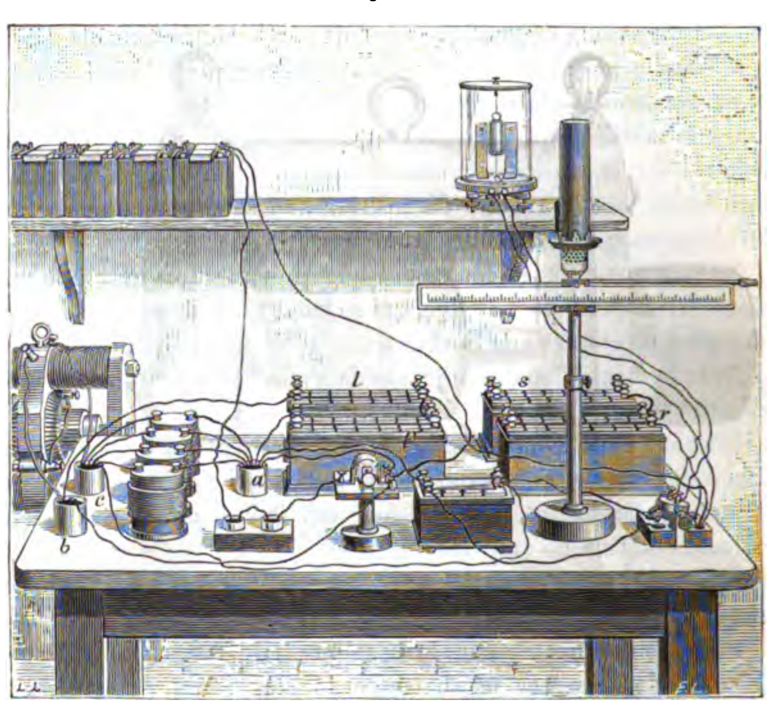
Cette machine est mise en équilibre dans un pont de Wheatstone.

La résistance compensatrice était formée par la bobine de fils de maillechort, chaque bobine ayant une résistance de $0^{ohm},2$ avec du fil de 3^{mm} de diamètre; ces quatre bobines étaient mises en quantités en faisant plonger les extrémités des fils d'attache dans des godets de mercure.

C'est d'ailleurs la même disposition qui nous a servi précédemment.

Les deux autres branches étaient formées par des boîtes de résistances ordinaires; seulement on avait eu soin d'employer des résistances considérables pour que le fil ne se trouve pas échauffé par le passage du courant. Cette résistance était de 3ooo ohms à


Fig. 5.



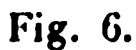
3ooo ohms et, comme la résistance des autres branches du pont n'est pas supérieure à 1 ohm, le courant le plus fort qui passe dans les boîtes, pour une intensité de 44 ampères, est de

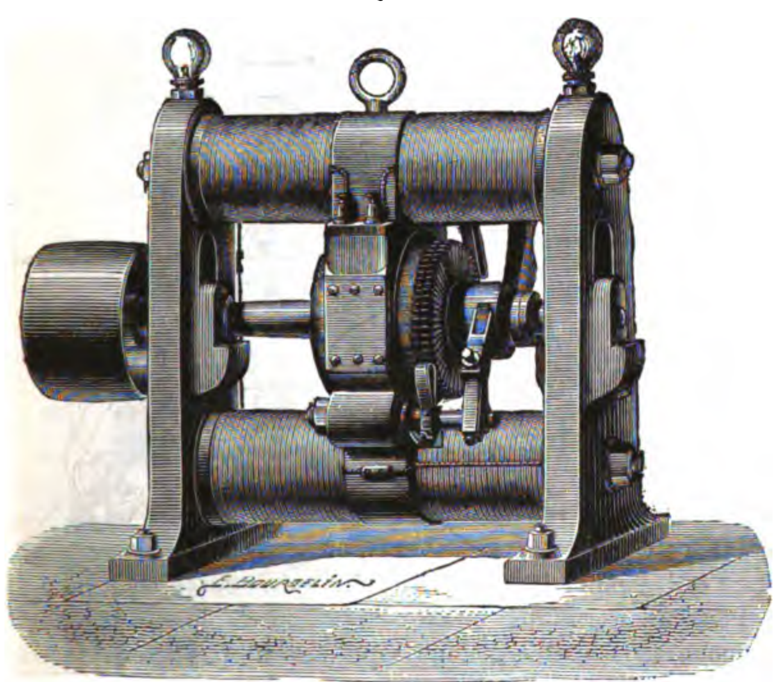
$$\frac{44}{3000} \text{ ou } \frac{9}{1000}.$$

c'est-à-dire moindre que $\frac{1}{100}$ d'ampère. On voit que dans ces conditions aucun échauffement n'est à craindre.

Il restait à déterminer bien exactement la valeur de la résistance

compensatrice. Cette résistance devait être égale à $\frac{0,20}{4} = 0^{\text{ohm}},050$; mais, comme les contacts pour d'aussi faibles résistances peuvent introduire des erreurs, il était indispensable de déterminer directement cette résistance avec une grande approximation. Cela était d'autant plus nécessaire que cette résistance servait à déterminer l'intensité du courant, par l'observation de la différence de potentiel aux extrémités.


Fig. 6.



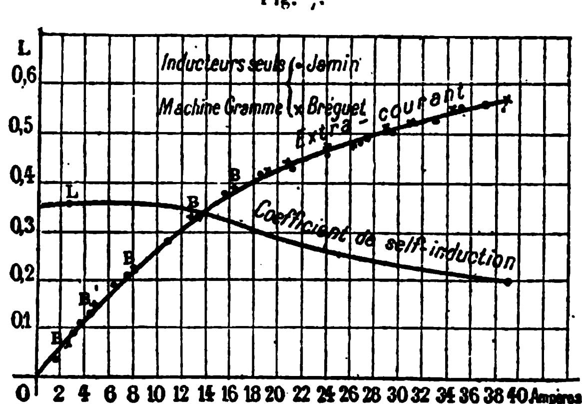
Pour faire cette mesure, il suffit de remplacer la machine par une résistance bien connue; nous nous sommes servi d'un étalon ayant exactement la résistance d'un mètre de mercure de 1^{mm} de section (unité Siemens).

Cette résistance peut s'adapter sans fil d'attache dans les godets de mercure : il suffit donc d'enlever les fils de la machine et de les remplaeer par l'étalon. Nous avons trouvé ainsi pour la résistance $R' = 0^{\text{ohm}},0510$ et la méthode était assez sensible pour qu'une différence de $\frac{1}{10000}$ d'ohm produisît un déplacement très

appréciable de l'image du galvanomètre. Quant aux boîtes qui forment les autres résistances, nous n'avons vérifié que la plus forte résistance, qui s'est trouvée exacte à moins de $\frac{1}{1000}$ près.

Comme source d'électricité, nous nous sommes servi d'une série de 30 accumulateurs Faure; quelquefois nous avons employé ces accumulateurs conjointement avec des piles Bunsen. Pour arriver, par exemple, aux fortes intensités de 30 ampères à 45 ampères, les accumulateurs seuls ne sont plus suffisants et j'ai employé la disposition suivante. Les 30 accumulateurs, accouplés en deux

Fig. 7.



séries de 15, puis 30 éléments Bunsen, sont mis en opposition; prenant alors le contact en P et N, on a un potentiel assez constant et j'ai pu arriver ainsi à des intensités de 44 ampères.

Pour mesurer l'intensité du courant, on emploie le même galvanomètre qui sert à établir l'équilibre du pont, tel que nous l'avons exposé plus haut.

Connaissant d'un côté la résistance $R' = 0^{ohm},0510$ et d'autre part la force électromotrice, on a l'intensité d'après la loi de Ohm. Si l'échelle est graduée en centièmes de volt, il faut dans notre cas multiplier environ par 20.

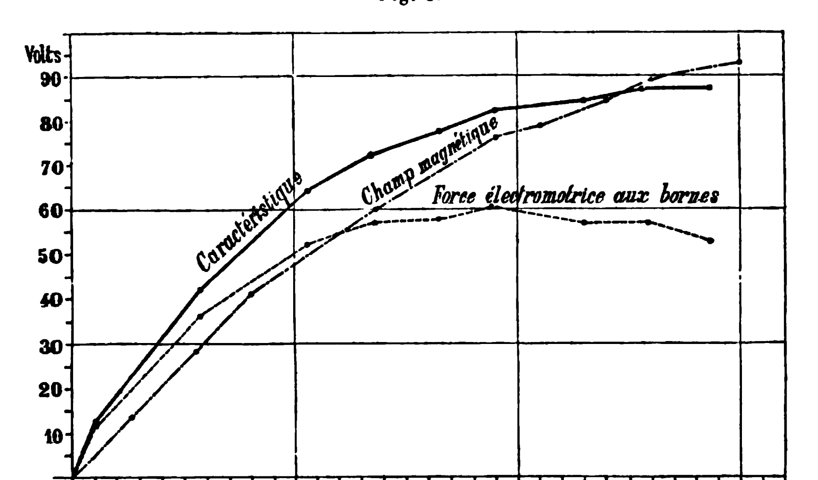
Cette série d'expériences se trouve représentée sur la *fig.* 7 et nous avons reproduit sur la même figure des expériences faites avec la machine Gramme du laboratoire des recherches de la Faculté des Sciences à la Sorbonne.

On constate que ces deux courbes coïncident exactement, ce

qui montre une grande constance dans la construction de ces machines. Les électros sont loin d'être saturés, vers 18 ampères, comme la caractéristique semble l'indiquer.

Nous reproduisons ici (*fig.* 8) la caractéristique de la machine prise par M. Hillairet; on voit que cette courbe s'incline beaucoup plus pour de fortes intensités. Sur la figure qui donne la caractéristique de la machine Gramme (Breguet), nous avons indiqué les impulsions du galvanomètre; ces indications ont été réduites dans un rapport convenable pour être comparable à la caractéristique.

Fig. 8.



Nous montrerons plus loin que les impulsions du galvanomètre sont bien réellement proportionnelles aux intensités du champ magnétique. On constate donc parfaitement la chute de potentiel; c'est-à-dire que la force électromotrice de la machine est moindre qu'elle ne devait l'être d'après le champ magnétique. Ce fait se constate avec toutes les machines, mais les raisons théoriques de ce fait ne sont pas encore bien connues, et actuellement il n'est pas possible de prévoir d'avance la grandeur de cette chute pour une dynamo en voie de construction.

La *fig.* 7 montre les variations du coefficient de self-induction. On voit que l'intensité du courant variant de 0 ampère à 39 ampères, le coefficient de self-induction diminue depuis 0,36

jusqu'à $0,20 \times 10^9$ centimètres, c'est-à-dire dans un rapport de 1,8 à 1, ou presque de moitié.

Remarque. — Cette valeur de $L = 0,20 \times 10^9$ centimètres est à peu près égale à celle que nous avons trouvée pour le petit électro-aimant à fil fin et dont le poids était de $1^{kg},900$. Il peut paraître extraordinaire à première vue que le coefficient de self-induction d'une machine Gramme pesant 200^{kg} ne soit pas plus considérable que celui d'un petit électro-aimant de 2^{kg}, mais il ne faut pas oublier que la quantité d'électricité, fournie par l'extra-courant, n'est pas proportionnelle au coefficient de self-induction, mais à la capacité électromagnétique. Lorsque la bobine se trouve en court circuit, la capacité électromagnétique est $\frac{L}{r^2}$, r étant la résistance. Pour deux électro-aimants ayant le même coefficient de self-induction, l'extra-courant est donc inversement proportionnel au carré de la résistance. Dans notre cas, on a, pour la machine Gramme,

$$R = 0^{ohm},64$$

et, pour le petit électro-aimant,

$$R' = 6^{ohms},8 :$$

la capacité électromagnétique de la machine Gramme est donc cent fois plus grande, ce qui rétablit à peu près la proportion.

Valeur absolue du coefficient de self-induction de la machine Gramme. — Cette valeur absolue ayant une certaine importance, nous avons tenu à vérifier directement la valeur trouvée par notre méthode, par celle fournie par la méthode directe avec l'emploi d'un galvanomètre périodique à faible amortissement.

Avec un galvanomètre périodique à faible amortissement, on a

$$L = \frac{T}{\pi}\,\frac{i}{\alpha}\,\frac{\delta}{I}\left[R + l + g\left(\frac{l}{l'} + 1\right)\right]\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right).$$

Pour vérifier les résultats trouvés par la méthode basée sur l'emploi du galvanomètre apériodique, nous avons pris un galva-

nomètre d'une résistance inférieure à 1 ohm. La durée d'une oscillation simple est de quinze secondes environ. Pour nous en servir dans les mesures suivantes, il a fallu ajouter une résistance de 200 ohms pour atténuer la sensibilité. Le décrément logarithmique est assez faible (0,092) pour que la formule précédente soit applicable.

Il y a une autre raison qui nous a engagé à faire la vérification des résultats précédemment obtenus avec un galvanomètre à longue période d'oscillation. On sait en effet que les gros électro-aimants demandent un temps très appréciable pour la charge, et, bien que la décharge soit considérée comme instantanée, on pourrait se demander si cette durée n'a pas une certaine influence, lorsqu'on se sert de galvanomètres à mouvements très rapides. Or on va voir par les expériences suivantes que les résultats sont les mêmes, lorsque la durée des oscillations varie de $0^s,4$ à $15^s,4$. Il en est tout autrement pour le courant de charge : avec le galvanomètre à oscillations rapides, on obtient une impulsion moitié moindre que celle qui correspond à la décharge.

Voici les résultats comparatifs qui ont été obtenus avec les deux méthodes.

La source d'électricité était assez faible. Avec le galvanomètre périodique, on ne peut en effet employer des courants forts, car dans ce cas les fils s'échauffent assez pour détruire l'équilibre du pont. D'ailleurs, il est impossible d'opérer vite et il faut installer le galvanomètre à une grande distance de la machine, pour éviter l'influence directe. Dans nos expériences, cette distance était de 10^m à 12^m. Toutes ces circonstances amènent une si grande complication que les expériences qui sont simples et rapides avec le galvanomètre apériodique deviennent difficiles et laborieuses avec le galvanomètre périodique.

Pour les deux séries d'expériences, nous avons employé la même source d'électricité, quatre accumulateurs groupés en quantités. L'intensité du courant nous a été fournie par la mesure de la différence de potentiel aux bornes de la machine, dont la résistance était de $0^{ohm},64$, Cette différence de potentiel était de $1^{volt},70$, ce qui correspond à une intensité de $2^{amp},65$. Le courant est resté bien constant pendant toute la durée des expériences.

On a ainsi

$$L = 0,352 \times 10^9 \text{ centimètres.}$$

Galvanomètre périodique. — Formule

$$L = \frac{T}{\pi} \frac{i}{\alpha} \frac{\delta}{I} \left[R + l + g\left(\frac{l}{l'} + 1\right)\right]\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right).$$

La résistance totale du galvanomètre était $g = 200$ ohms, pour la constante; on a observé qu'un élément Daniell, de force électromotrice $1^{volt},20$ donne à travers une résistance de 41 200 ohms une déviation de $0^m,08$. Cette déviation est observée à l'aide d'une lunette placée à $1^m,80$, distance qui, d'ailleurs, n'intervient pas dans le calcul.

Le décrément logarithmique est

$$\lambda = 0,092,$$

d'où

$$1 + \frac{\lambda}{2} = 1,046,$$

et la durée d'oscillation

$$T = 15^s,4.$$

Avec le galvanomètre apériodique Deprez-d'Arsonval employé dans les conditions énoncées, on a trouvé

$$L = 0,352 \times 10^9 \text{ centimètres;}$$

le galvanomètre périodique à faible amortissement a donné la valeur

$$L = 0,359 \times 10^9 \text{ centimètres.}$$

L'erreur relative de ces deux résultats n'est donc que de

$$\frac{7}{350} = \frac{1}{50}$$

et l'accord entre les deux méthodes est très satisfaisant.

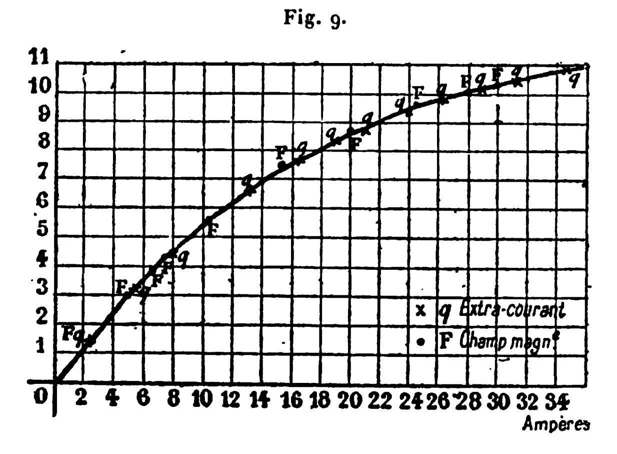
Ayant ainsi déterminé le coefficient de self-induction des inducteurs, nous allons examiner si, dans le cas d'une machine Gramme, la proportionnalité entre l'extra-courant et l'intensité du champ magnétique a toujours lieu.

Il faut donc déterminer l'intensité du champ magnétique. Comme, dans notre cas, nous n'avons pas à déterminer l'intensité en valeur absolue, il nous a suffi de faire passer un fil entre l'anneau et les pièces polaires et d'observer l'impulsion que reçoit le galvanomètre, lorsqu'on coupe le courant dans les inducteurs; cette impulsion est proportionnelle à l'intensité du champ.

Nous nous sommes servi à cet effet d'un galvanomètre Deprez-d'Arsonval avec un cadre de faible résistance ($0^{ohm},57$); comme le fil qui entoure l'anneau de la machine n'a aucune résistance sensible, on obtient des impulsions considérables : on peut les diminuer par l'introduction d'une résistance. La résistance totale du circuit restant invariable, la mesure de l'angle d'impulsion peut servir de mesure à la quantité d'électricité produite; les mesures sont comparables entre elles, tant que la résistance du circuit ne varie pas.

La courbe suivante (*fig.* 9) montre que l'accord est parfait;

Fig. 9.



pour la facilité des comparaisons, on avait intercalé une résistance telle que, pour une certaine intensité, les impulsions des deux galvanomètres étaient les mêmes.

Le champ magnétique est désigné par la lettre F, et l'extra-courant par la lettre q. On voit que la loi de proportionnalité se vérifie très bien dans ces conditions.

Nous terminerons ce travail par la mesure du coefficient de self-induction de l'anneau de la machine. Nous avons fait ces déter-

minations dans deux conditions distinctes, d'abord sans excitation des inducteurs, puis en lançant dans les inducteurs un courant énergique de 30 à 35 ampères.

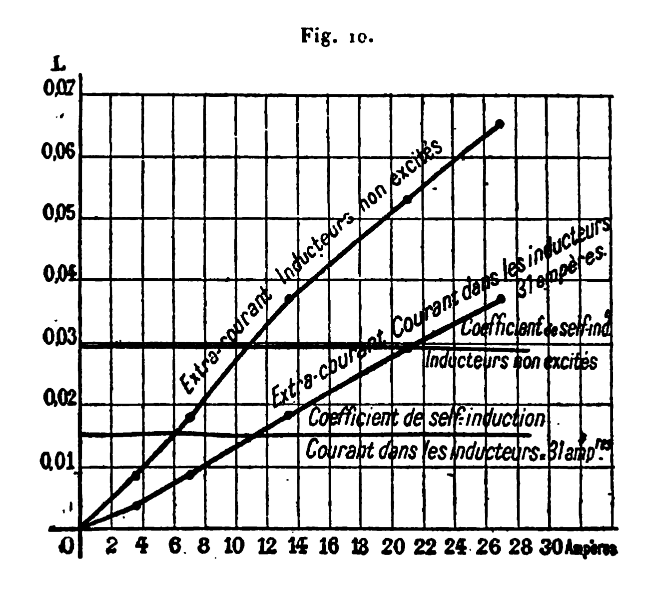
Les deux courbes ci-jointes montrent les résultats de ces expériences : on voit que le coefficient diminue lorsque les électros sont excités, ce qui est d'accord avec la théorie.

Pour un courant de $20^{amp},4$ dans l'anneau, nous avons trouvé :

$L = 0,0287 \times 10^9$ centimètres sans excitation;

$L = 0,0152 \times 10^9$ centimètres avec un courant de 51 ampères dans les inducteurs (*fig.* 10).

Fig. 10.



La résistance de l'anneau était de $0^{ohm},47$. On voit sur la figure que les courbes représentant l'extra-courant sont des lignes presque droites ; lorsque les inducteurs sont excités, la ligne est parfaitement droite et le coefficient de self-induction est une constante. Sans excitation des électro-aimants, la ligne est légèrement convexe, mais on sait que, même pour des courants de 27 ampères (et le régime normal est de 25 ampères) il n'y a pas trace de saturation. En toute rigueur il faudrait, pour tirer des conséquences de ces expériences, répéter les mesures sur l'anneau enlevé de la machine, pour constater l'influence des inducteurs.

Quoi qu'il en soit, le fait que dans l'anneau, les électros étant fortement excités, le coefficient de self-induction est tout à fait constant et indépendant du courant qui circule dans l'anneau, est un fait assez remarquable.

APPAREIL POUR MONTRER LES DEUX MODES DE RÉFLEXION D'UN MOUVEMENT VIBRATOIRE;

Par M. J. VIOLLE.

Au cours d'expériences sur la propagation du son dans un tuyau cylindrique ([1]), j'avais été frappé de la netteté avec laquelle une membrane accuse les deux modes de réflexion du mouvement sonore à l'extrémité d'un tuyau cylindrique, suivant que cette extrémité est fermée par un fond solide ou librement ouverte à l'atmosphère.

Dans le premier cas, la réflexion se produit, comme l'on sait, avec changement de signe de la vitesse et conservation de signe de la condensation. Dans le second cas, c'est l'inverse qui a lieu, la permanence de l'un des signes entraînant nécessairement la mutation de l'autre.

Il suit de là qu'un ébranlement condensant qui se propage dans un tuyau fermé aux deux bouts reste toujours condensant; par suite, en un point quelconque du tuyau, chaque passage de l'onde se traduit par une variation positive de la pression. Si, au contraire, le tuyau est ouvert à un bout, la pression à l'autre bout éprouve des variations alternativement positives et négatives.

Pour montrer ces faits, il suffit de prendre un tuyau en zinc, d'une vingtaine de mètres de longueur et de $0^m,04$ à $0^m,05$ de diamètre, replié sur lui-même, de façon à être aisément maniable. A l'une des extrémités est disposé un petit pistolet de salon, qui sert à produire un ébranlement condensant par l'explosion d'une simple capsule au fulminate; cette extrémité du tuyau peut, d'ailleurs, être maintenue librement ouverte, ou bien être fermée

---

([1]) Voir *Séances de la Société française de Physique*, p. 23; 1886.

par un bouchon, laissant seulement passer le canon du pistolet. L'autre extrémité du tuyau est toujours fermée et porte une capsule manométrique reliée par un tube de caoutchouc, de longueur quelconque, à une capsule de M. Marey, permettant d'inscrire le phénomène à côté des vibrations d'un diapason chronographique. Si l'on veut opérer par projection, on effectue la double inscription sur une lame de verre noircie, placée dans l'appareil Duboscq, et l'on voit alors l'image se dessiner sur l'écran en même temps qu'elle se produit sur la lame de verre. Pour une expérience de mesure, il est préférable de faire au cylindre tournant un graphique. D'une façon comme de l'autre, l'expérience est frappante : le maintien de la condensation dans un tuyau fermé et le changement de la condensation ou dilatation par réflexion à l'extrémité libre d'un tuyau ouvert sont également manifestes.

L'appareil, construit très habilement par M. König, se prête parfaitement à la démonstration de la méthode employée par Regnault dans son grand travail sur la mesure de la vitesse du son.

Ainsi, avec un diapason de 100 vibrations doubles par seconde, je trouve, dans huit expériences successives, les temps suivants employés par l'onde à effectuer pour la quatrième fois le double parcours de la longueur du tuyau :

	s
Tuyau fermé	0,1440
» ouvert	0,1445
» fermé	0,1440
» ouvert	0,1445
» fermé	0,1455
» ouvert	0,1425
» fermé	0,1440
» ouvert	0,1450
Moyenne	0,1442

Les temps employés pour les parcours successifs sont :

	s
Premier parcours	0,1414
Deuxième parcours	0,1417
Troisième parcours	0,1439
Quatrième parcours	0,1442
Cinquième parcours	0,1437

Après deux parcours, l'onde a déjà pris une vitesse uniforme et traverse le double de la longueur du tuyau en $0^s,1439$ (à moins de $0^s,001$ près très certainement).

Les graphiques donnent en outre immédiatement les valeurs des condensations et dilatations successives.

SUR UNE EXPÉRIENCE RELATIVE A LA VISION;

PAR M. G. MESLIN.

Si l'on regarde la flamme d'une lampe à travers un trou de petites dimensions percé dans une carte, et si l'on vient à introduire entre l'œil et ce trou un objet délié, par exemple l'extrémité d'une plume métallique, on voit une image renversée de cet objet; la netteté de cette image dépend des dimensions de l'ouverture et des distances de l'œil à cette ouverture et à l'objet. On a notamment une image très nette en mettant à 8^{cm} de l'œil l'ouverture obtenue en perçant une carte à l'aide d'une pointe d'aiguille et en plaçant l'objet aussi près que possible de l'œil.

Voici l'explication de cette expérience :

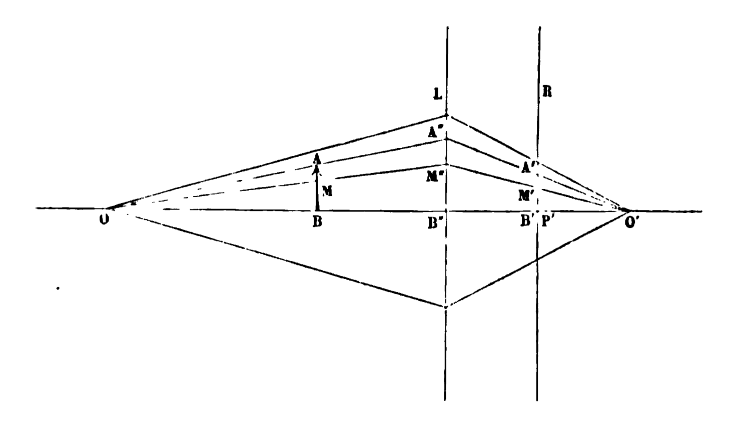
L'œil est accommodé de façon à voir nettement les objets éloignés, tels que P, par exemple la flamme de la lampe; la rétine se trouve au point P′ conjugué de P, L étant la lentille de l'œil. Le trou percé dans la carte se comporte comme un point lumineux O; son image est en O′; tous les rayons partis de O et pénétrant par la pupille vont converger en O′; ces rayons découpent sur la rétine un petit cercle; on verra donc une tache lumineuse ronde : c'est ce qui a lieu en effet.

Si alors on interpose un écran AB, les rayons tels que OM seront arrêtés et le point M′ de la rétine ne recevra plus d'impression lumineuse. Il y aura donc sur la rétine, dans la tache lumineuse précédente, une partie qui ne sera pas éclairée et qui aura une forme semblable à AB; car, d'après les constructions, A′B′ et AB sont tous deux semblables à A″B″, donc semblables entre eux. De plus, l'image produite sur la rétine est droite : on

verra donc l'objet renversé. C'est en somme l'ombre de cet objet qui se produit sur la rétine.

Il est facile de constater que, conformément à cette théorie, l'objet n'apparaît que dans la tache lumineuse précédente et seulement lorsque l'œil est accommodé pour voir les points situés au delà de l'ouverture. D'ailleurs, pour que les contours soient nets, il faut que ce soit un *point* lumineux qui soit en O et, comme on a toujours une ouverture de dimensions sensibles, il faut que l'objet soit placé à une distance suffisante pour que les dimensions de l'ouverture soient négligeables.

La construction indique comment les différentes distances influeront, soit sur la netteté, soit sur la grandeur de l'image.



Le Tableau suivant résume ces diverses influences, et l'expérience vérifie entièrement ces résultats :

		INFLUENCE	
		sur la netteté.	sur la grandeur de l'image.
INFLUENCE	De la grandeur de l'ouverture.	La netteté diminue quand l'ouverture augmente.	
	De la distance OB du point O à l'objet (BB″ étant fixe) ou (OB″ étant fixe) (1).	La netteté augmente quand OB augmente.	La netteté diminue quand OB augmente.
	De la distance OB″ du point O à l'œil (BB″ étant fixe).	La netteté augmente quand OB″ augmente.	La netteté diminue quand OB″ augmente.
	De la distance OB″ du point O à l'œil (OB restant fixe).	La netteté diminue quand OB″ augmente.	

(1) Plus les objets sont près de l'œil, plus ils sont nets; ainsi, en clignant légèrement la paupière supérieure, on en voit les cils renversés avec la plus grande netteté, on peut les compter et dessiner leur disposition. Nous pensons même pouvoir indiquer prochainement une application de cette expérience à l'étude de certains détails anatomiques de l'œil.

C. PULFRICH. — Ein neues Totalreflectometer (Un nouveau réfractomètre à réflexion totale); *Wiedemann's Annalen*, t. XXX, p. 193; 1887. — Das Krystallrefraktoscop, ein Demonstrationsinstrument (Le réfractomètre pour cristaux, appareil de démonstration); *ibid.*, p. 317. — Das Totalreflectometer und seine Verwendbarkeit für weisses Licht (Le réfractomètre à réflexion totale et son emploi avec la lumière blanche); *ibid.*, p. 487.

Ce réfractomètre, complètement différent de celui de Kohlrausch (1), dérive directement de l'appareil bien connu de Wollaston, par la substitution, au prisme ou au cube, d'un cylindre droit à base circulaire, de flint très réfringent ($N_D = 1,7151$), dont

(1) *Journal de Physique*, [1], t. VII, p. 389; 1878.

la surface latérale, ainsi que la base supérieure, ont été soigneusement polies. C'est sur cette dernière que repose, soit le liquide (contenu dans une auge sans fond cylindrique), soit le solide que l'on veut étudier. Dans ce dernier cas, on doit introduire entre la lame observée et le cylindre une goutte d'un liquide plus réfringent que la lame, qui n'a d'autre rôle, du reste, que de faire disparaître la lame mince d'air interposée.

Deux modes d'observation peuvent être employés : un faisceau de lumière homogène convergente est dirigé obliquement et de bas en haut, à travers le cylindre, sur la surface de contact. Si l'on regarde dans la direction des rayons réfléchis, soit directement, soit au moyen d'une lunette réglée pour l'infini, la limite de la réflexion totale se manifeste, comme dans le réfractomètre de Kohlrausch, sous la forme d'une ligne de démarcation entre deux parties du champ très inégalement éclairées. L'auteur préfère envoyer la lumière éclairante, un peu convergente, horizontalement sur la surface de séparation, à travers la lame étudiée elle-même (cette dernière doit, dans ce cas, être transparente et taillée sous la forme d'un cylindre). L'une des moitiés du champ est alors complètement sombre, et la ligne de démarcation plus nette que dans le cas précédent.

Dans l'un et l'autre cas, l'indice est donné par

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i},$$

N étant l'indice du cylindre, et i l'angle d'émergence correspondant à la limite de la réflexion totale.

Pour mesurer ce dernier, la lunette est mobile dans un plan vertical et se déplace dans le plan d'un cercle gradué donnant la minute. Pour la commodité de l'observation, la lunette est brisée à angle droit, de sorte que l'axe optique de l'oculaire reste horizontal et normal au plan du limbe.

Cet appareil semble présenter sur celui de Kohlrausch l'avantage de se prêter à une étude facile et rapide des lames biréfringentes. Il suffit en effet, pour mesurer les vitesses $\frac{1}{n}$ de propagation de la lumière dans les diverses directions situées dans le plan de la face inférieure de la lame cristalline, de faire tourner autour d'un axe vertical, et d'angles mesurés au moyen d'un cercle gradué

horizontal, l'ensemble du cylindre et de la lame qui repose sur lui. Dans le cas, par exemple, d'un quartz parallèle à l'axe, si l'on prend pour abscisses les lectures faites sur le limbe horizontal, pour ordonnées les valeurs de i, on obtient deux courbes, l'une rectiligne (rayon ordinaire), parallèle à l'axe des abscisses; l'autre (rayon extraordinaire), qui a la forme générale d'une sinussoïde bitangente à la première.

Des mesures comparatives effectuées sur des prismes dont les indices avaient été mesurés par la méthode ordinaire montrent que l'erreur que l'on peut commettre ne dépasse pas une unité du quatrième ordre décimal.

La substitution à l'oculaire d'un petit spectroscope à vision directe, dont la fente est dans le plan focal de l'objectif de la lunette, permet d'effectuer des mesures relatives aux radiations simples du spectre. On sait que M. Ch. Soret est parvenu à modifier de même l'appareil de Kohlrausch ([1]).

Les phénomènes relatifs aux lames cristallines se prêtent à d'intéressantes expériences de projection. Les rayons solaires sont à cet effet renvoyés de haut en bas par un premier miroir, puis tombent sur un miroir tronco-conique (angle 45°) placé autour et à la hauteur de la lame cristalline, qui les renvoie horizontalement et dans toutes les directions sur cette dernière. Si l'on reçoit sur un écran la lumière qui sort du cylindre, on voit s'y dessiner deux courbes colorées sur leurs bords, qui sont constituées, dans le cas du spath d'Islande parallèle à l'axe, par une circonférence et un ovale bitangents.

J. MACÉ DE LÉPINAY.

HALLWACHS. — Potentialverstärker für Messungen (Reproducteur de potentiel); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 300; 1886.

Pour mesurer le potentiel d'une source électrique à faible tension, mettons d'abord cette source en relation avec le collecteur d'un condensateur; puis, ayant rompu la communication, éloignons le condensateur : le potentiel du collecteur se trouvera

([1]) *Journal de Physique*, [2], t. II, p. 138; 1883.

alors multiplié par la force condensante de l'appareil, et, en établissant alors la communication avec un électromètre, on observera une déviation plus grande, en général, que sans l'emploi du condensateur. Mais l'effet obtenu sera d'autant moindre que la capacité de l'électromètre sera plus grande, et l'exactitude pourra laisser à désirer si le condensateur n'est pas parfaitement isolé. Pour remédier à ce double inconvénient, l'auteur dispose le condensateur de manière à pouvoir rétablir rapidement la communication du condensateur alternativement avec la source électrique et avec l'électromètre; il y arrive à l'aide d'un appareil tournant rappelant un peu le reproducteur de charge : avec une vitesse de rotation suffisamment grande, l'influence de la perte d'électricité se trouve annulée; de plus, le potentiel atteint rapidement sur l'électromètre la même valeur que sur le collecteur supposé isolé, et le résultat est alors indépendant de la capacité de l'électromètre.

L'emploi de cet appareil introduit malheureusement quelques causes d'erreur qu'on trouvera analysées dans le Mémoire original.

E. RIVIÈRE.

GRAETZ. — Ueber die Electricitätsleitung von festen Salzen unter hohem Druck (Sur la conductibilité électrique des sels solides soumis à de fortes pressions); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 314; 1886.

Si l'on comprime fortement un sel solide finement pulvérisé, sa résistance électrique diminue. L'auteur est porté à regarder cette variation comme résultant immédiatement de la variation de pression, et non comme provenant d'une amélioration du contact entre le sel et les électrodes. E. RIVIÈRE.

A. ELSAS. — Ueber di Nobili'schen Farbenringe und verwandte electrochemische Erscheinungen (Sur les anneaux de Nobili et les phénomènes électrochimiques analogues); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 331; 1886.

L'auteur discute les diverses hypothèses sur lesquelles on s'est appuyé pour trouver la signification des figures électrochimiques telles que les anneaux de Nobili ou les courbes obtenues par

M. Guébhard. En étudiant des cas théoriques d'abord très simples, puis se rapprochant peu à peu des conditions expérimentales, il arrive aux mêmes conclusions que M. Guébhard.

M. Elsas émet aussi accessoirement cette idée qu'un courant se propageant dans un liquide *parallèlement* à une surface métallique pourrait donner lieu, sur cette surface, à des dépôts électrolytiques. E. Rivière.

Franz KOLACEK. — Ueber Dampfspannungen (Sur les tensions de vapeur); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 347.

Résultats numériques concernant l'emploi d'un cycle qui permet de calculer la tension de la vapeur d'eau émise par la glace en fonction de la tension de la vapeur émise par l'eau surfondue à la même température.

La même Note renferme une démonstration simple de la formule suivante, dans laquelle p_1 et p_2 représentent les tensions maxima correspondant à deux points différents de la surface d'un liquide, ϖ_1 et ϖ_2 les variations de pression correspondant au passage de l'extérieur à l'intérieur du liquide, ρ la densité de la vapeur, ρ' celle du liquide :

$$p_1 - p_2 = (\varpi_1 - \varpi_2)\frac{\rho}{\rho' - \rho}.$$

On peut appliquer cette formule soit aux phénomènes capillaires, soit aux actions électrostatiques. E. Rivière.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXIII; juin 1887.

R.-Franklin Muirhead. — *Les lois du mouvement*, p. 473.

C.-V. Boys. — *Production, propriétés et usages possibles des fils les plus fins*, p. 489.

Shelford Bidwell. — *Résistance électrique des fils suspendus verticalement*, p. 499.

L. Meyer. — *Évolution de la doctrine de l'affinité*, p. 504.

Sir W. Thomson. — *Sur la stabilité du mouvement continu ou périodique des fluides. Maximum et minimum d'énergie dans le mouvement des tourbillons*, p. 513.

G. Faé. — *Variations de la résistance électrique de l'antimoine et du cobalt, dans un champ magnétique*, p. 540.

Wiedemann's Annalen.

N° 7, 1887.

A. Oberbeck. — *Force électromotrice de couches minces; leur relation à la physique moléculaire*, p. 337.

D. Goldhammer. — *Influence de l'aimantation sur la conductibilité électrique des liquides*, p. 360.

D. Goldhammer. — *Sur la théorie du phénomène de Hall*, p. 370.

V. von Lang. — *Mesure de la force électromotrice de l'arc électrique :* 2ᵉ Partie, p. 384.

W. Haberlein. — *Relations entre les grandeurs électriques et les effets utiles des couples secondaires*, p. 393.

H. Hertz. — *Sur les oscillations électriques très rapides*, p. 421.

R. Nahrwold. — *Sur l'électricité de l'air*, p. 418.

W. Voigt. — *Mesure des constantes élastiques du béryl et du cristal de roche*, p. 474.

Ed. Natanson. — *Refroidissement de l'acide carbonique par sa dilatation*, p. 502.

Fr. Kolacek. — *Remarques sur le Mémoire de M. R. von Helmholtz « Changements du point de congélation, etc. »*, p. 526.

V. Dvorak. — *Remarques sur la Communication de M. Neesen « Observations acoustiques »*, p. 536.

A. Schrauf. — *Sur la molécule de la benzine cristallisée*, p. 540.

H. Hertz. — *Addition au Mémoire sur les oscillations électriques très rapides*, p. 543.

W. Voigt. — *Rectification*, p. 544.

TABLE DES MATIÈRES.

JUILLET 1887.

12681 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — AOUT 1887.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............	15 fr.
Autres pays..	17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

SUR LA DÉCOMPOSITION LENTE DES CHLORURES PAR L'EAU;

PAR M. G. FOUSSEREAU.

On a observé depuis longtemps que divers sels de peroxyde de fer, en particulier le perchlorure, subissent en présence de l'eau des altérations progressives. La dissolution, primitivement incolore ou faiblement colorée, prend une nuance rougeâtre de plus en plus prononcée. Il y a séparation partielle de l'acide et formation de produits hydratés solubles ou pseudo-solubles donnant à la liqueur sa coloration. En même temps un second phénomène, qui paraît être favorisé par l'action de la lumière, amène une nouvelle modification moléculaire de l'hydroxyde ou de l'hydroxychlorure formé et en provoque la précipitation à l'état insoluble.

De nombreux expérimentateurs ont signalé la production de ces effets sous l'influence d'une élévation de température et en ont fait l'objet de recherches. Rappelons notamment l'étude faite par Péan de Saint-Gilles (1) sur l'acétate ferrique, les expériences de Graham (2) sur l'oxyde de fer colloïdal contenu dans la dissolution des sels basiques, les recherches de M. Debray (3) sur le perchlorure de fer, celles de Krecke (4) et de Tichborne (5) sur le même sujet, les expériences de M. G. Wiedemann (6) fondées sur l'étude des propriétés magnétiques.

M. Berthelot (7) a fait une série de recherches, qui ont porté plus particulièrement sur le sulfate, l'azotate et l'acétate ferrique. L'observation des phénomènes thermiques qui accompagnent les réactions l'ont conduit à un ensemble de résultats concernant

---

(1) PÉAN DE SAINT-GILLES, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XLVI, p. 47.

(2) GRAHAM, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LXV, p. 177.

(3) DEBRAY, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t. LXVIII, p. 913.

(4) KRECKE, *Archives néerlandaises*, t. VI, 1871.

(5) TICHBORNE, *Proceed. of the Royal Irish Academy*, 1871.

(6) G. WIEDEMANN, *Annalen der Phys. und Chem.*, N. F., V, p. 45; 1878.

(7) BERTHELOT, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XXX, p. 152, 1873. *Essai de Mécanique chimique*, t. II, p. 284.

l'influence de la dilution, du temps, de la chaleur, des proportions d'acide et de base, enfin de la présence d'un autre sel.

J'ai entrepris d'appliquer à l'étude des questions de cet ordre une méthode différente de celles qui ont été employées par les auteurs que je viens de citer. Elle consiste à mesurer les résistances électriques qui caractérisent à une même température les dissolutions salines parvenues à divers degrés d'altération, et à tirerde ces mesures une évaluation de l'altération subie. Comme ces résistances varient généralement entre des limites très étendues, leur détermination permet de préciser l'interprétation des faits, en étendant leur examen à beaucoup de cas où les autres méthodes ne présentent plus qu'une sensibilité insuffisante. En particulier, on peut ainsi opérer avec précision sur des liquides extrêmement dilués, qui se prêteraient mal à d'autres genres d'expériences.

Le procédé adopté pour la mesure des résistances et la disposition expérimentale dont j'ai fait usage ont été décrits dans un travail précédent ([1]). Cette méthode m'a déjà servi à étudier la résistance des sels fondus ([2]) et, avec quelques modifications, celles de l'eau distillée ([3]) et de l'alcool absolu ([3]).

Le tube de verre à quatre branches verticales contenant le liquide à étudier était plongé dans un bain d'eau muni d'un thermomètre. Le tout était disposé à l'intérieur d'une boîte rectangulaire en bois, permettant de maintenir au besoin l'appareil dans l'obscurité. Le couvercle de cette boîte était formé d'une plaque d'ébonite traversée par la tige du thermomètre et par les fils nécessaires aux communications électriques.

Toutes les mesures ont été faites à la température ordinaire du laboratoire ou à une température voisine, choisie de manière à atténuer l'influence des variations de la température extérieure. Les résistances obtenues ([4]) étaient ensuite réduites à la tempé-

---

([1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. V, p. 244. *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 189.

([2]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. V, p. 355 et 333, et *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 208 et 213.

([3]) *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 450.

([4]) La résistance mesurée était celle d'une colonne cylindrique de liquide de 6^{cm} de longueur et de $0^{cm},81$ de diamètre

rature 0° par l'application de la formule

$$R_0 = R(1 + \mu t),$$

dans laquelle μ représente un coefficient numérique obtenu pour chaque sel par des expériences préalables croisées de manière à éliminer l'influence de l'altération qui se produisait pendant la durée de ces déterminations. Les valeurs de μ, obtenues pour les divers sels étudiés aux différents degrés de concentration et d'altération, furent trouvées très voisines les unes des autres ([1]). Elles oscillent autour de 0,033. La température du bain ayant peu varié, les petites erreurs qui peuvent demeurer sur l'évaluation du coefficient μ n'affectent que d'une manière négligeable les rapports des résistances réduites.

I. — Recherches sur le perchlorure de fer.

Les expériences sur le perchlorure de fer ont été les plus étendues. Ces expériences ont porté sur des dissolutions contenant des quantités de sel comprises entre $\frac{1}{581,4}$ et $\frac{1}{33260}$ en poids. On n'a pas dépassé la première concentration, parce que le phénomène de décomposition du sel en acide et hydroxyde soluble, phénomène réversible qu'il convient d'isoler, se complique aux concentrations plus grandes d'une précipitation partielle d'hydroxyde insoluble. Ce dernier phénomène peut être évité à peu près complètement aux grandes dilutions, si l'on a soin de maintenir le liquide à l'abri de la lumière.

La limite inférieure $\frac{1}{33260}$ a été adoptée pour éviter d'introduire des perturbations dues à la conductibilité de l'eau distillée.

Un poids connu de sel était dissous dans un poids déterminé d'eau distillée. Aussitôt après la préparation de cette dissolution, on en mesurait la résistance. On partageait ensuite le liquide en plusieurs portions, dont une était laissée à la température ordinaire, tandis que d'autres étaient portées et maintenues dans des

---

([1]) M. Bouty (*Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 351) avait déjà constaté que les valeurs de ce coefficient sont presque identiques pour des sels très variés.

récipients entourés d'un bain-marie, soit à 100°, soit à des températures intermédiaires. On prélevait sur ces dernières des échantillons, qu'on refroidissait rapidement et dont on mesurait la résistance.

J'ai reconnu ainsi que ces dissolutions s'altèrent à toute température, en prenant des résistances décroissantes. Cette circonstance pouvait être prévue, puisque la décomposition du sel produit, outre l'hydrate soluble, de l'acide chlorhydrique environ trois fois plus conducteur à lui seul que le sel qui lui a donné naissance.

Le changement de conductibilité, très lent aux températures ordinaires, s'accélère à mesure que la température s'élève et devient très rapide à 100°. Il n'est cependant pas instantané, même à cette dernière température. Ainsi une dissolution contenant $\frac{1}{581,1}$ de sel et présentant la résistance réduite initiale

$$R_0 = 5526^{\text{ohms}}$$

a été portée à 100°, puis maintenue quelque temps à cette température.

On en préleva successivement plusieurs échantillons dont on mesura la résistance après les avoir refroidis. On a obtenu ainsi les résultats suivants :

Durées de chauffe.	Résistances.
m	ohms
0	5526
1	2413
5	2102
15	2048
33	2016
70	2020
100	2015

On voit que la résistance va en diminuant jusqu'à la valeur 2016, qui correspond à trente-trois minutes de chauffe. Elle reste ensuite stationnaire. Le sel a atteint son état définitif.

Une autre portion du même liquide, maintenue à 84°, prend aussi des résistances décroissantes, mais suivant une progression moins rapide. Après quatre-vingts minutes seulement, les mesures

fournissent des résistances sensiblement invariables :

2023, 2013, 2020.

Dans la limite d'exactitude des expériences, ces résultats sont identiques aux précédents.

Il n'en est plus de même à 69°,2. Après cinq heures huit minutes de chauffe, la résistance, devenue à peu près stationnaire, a pour valeur

2127,

chiffre notablement plus élevé que les précédents.

Enfin, à la température ordinaire du laboratoire, au bout de soixante-quatorze jours, le liquide a pris une coloration prononcée. Mais sa résistance est encore

3792,

et continue à diminuer très lentement.

Les faits suivants peuvent être conclus de ces résultats :

1° L'altération du liquide est d'autant plus rapide que la température est plus élevée ;

2° Aux basses températures, cette altération tend vers une limite qui s'éloigne de l'état primitif à mesure que la température s'élève ;

3° Au-dessus d'une certaine température, cette limite demeure sensiblement la même. On peut dès lors regarder la modification chimique comme complètement accomplie.

L'étude du perchlorure de fer à des dilutions plus étendues confirme ces résultats.

Reprenons maintenant la dissolution modifiée par son maintien à la température 100° et laissons-la séjourner pendant un temps suffisant à une température plus basse t, à laquelle la réaction directe serait incomplète. Dans ces conditions, le liquide reprend des résistances progressivement croissantes, c'est-à-dire qu'il rétrograde vers son état primitif. Ce retour en arrière se ralentit de plus en plus, à mesure que la résistance se rapproche d'une certaine limite. Cette limite est identique à celle que tend à atteindre

la résistance décroissante de la dissolution primitive, quand on la maintient à cette même température t.

Par exemple, une partie de la dissolution précédente, après avoir fourni à 100° la résistance

2015,

a été ramenée à 69°,6; sa résistance est devenue :

Après	1h. 2m	2049
»	3.40	2076
»	5.48	2098
»	7.30	2114

Ce dernier résultat diffère peu de 2127 obtenu par l'observation du liquide primitif à la même température.

Une autre portion de la dissolution modifiée a été laissée à la température ordinaire pendant plusieurs mois. La résistance atteignait :

Après	2 jours	2084
»	4 »	2136
»	11 »	2291
»	24 »	2426
»	74 »	2915

Ce dernier chiffre est encore éloigné de 3792, auquel est parvenu le liquide primitif au bout du même temps. Mais ils continuent à se rapprocher. Les réactions étant très lentes à la température ordinaire, il faudrait des années pour les amener à se confondre sensiblement. Avec des dissolutions plus étendues, la réaction devient beaucoup plus rapide, même à cette température, et permet d'observer une limite plus exactement déterminée.

Reprenons enfin une portion du liquide qui, après vingt-quatre jours de refroidissement, a rétrogradé jusqu'à la résistance 2426, et reportons-le à 100° une seconde fois. Sa résistance après trente minutes de chauffe redevient

2035,

nombre très voisin de ceux qu'on avait trouvés d'abord à la même température. Ramenons-le aux basses températures : il rétrograde

de nouveau vers des résistances plus élevées. L'expérience reproduite plusieurs fois fournit les mêmes résultats.

Les dissolutions observées ont été maintenues pendant ces expériences à l'abri de la lumière. Quand on les laisse exposées au jour, il s'y dépose lentement un précipité d'hydroxyde insoluble, et la résistance du liquide augmente. Il en résulte que l'hydroxyde à l'état pseudo-soluble contribue au passage de l'électricité à travers la dissolution.

Les dissolutions très étendues et fortement acides ne peuvent être conservées dans des récipients en verre. J'ai constaté qu'une dissolution contenant $\frac{1}{13200}$ d'acide chlorhydrique, maintenue dans un flacon de verre, prend des résistances progressivement croissantes par suite de la transformation de l'acide en chlorure de sodium moins conducteur. Cette transformation s'effectue aux dépens du verre. A la température 100° la résistance de cette même dissolution a varié du simple au double en moins d'une heure.

On n'observe rien de semblable quand les liquides sont conservés dans des vases de porcelaine. J'ai été conduit ainsi à employer de petits ballons de porcelaine, d'une contenance d'environ un quart de litre.

Mesure de l'altération produite. — On peut se proposer de déterminer quelle est, à un instant donné de l'expérience, la fraction transformée K de la masse totale, c'est-à-dire le poids de liquide modifié contenu dans l'unité de poids du mélange total. Nous donnerons à cette quantité le nom de *coefficient d'altération*.

Pour l'obtenir, il faut chercher une relation entre elle et la résistance réduite que fournit l'expérience. On y arrive en mêlant en proportions connues le liquide primitif récemment préparé et encore intact avec le liquide complètement modifié par le chauffage à 100°. Ces mélanges correspondent à des valeurs connues de l'altération K, et la mesure de leurs résistances permet d'établir la relation cherchée.

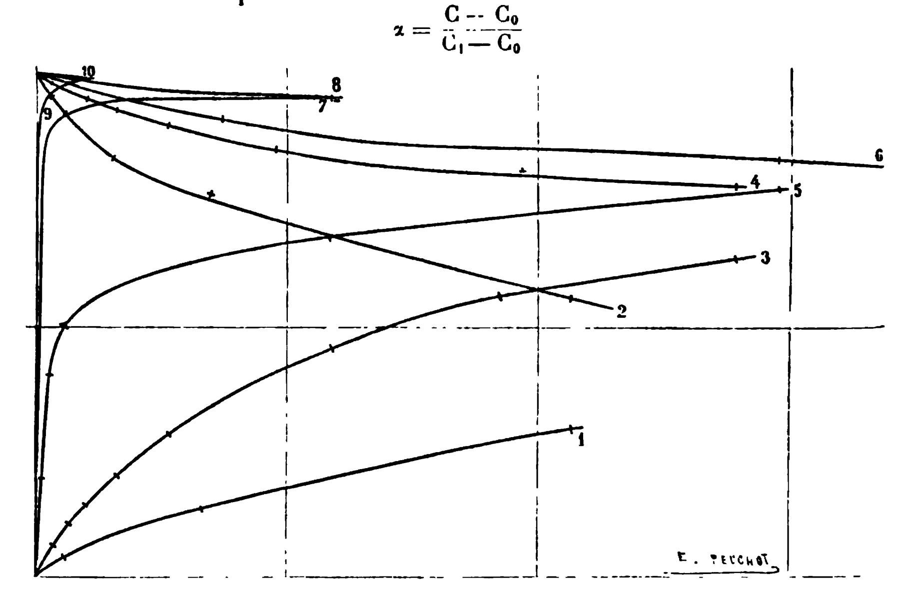
J'ai opéré ainsi, pour chaque degré de concentration, sur trois mélanges contenant respectivement $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$ du liquide modifié.

J'ai reconnu tout d'abord que les variations de la résistance sont très loin d'être proportionnelles à celles de l'altération. En

observant les variations des inverses des résistances, c'est-à-dire des conductibilités, on se rapproche beaucoup plus de la proportionnalité aux altérations chimiques.

Désignons par C_0 et C_1 les conductibilités du liquide primitif et du liquide complètement modifié, par C celle de la dissolution observée. La quantité

$$x = \frac{C - C_0}{C_1 - C_0}$$



ne diffère pas beaucoup du coefficient d'altération K. On trouve que les résultats sont représentés d'une manière satisfaisante par des expressions de la forme

$$K = x[1 + A(1 - x)],$$

dans laquelle le coefficient numérique A est évalué au moyen des trois expériences préalables que je viens de décrire. Chacune de ces trois expériences fournit pour A une valeur peu différente. On a adopté comme valeur de cette constante leur moyenne arithmétique. Les erreurs que l'on pourra commettre seront faibles, A étant toujours assez petit.

Les valeurs trouvées pour le coefficient A, correspondant à diverses concentrations, décroissent de 0,1554 pour la concentration $\frac{1}{381,1}$ à 0,0067 pour la concentration $\frac{1}{8206}$.

Au delà de cette dernière concentration, on peut regarder comme négligeable la valeur de ce coefficient. L'altération est alors égale à la variation de conductibilité et la formule se réduit à

$$K = x.$$

Les résultats obtenus sont représentés par les courbes de la figure ci-contre, dont les abscisses figurent les temps et les ordonnées les coefficients d'altération. Les courbes 1, 3, 5, 7, 9 correspondent aux dissolutions non chauffées, et les courbes 2, 4, 6, 8, 10 aux dissolutions préalablement portées à 100°, pour les concentrations $\frac{1}{581,4}$, $\frac{1}{1469}$, $\frac{1}{5114}$, $\frac{1}{22695}$, $\frac{1}{33260}$.

Influence de la concentration sur la limite. — 1° On voit immédiatement, à l'inspection de ces courbes, que la limite commune, vers laquelle tendent les dissolutions de même concentration, est d'autant plus voisine de l'état primitif que la concentration est plus grande. Cela revient à dire que le rôle de l'eau croît en importance à mesure que sa proportion croît dans le mélange :

Concentrations.	Limites.
$\frac{1}{581,4}$	Entre 0,30 et 0,50
$\frac{1}{1469}$	Entre 0,64 et 0,78
$\frac{1}{5114}$	Environ 0,82
$\frac{1}{22695}$	» 0,95
$\frac{1}{33260}$	» 0,98

Influence du temps. — 2° La vitesse initiale d'altération croît plus vite que l'inverse du carré de la concentration. Cette vitesse diminue ensuite très rapidement à mesure qu'on s'approche de la limite. Au contraire, la rétrogradation devient plus lente à mesure que la concentration diminue; mais, comme la limite se rapproche en même temps de l'unité, le temps total nécessaire pour atteindre le voisinage de cette limite va en décroissant.

Pour atteindre une valeur de K égale à 0,25, il faut, pour les cinq dissolutions comparées, les temps suivants :

$$54^{j},\quad 15^{j},\quad 28^{h},\quad 39^{m},\quad 14^{m}.$$

Influence de la température sur la limite. — La température

à partir de laquelle l'altération est complète s'abaisse à mesure que la concentration diminue.

Concentrations.	Températures d'altération complète.
$\frac{1}{581,4}$	84°
$\frac{1}{1469}$	76
$\frac{1}{5414}$	65
$\frac{1}{22695}$	42
$\frac{1}{33260}$	30

Influence de l'excès d'un des éléments de la réaction. — Les phénomènes que nous venons d'exposer étant dus à l'équilibre qui s'établit entre deux réactions contraires, on doit s'attendre à voir les conditions de cet équilibre se modifier, quand on ajoute au liquide un excès de l'un des produits de la réaction, par exemple d'acide chlorhydrique. Cette addition provoque, en effet, un retour progressif de la liqueur vers sa constitution primitive, jusqu'à un état d'équilibre nouveau.

J'ai pris une dissolution de perchlorure de fer, de concentration $\frac{1}{4987}$, présentant la résistance initiale

35510.

Au bout de soixante-dix-sept jours, sa résistance était devenue

19160.

Il fut mêlé alors dans un ballon de porcelaine avec un volume égal d'une dissolution chlorhydrique au $\frac{1}{13200}$, dont la résistance initiale était

26430.

Ce mélange fournit les résultats suivants :

Temps écoulés.	Résistances.
10 minutes	22920
133 »	23000
43 heures	23300
4 jours	23610
23 »	25100
39 »	25940

Il y a donc rétrogradation du liquide et reconstitution partielle du perchlorure décomposé.

Dans ce même intervalle de trente-neuf jours, la dissolution pure de perchlorure de fer employée à l'expérience avait continué à tendre vers sa limite. Sa résistance était tombée de

1916o à 1868o.

L'addition de l'acide a donc réellement provoqué un phénomène contraire.

Une autre portion de ce mélange a été portée à 100° aussitôt après sa préparation. Cette portion, refroidie et abandonnée à elle-même, a donné :

Temps écoulés.	Résistances.
15 minutes	2153o
15o »	2175o
42 heures	2213o
39 jours	2512o

Ainsi l'application de la chaleur a d'abord provoqué une décomposition plus complète du chlorure, comme cela a lieu d'ordinaire; mais ensuite le liquide, ainsi modifié, est revenu plus vite que le premier vers sa limite. Leurs résistances tendent de nouveau à devenir égales.

D'autres expériences faites sur des dissolutions diversement concentrées ont donné des résultats analogues.

II. — Recherches sur divers autres chlorures.

Le phénomène que nous venons d'étudier en détail sur le perchlorure de fer se produit aussi sur un grand nombre de chlorures, notamment sur les chlorures à plusieurs équivalents de chlore. J'ai choisi parmi ces corps des exemples des types les plus divers, pour donner aux résultats toute la portée dont ils sont susceptibles.

Chlorure de sodium. — Le chlorure de sodium à la température ordinaire conserve indéfiniment le même état. Quand on le porte à 100°, il reprend après son refroidissement la même rési-

stance, soit qu'il n'y ait pas eu d'altération, soit que le retour à l'état primitif par suite du refroidissement se produise instantanément. J'ai entrepris de nouvelles expériences pour trancher cette question.

Chlorure de magnésium. — Ce sel éprouve aux grandes dilutions une faible diminution de résistance avec le temps. Le même phénomène a lieu sous l'influence d'une élévation de température et doit être attribué à une cause analogue à celle que nous avons signalée pour le perchlorure de fer. Une dissolution de concentration $\frac{1}{12530}$ a éprouvé, après avoir été portée à 100°, une diminution de résistance un peu supérieure au centième de la résistance primitive. On observe ensuite le retour vers l'état primitif.

Chlorure d'aluminium. — Je dois à l'obligeance de M. Friedel des échantillons de ce sel, à l'état de cristaux incolores parfaitement purs. Les dissolutions de ce sel manifestent, sans aucun changement de coloration, des altérations dont l'importance croît très vite, à mesure que la concentration diminue.

Avec la concentration $\frac{1}{53,51}$, on n'observe aucun effet appréciable, même à 100°.

A la concentration $\frac{1}{1333}$, l'altération ne commence à être sensible qu'au-dessus de 65°. A 81°, la variation relative de résistance $\frac{R_0 - R_1}{R_0}$ atteint 0,0169. A 100°, elle est voisine de 0,07. Il faut ensuite quatorze jours au liquide refroidi pour reprendre sa résistance primitive.

Avec la concentration $\frac{1}{3264}$, la variation de résistance est déjà notable à 50°. Elle atteint 0,226 à 100°. Le retour à l'état primitif exige trois mois.

Enfin, avec la concentration $\frac{1}{27753}$, l'altération se produit à la température ordinaire.

La variation de résistance atteint à 100° la valeur 0,530, et le phénomène rétrograde se ralentit encore.

Le Tableau suivant contient quelques résultats relatifs à ce dernier liquide :

CONCENTRATION : $\frac{1}{27735}$.

Dissolution froide.

Temps.	Résistances.	$\frac{R_0 - R}{R_0}$.
0	208400	»
1 jour	208900	»
5 jours	207600	0,0038
23 »	206300	0,0101
55 »	205800	0,0125

Chauffée à 41°.

Durées.	Résistances.	$\frac{R_0 - R}{R_0}$.
30 minutes	205300	0,0149
61 »	202900	0,0264

Chauffée à 59°.

35 minutes	195700	0,0609
71 »	190300	0,0869

Chauffée à 100°.

1 minute	136400	0,3455
9 minutes	99100	0,5245
27 »	98000	0,5298

Chauffée à 100°, puis refroidie, depuis

0	98000	0,5298
2 jours	105700	0,4928
7 »	122600	0,4117
14 »	140000	0,3298
33 »	163000	0,2179
76 »	191300	0,0821

Influence d'un excès d'acide. — L'addition d'acide chlorhydrique donne lieu à un phénomène de rétrogradation analogue à celui que nous avons observé avec le chlorure de fer.

Pour le constater, j'ai fait un mélange à volumes égaux d'une dissolution d'acide chlorhydrique $\frac{1}{13200}$ et d'une dissolution de chlorure d'aluminium $\frac{1}{3261}$, dont les conductibilités sont peu différentes. La solution de chlorure avait été préalablement portée à 100° et accusait la résistance

23800.

Le mélange, aussitôt après sa préparation, donna

25350.

Il fut porté, pendant dix minutes, à la température 100°. Immédiatement après son refroidissement, il fournit

27810.

Cet échauffement a donc accru notablement la résistance du mélange. Or il est établi, par l'ensemble des résultats qui précèdent, que si le chlorure d'aluminium avait été porté seul à 100° une seconde fois, sa résistance n'aurait pu que diminuer, en se rapprochant de la limite qui convient à cette température. C'est, du reste, ce qu'on vérifie par une expérience directe. L'addition de l'acide chlorhydrique a donc changé la limite, en la rapprochant de l'état primitif du sel.

Chlorure double de rhodium et de sodium. — Des échantillons purs et cristallisés de ce sel ont été mis à ma disposition par M. Debray, qui avait observé de singuliers changements de coloration dans ses dissolutions. Ces cristaux, de couleur violette, communiquent à une dissolution étendue une nuance rose, qui passe progressivement au jaune sous l'influence d'une première modification moléculaire. Ce premier changement de constitution exige à froid plusieurs jours pour s'accomplir. Il devient rapide sous l'influence de la chaleur et ne paraît pas être réversible, car les dissolutions jaunies ne reprennent pas leur couleur primitive, même par une addition d'acide chlorhydrique.

La diminution de résistance, extrêmement lente pendant cette première période, s'accélère un peu quand le changement de coloration est terminé, mais en restant beaucoup plus lente que dans les chlorures précédents.

Finalement on observe un phénomène de modification réversible, comme dans les cas déjà étudiés. Le retour inverse, après échauffement et refroidissement, se manifeste avec netteté; mais les dissolutions varient encore après plusieurs mois d'observation et continuent à se rapprocher de leur limite.

Dans ce composé l'influence de la concentration est bien moins accusée que dans les précédents. Des altérations déjà très pro-

fondes sont observées, même à la température ordinaire, dans une liqueur de concentration $\frac{1}{109,6}$. La variation relative de résistance atteint 0,221 à la température ordinaire, après quatre-vingt-trois jours. Elle s'élève à 0,398 à 100°, après deux heures. Enfin le liquide, refroidi après avoir été chauffé à 100°, revient en quatre-vingt-trois jours de 0,398 à 0,351.

Les mêmes phénomènes ont été observés, avec des intensités croissantes, pour les concentrations $\frac{1}{1077}$ et $\frac{1}{5349}$. Dans ce dernier cas, la variation de résistance à 100° atteint 0,562, après quatre-vingts minutes.

L'addition d'acide chlorhydrique produit les phénomènes de rétrogradation déjà signalés.

L'addition de chlorure de sodium n'exerce aucune influence appréciable sur l'état du sel.

Bichlorure de platine. — L'altération réversible des liquides qui précèdent ne paraît pas être affectée d'une manière sensible par l'action de la lumière. Il n'en est pas de même des chlorures de platine et d'or.

Le chlorure de platine conservé à l'abri de la lumière, soit dans un ballon de porcelaine, soit dans un flacon de verre entouré de papier noir (1), présente des phénomènes identiques à ceux que nous avons décrits pour le chlorure ferrique.

Mais, si l'on expose la dissolution à la lumière du jour, les modifications deviennent incomparablement plus rapides dans les deux sens, sans que, cependant, la composition limite des dissolutions paraisse changée.

Prenons comme exemple une dissolution au $\frac{1}{1593}$:

Dans l'obscurité.

Temps.	Résistances.
0	26280
30 heures	23240
7 jours	19660
129 »	14620

(1) Je me suis assuré que les parois des vases de verre n'exercent pas dans cette circonstance de perturbations comparables à la grandeur du phénomène observé.

Temps.	Résistances.
A la lumière du jour.	
0	26280
$5^h 32^m$	19630
30^h (9^h de nuit)	16500
7 jours	14420
A la lumière solaire directe.	
0	26280
56 minutes	19060
96 »	15860

Ainsi l'altération qui se produit en sept jours dans l'obscurité n'exige que cinq heures trente minutes à la lumière du jour, et cinquante minutes environ au soleil.

Si une dissolution éclairée est soutraite à l'action de la lumière, son altération se ralentit en restant plus rapide que celle de la dissolution maintenue dès le début dans l'obscurité. Si on l'éclaire de nouveau, on observe une nouvelle accélération.

Les mêmes phénomènes se manifestent aux températures plus élevées.

Même liquide chauffé à 100°.

Temps.	Résistances.
Dans l'obscurité.	
0	26280
45 minutes	20040
105 »	16250
187 »	14930
Au soleil.	
0	26280
5 minutes	14330
15 »	12510

Dans le premier cas, la limite n'est pas encore atteinte au bout de trois heures. Dans le second, elle l'est en quelques minutes.

Même liquide chauffé à 100°, puis refroidi.

Temps.	Résistances.
Dans l'obscurité.	
0	12510
1 jour	12670
5 »	13460
Au soleil.	
0	12510
60 minutes	13520
120 »	13860

La rétrogradation est donc aussi accélérée par l'action de la lumière. L'étude du chlorure de platine à des dilutions plus grandes fournit des résultats analogues, mais la rétrogradation s'atténue et finit par devenir insensible. J'ai observé notamment les concentrations $\frac{1}{5368}$ et $\frac{1}{23200}$.

Sesquichlorure d'or. — Ce sel présente les mêmes particularités que le précédent, d'une façon encore plus marquée. Son altération, déjà rapide dans l'obscurité, est presque instantanée à la lumière. Il est nécessaire de préparer les dissolutions dans une salle obscure.

Une dissolution de concentration $\frac{1}{28256}$ exige environ deux jours dans l'obscurité pour atteindre une résistance limite sensiblement invariable. Le même effet est obtenu après cinquante et une minutes par l'exposition à la lumière du jour; au soleil il se produit en moins d'une minute.

L'altération totale paraît plus faible que sur le chlorure de platine. Cet effet est, probablement en partie, une apparence tenant à la modification rapide du liquide dans les premiers instants, avant la première mesure.

En résumé, les phénomènes dont nous venons de faire l'étude s'étendent à des corps de formules variées. Ils paraissent affecter principalement les chlorures à plusieurs équivalents de chlore. Les chlorures à un seul équivalent, notamment les chlorures alcalins, ne manifestent que des altérations faibles ou nulles, soit que leur constitution ne se prête pas au même dédoublement, soit

que l'effet de cette altération soit trop rapidement détruit pendant le refroidissement, pour qu'on puisse l'observer.

Dans tous les cas où nous avons pu étudier cette altération, elle présente un caractère de réversibilité parfaitement net, sous l'influence de conditions contraires à celles qui l'ont produite. Elle se distingue ainsi des autres phénomènes qui la compliquent dans certains cas et qui donnent lieu à des précipitations non réversibles de matières insolubles.

La lumière joue un rôle important dans la décomposition de plusieurs de ces substances et leur donne une constitution nouvelle, qui, sans elle, ne serait atteinte que très lentement. Cette action préalable peut sans doute contribuer à rendre plus faciles et plus rapides certaines réactions chimiques de ces corps, quand on les fait agir ensuite sur des agents capables de les réduire même dans l'obscurité.

SUR UNE THÉORIE DES PHÉNOMÈNES PYRO-ÉLECTRIQUES;

PAR M. P. DUHEM.

Certains cristaux hémièdres s'électrisent quand on les chauffe: ce phénomène, observé depuis longtemps sur la tourmaline, a été l'objet, de la part d'un grand nombre de physiciens et en particulier de Gaugain, de très importantes recherches expérimentales. Dans ces dernières années, de nouvelles découvertes sont venues agrandir le champ des phénomènes pyro-électriques. MM. Curie ont montré que les cristaux qui s'électrisaient par la chaleur pouvaient aussi s'électriser par compression. MM. Friedel et Curie ont ensuite effectué sur ce sujet une série de travaux qui ont achevé de débrouiller cette question naguère si obscure. Tous ces travaux sont trop connus pour que j'aie besoin d'y insister. Ils sont d'ailleurs exposés de la manière la plus nette dans le *Traité de Minéralogie* de M. Mallard.

Gaugain avait cherché à rapprocher les phénomènes pyro-électriques des phénomènes thermo-électriques; il avait même imaginé, en suivant cette idée, une expérience curieuse, décrite dans tous les Traités de Physique. Cette idée a depuis été à peu près aban-

donnée. C'est cette idée que j'ai reprise, que j'ai cherché à développer. Voici les résultats auxquels je suis parvenu [1].

Le point de départ de mes recherches a été la théorie des phénomènes thermo-électriques fondée par M. Clausius et par Sir W. Thomson sur les principes de la Thermodynamique; avant d'aborder le problème que je voulais étudier, j'ai dû reprendre la démonstration des formules auxquelles étaient parvenus ces deux illustres physiciens et donner à leur théorie une forme nouvelle; mais je laisse de côté ces modifications légères pour arriver de suite à l'application de la théorie en question aux phénomènes pyro-électriques, que j'étudierai seulement sur des cristaux bons conducteurs de la chaleur et de l'électricité.

1. Le fait fondamental qu'il s'agit d'expliquer est le suivant. Entre deux faces d'une plaque de tourmaline taillée normalement à l'axe d'hémiédrie de la substance, il n'existe aucune force électromotrice lorsque la plaque de tourmaline est en équilibre de température avec le milieu ambiant; lorsque cet équilibre est rompu, il existe entre les deux faces de la tourmaline une force électromotrice qui change de signe suivant que la plaque s'échauffe ou se refroidit.

La théorie des phénomènes thermo-électriques nous montre que, pour qu'un conducteur conduisant l'électricité sans électrolyse possède une force électromotrice, il faut :

1° Que tous les points du conducteur ne soient pas à la même température;

2° Que la structure du conducteur ne soit pas homogène.

Nous ne serons pas embarrassés pour découvrir dans notre plaque de tourmaline des différences de température; si la tourmaline s'échauffe, l'extérieur est plus chaud que l'intérieur; si au contraire la tourmaline se refroidit, l'intérieur est plus chaud que l'extérieur. Mais comment la deuxième condition nécessaire de

---

(1) *Applications de la Thermodynamique aux phénomènes thermo-électriques et pyro-électriques.* Ire Partie : *Phénomènes thermo-électriques* (*Annales de l'École Normale supérieure,* 3e série, t. II, p. 405. IIe Partie : *Phénomènes pyro-électriques* (*ibid.*, 3e série, t. III, p. 263).

tout phénomène thermo-électrique, l'hétérogénéité du milieu, se trouve-t-elle remplie?

Nous voyons que, si l'on suppose la tourmaline homogène, on ne peut s'expliquer l'existence des phénomènes pyro-électriques, du moins dans la manière de voir que nous poursuivons ici, mais nous n'avons pas lieu de nous en étonner; l'expérience nous montre en effet qu'une étroite relation unit la pyro-électricité à la forme cristalline; or on ne peut pas davantage comprendre l'existence d'une forme cristalline pour un milieu rigoureusement homogène. Pour se rendre compte de la forme cristalline, Bravais, modifiant les idées d'Haüy, a dû attribuer aux milieux cristallisés une *structure réticulaire*. Voyons si cette conception de Bravais, qui a été, qui est encore si féconde en cristallographie, ne nous conduirait pas aussi, dans un ordre d'idées tout différent, à l'explication des phénomènes pyro-électriques.

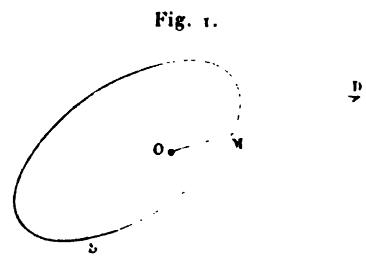
Nous imaginons donc un milieu ayant une structure réticulaire : la température de ce milieu varie d'un point à un autre; nous nous placerons dans l'hypothèse très simple où les surfaces isothermes sont des plans parallèles et nous nommerons *orientation* des surfaces isothermes la direction d'une demi-droite normale à ces surfaces et dirigée dans le sens où la température diminue.

Les principes de la Thermodynamique conduisent alors à cette conséquence fondamentale : si l'on prend deux surfaces isothermes très voisines, l'une à la température T, l'autre à la température $T + \delta T$, entre ces deux surfaces existe une force électromotrice $\rho\,\delta T$, ρ dépendant de la nature de la substance, de la température au point considéré, et, c'est là le point fondamental, de l'*orientation des surfaces isothermes*. Si, par exemple, nous renversons cette orientation, si la température, au lieu de croître de la gauche vers la droite, croît de la droite vers la gauche, ρ prendra une autre valeur ρ'.

A partir d'un point O (*fig.* 1), menons une demi-droite OD qui représente l'orientation d'une famille de plans isothermes. Sur cette droite, portons, à partir du point O, un rayon vecteur OM qui représente la valeur de ρ à la température T et pour cette orientation de plans isothermes. Pour chaque température T, le lieu des points M sera une surface fermée entourant le point O; c'est la *surface de pyro-électricité relative à la température* T.

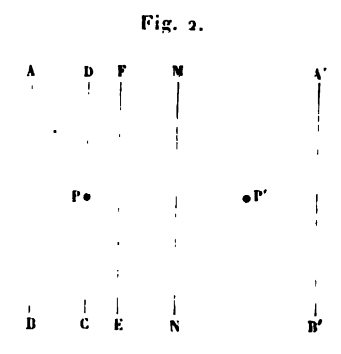
Tout problème de pyro-électricité se ramène à la considération de la surface précédente.

Fig. 1.



Prenons, par exemple, une lame de tourmaline à faces parallèles

Fig. 2.



qui se refroidit. A l'intérieur de cette lame se trouve un plan MN, parallèle aux faces de la lame (*fig.* 2) qui, à l'instant t, possède une température T_1 plus élevée que la température d'un autre point quelconque de la lame. Les faces AB, A'B' de la lame sont à une même température T_0, inférieure à la température de tous les autres points de la lame.

Partons de la face de gauche AB et allons jusqu'au plan MN. Dans ce trajet toutes les surfaces isothermes que nous rencontrons ont la même orientation ; elles sont toutes orientées de droite à gauche ; en un quelconque des points P que nous rencontrons sur ce trajet, ρ a une valeur qui dépend uniquement de la température T au point P. Si nous menons un plan isotherme CD par le point P, et, à droite de ce plan, un autre plan isotherme EF correspondant à la température $(T + dT)$, entre le plan CD et le plan EF existera une force électromotrice $\rho(T)dT$. La force électromotrice

qui existe entre la face AB et le plan MN aura alors pour valeur

$$\int_{T_0}^{T_1} \rho(T)dT.$$

Passons ensuite de la surface isotherme MN à la face A′B′; dans ce nouveau trajet nous rencontrons des surfaces isothermes qui ont toutes la même orientation; elles sont toutes orientées de la gauche vers la droite; mais cette orientation est inverse de celle que l'on rencontrait en passant de la face AB au plan MN. En un point P′, où la température a une valeur T, ρ a une valeur $\rho'(T)$, différente de $\rho(T)$. La force électromotrice qui existe entre le plan MN et la face A′B′ a pour valeur $\int_{T_1}^{T_0} \rho'(T)dT$. Il en résulte que la force électromotrice qui existe entre les faces AB et A′B′ de la lame de tourmaline a pour valeur

$$\mathcal{E} = \int_{T_1}^{T_0} [\rho(T) - \rho'(T)]dT.$$

Si, comme il arrive en général dans la pratique, les deux températures T_0 et T_1 sont peu différentes, on pourra négliger la variation que subit la surface de pyro-électricité avec la température, et écrire simplement

$$\mathcal{E} = (\rho - \rho')(T_1 - T_0),$$

ρ et ρ' étant les valeurs de $\rho(T)$ et $\rho'(T)$ pour une température voisine de T_1 et de T_0.

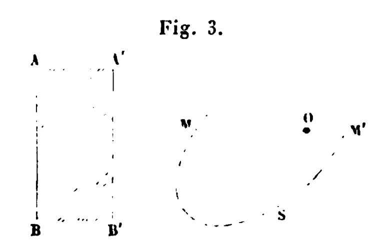
De là la règle suivante :

Pour connaître la force électromotrice d'une lame pyro-électrique AB, A′B′ (*fig.* 3), il faut tracer la surface de pyro-électricité S et par le point O, qui sert de pôle à cette surface, mener une normale aux faces AB, A′B′ de la lame. Cette normale rencontre la surface S en deux points M et M′. En multipliant la différence des deux rayons vecteurs OM, OM′ par la différence entre la température T_1 à l'intérieur de la lame et la température T_0 à l'extérieur, on aura la force électromotrice cherchée.

Cette règle conduit bien simplement aux lois fondamentales des phénomènes pyro-électriques : je veux indiquer seulement une application de cette règle.

Pour qu'un cristal donné, taillé en lame parallèle suivant une direction déterminée, présente des phénomènes pyro-électriques, il est nécessaire et suffisant que le point O ne soit pas le milieu de la corde MM′ de la surface de pyro-électricité normale aux faces de la lame. Donc, pour que dans un cristal donné il soit possible de tailler des lames à faces parallèles qui présentent des phénomènes pyro-électriques, il est nécessaire et suffisant que le point O ne soit point centre de la surface de pyro-électricité.

Fig. 3.



Or, l'ensemble de la surface de pyro-électricité et du point O forme une certaine figure, et cette figure présente au moins la même symétrie que la structure du milieu cristallin à l'intérieur de l'une des mailles du réseau. D'autre part, on est naturellement porté à supposer, au moins comme première approximation, que la surface de pyro-électricité a la forme d'un ellipsoïde. Si l'on fait cette hypothèse, voici comment peut s'énoncer la condition pour qu'un cristal déterminé soit pyro-électrique : il faut que la structure interne de la maille du réseau n'admette pas de centre et ait au plus un axe de symétrie. C'est la règle à laquelle M. Mallard est parvenu d'une manière différente; cette règle résume toutes les observations de MM. Friedel et Curie.

Un cristal non compris dans la règle précédente ne peut manifester de phénomènes pyro-électriques que si les déformations altèrent la symétrie naturelle de sa structure.

2. Ces altérations de symétrie jouent un rôle important dans l'étude de la *piézo-électricité,* c'est-à-dire de l'électrisation par compression de certains cristaux, phénomène étudié par M. Curie.

Supposons tout d'abord qu'on étudie une lame d'un cristal naturellement pyro-électrique, par exemple une lame de tourmaline taillée normalement à l'axe. Si l'on comprime brusquement

cette lame, il résulte du principe de Carnot qu'elle va s'échauffer à l'instant même, car son coefficient de dilatation est positif. Une fois la compression brusque opérée, si l'on abandonne à elle-même cette lame comprimée et plus chaude que le milieu environnant, elle va se refroidir et manifester les mêmes phénomènes pyro-électriques qu'une tourmaline soumise à un refroidissement. Au contraire, cette tourmaline étant ramenée à l'état neutre, si on la détend brusquement, ce qui la refroidira, puis si on l'abandonne à elle-même, elle va se réchauffer aux dépens du milieu environnant et manifester les mêmes phénomènes qu'une tourmaline qui s'échauffe. C'est précisément ce que nous ont appris les expériences de MM. Curie. Les phénomènes seraient renversés, comme l'ont prévu MM. Curie, pour les cristaux dont le coefficient de dilatation suivant l'axe d'hémiédrie serait négatif.

On peut constater la piézo-électricité dans des cristaux, comme le quartz, qui ne sont pas naturellement pyro-électriques. La pression joue alors un double rôle. Elle rend le cristal pyro-électrique en le déformant et sert en outre à l'échauffer ou à le refroidir.

En suivant l'ordre d'idées que j'indique seulement ici d'une manière générale, on peut expliquer les principales particularités des phénomènes piézo-électriques. Je ne veux point m'attarder ici à l'examen de ces particularités. Je ne m'occuperai plus que d'un seul phénomène qui se rattache aux précédents.

MM. Curie ayant montré que la compression pouvait électriser certains cristaux hémièdres, M. G. Lippmann indiqua que l'électrisation des mêmes cristaux devait faire varier leurs dimensions. MM. Curie ont vérifié par l'expérience cette loi de réciprocité. Voici comment elle s'interprète dans notre manière de voir.

Lorsqu'on maintient à des niveaux potentiels différents les deux faces d'une tourmaline, la température ne garde pas la même valeur en tous les points du cristal; pour que l'équilibre s'établisse il faut que la température prenne dans les parties centrales de la tourmaline, suivant le signe de la différence de niveau potentiel, une valeur supérieure ou inférieure à celle de la température du milieu ambiant qui était aussi la température initiale du cristal. Par suite de cette variation de température, la tourmaline se dilate ou se contracte, et il est facile de voir que cette dilatation ou cette

contraction satisfait en toute occurrence à la loi de réciprocité signalée par M. Lippmann.

Mais par quel mécanisme s'établit et se maintient cet équilibre, dans lequel les diverses parties de la tourmaline ont des températures différentes? Il est facile de s'en rendre compte. Supposons que, cet équilibre étant tout d'abord établi, la distribution de températures par laquelle il est assuré vienne à subir une perturbation infiniment petite; l'équilibre est rompu, un courant infiniment faible prend naissance à l'intérieur de la tourmaline. La quantité de chaleur que ce courant dégage conformément à la loi de Joule est proportionnelle au carré de son intensité : c'est un infiniment petit du second ordre qui doit être négligé; mais, dans l'intérieur du réseau, se produisent des phénomènes thermiques proportionnels à l'intensité du courant, changeant de signe lorsque cette intensité change de sens, et analogues à ceux que Peltier et Sir W. Thomson ont signalé dans les circuits métalliques. Les premiers phénomènes sont liés aux forces électromotrices de pyro-électricité comme les phénomènes de Peltier et de Sir W. Thomson sont liés aux forces électromotrices de thermo-électricité. Cette relation permet de démontrer que le phénomène thermique ainsi produit rétablira aussitôt l'équilibre un instant troublé et en assurera la stabilité.

Telle est, dans ses traits généraux, la théorie que je désirais exposer. On voit que, d'après cette théorie, les phénomènes piézo-électriques ne sont autre chose que des phénomènes pyro-électriques dans lesquels la lame cristalline est échauffée par compression; que les phénomènes pyro-électriques ne sont eux-mêmes que des phénomènes thermo-électriques produits dans des conducteurs dont le manque d'homogénéité est dû à leur structure réticulaire; que, par conséquent, si cette théorie est exacte, ces trois chapitres de la Physique : Thermo-électricité, Pyro-électricité et Piézo-électricité se trouvent réunis en un seul que la Thermodynamique permet de traiter d'une manière entièrement rationnelle.

MESURE DE LA DIFFÉRENCE DE POTENTIEL VRAIE DE DEUX MÉTAUX AU CONTACT;

Par M. H. PELLAT.

On sait que les mesures électroscopiques ne fournissent que la différence de potentiel de deux métaux au contact, compliquée des différences de potentiel entre les métaux et le milieu isolant qui les entoure. D'un autre côté, le phénomène Peltier ne permet pas, ainsi que je l'ai montré (¹), d'obtenir la différence de potentiel de deux métaux, comme on l'a cru quelquefois. En l'absence de toute donnée positive sur cette quantité, les opinions sont partagées, certains physiciens croyant, avec Volta, qu'elle est de l'ordre de grandeur des forces électromotrices des piles hydro-électriques, d'autres croyant, avec Maxwell, qu'elle est beaucoup plus faible, de l'ordre des forces électromotrices thermo-électriques.

Voici une expérience qui donne, dans un cas particulier, la différence de potentiel vraie de deux métaux au contact, et qui montre que c'est l'opinion de Volta qui est exacte.

Rappelons d'abord que la surface de contact de deux conducteurs est comparable à un condensateur, le conducteur au plus haut potentiel étant chargé d'une couche d'électricité positive, vis-à-vis de laquelle se trouve une couche égale d'électricité négative sur le conducteur au plus bas potentiel : la valeur de chacune de ces couches n'est nulle que dans le cas de l'égalité des potentiels. C'est une conséquence forcée des lois de Coulomb, comme le montre aisément le théorème de Gauss (²).

L'analogie de cette couche électrique double et de celle qui se trouve sur les armatures d'un condensateur est encore plus complète dans le cas où l'un des conducteurs est un liquide électrolytique et l'autre une électrode, un métal par exemple. Dans ce cas, on peut faire varier la charge de la couche double en plaçant ces conducteurs dans un circuit contenant une force électromo-

(¹) *Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 122.
(²) *Ibid.*, 2e série, t. II, p. 116.

trice : c'est le phénomène de polarisation. Or, si la force électromotrice de polarisation est inférieure à celle qui est nécessaire pour produire la décomposition de l'électrolyte, l'électricité ne peut passer directement de ce liquide à l'électrode; en vertu des lois de Faraday, en effet, l'électricité ne peut passer qu'en entraînant les ions avec elle. Tant qu'il n'y a pas décomposition, les phénomènes électriques sont donc les mêmes que si une lame isolante existait entre la couche électrique placée sur l'électrolyte et la couche de signe contraire placée sur l'électrode : la valeur de ces couches ne peut être modifiée que par un flux d'électricité traversant tout le circuit contenant la force électromotrice qui sert à la polarisation; les expériences de plusieurs physiciens et, en particulier, celles de M. Blondlot sur la *capacité de polarisation* ne laissent aucun doute à cet égard (¹).

Considérons maintenant l'appareil suivant : Deux vases communiquants renferment du mercure; l'un A est large, l'autre B est formé par un tube presque capillaire. Un troisième vase C très large contient aussi du mercure. En B et en C le mercure est recouvert par de l'eau acidulée, et ces deux vases communiquent par un siphon rempli du même liquide. Enfin, deux fils de platine relient respectivement le mercure de C et celui de B aux bornes d'un galvanomètre. Dans ces conditions, si l'on fait varier, même très légèrement, l'étendue de la surface de contact du mercure B et de l'eau acidulée, le galvanomètre accuse un courant, dont le sens dépend du signe de la variation. C'est là un phénomène découvert par M. Lippmann et dont l'explication n'est pas douteuse, aujourd'hui que nous connaissons l'existence des couches électriques doubles; le circuit étant fermé, la différence de potentiel entre l'eau acidulée et le mercure B est constante; si l'on fait varier l'étendue de la surface de contact, on est dans le même cas que si l'on faisait varier l'étendue des armatures d'un condensateur réunies par une force électromotrice maintenant constante leur différence de potentiel : la variation d'étendue entraînerait un courant de charge ou de décharge. Le sens du courant indique ici que le mercure est à un potentiel plus élevé que l'eau acidulée.

(¹) *Journ. de Phys.*, 1re série, t. X, p. 277, 333, 434.

Or j'ai pensé qu'on pourrait annuler ces courants ou même en changer le signe, en introduisant dans le circuit une force électromotrice qui polariserait dans le sens convenable le petit mercure B, sans polariser sensiblement le grand mercure C. C'est effectivement ce qui a eu lieu, et, en me servant d'une force électromotrice variable à volonté et connue, j'ai trouvé ainsi que, pour $e = 0^{\text{volt}},97$, la variation de la surface de contact ne donnait plus de courant. Dans ces conditions, la couche double entre le mercure B et l'eau acidulée est donc nulle; c'est-à-dire que ces deux liquides sont au même potentiel; puisque, dans le circuit fermé comprenant le galvanomètre, il n'y a pas de courant, la force électromotrice totale est nulle; par conséquent, la différence de potentiel entre le grand mercure C (non polarisé) [1] et l'eau acidulée est égale en valeur absolue à $e(= 0^{\text{volt}},97)$. Le nombre trouvé ainsi est tout à fait d'accord avec celui que M. Lippmann a déterminé d'après la force électromotrice qui rend maximum la constante capillaire.

J'ai ensuite remplacé partout dans l'appareil le mercure par l'amalgame de zinc pur liquide, et j'ai trouvé par le même procédé que *la différence de potentiel normale entre l'amalgame de zinc et l'eau acidulée est presque nulle* ($0^{\text{volt}},02$ dans le même sens que pour le mercure).

Enfin, j'ai construit une pile ayant pour électrodes le mercure et l'amalgame de zinc liquide séparés par de l'eau acidulée, et comme pôles des fils de platine. La force électromotrice de celle-ci était $E = 1^{\text{volt}},44$. Or, en représentant d'une façon générale par $X \mid Y$ l'excès de potentiel que présente un conducteur Y sur le conducteur X au contact avec lui, et en désignant par P, M, A, L le platine, le mercure, l'amalgame et l'eau acidulée, on a l'identité

$$E = P \mid A + A \mid L + L \mid M + M \mid P;$$

et comme

$$E = 1,44, \qquad L \mid M = 0,97, \qquad A \mid L = -0,02,$$

---

[1] En réalité, ce large mercure C se polarisait très légèrement; je tenais compte de cette faible polarisation en mesurant la force électromotrice de la pile fournie par le mercure C, l'eau acidulée et un autre large mercure D, qui, n'étant jamais traversé par un courant, ne pouvait se polariser.

on en tire

$$P \mid A - P \mid M = 0^{volt},49.$$

Ainsi la différence de potentiel vraie du platine et de l'amalgame de zinc au contact $(P \mid A)$ surpasse de $0^{volt},49$ la même quantité pour le platine et le mercure $(P \mid M)$. Du reste, d'après la loi des tensions de Volta, on a

$$P \mid A - P \mid M = M \mid A;$$

c'est-à-dire que le mercure présente sur l'amalgame mis au contact avec lui un excès de potentiel de $0^{volt},49$.

Ainsi, dans cette pile, la différence de potentiel entre le liquide et le métal attaqué est à peu près nulle, tandis qu'elle est relativement grande soit entre le liquide et le métal non attaqué, soit entre les métaux.

Comme un peu de sulfate de zinc pouvait se former au contact de l'eau acidulée et de l'amalgame, et qu'on pouvait craindre que ce nouveau corps pût perturber le phénomène, les mêmes expériences ont été reprises en remplaçant l'eau acidulée par une dissolution de sulfate de soude neutre qui ne peut attaquer ni le mercure ni le zinc : le nombre trouvé pour $M \mid A$ a été à peu près le même.

Enfin, il est à noter que l'amalgame de zinc liquide dont je me suis servi dans ces expériences, employé à la place du zinc amalgamé solide, dont on se sert habituellement, dans une pile, donne à celle-ci la même force électromotrice; plus exactement, il lui donne une force électromotrice un peu supérieure, ce qui tient probablement à la plus grande pureté de l'amalgame. Il est donc légitime d'étendre les conclusions au cas du zinc amalgamé solide.

SUR LA CONDUCTIBILITÉ CALORIFIQUE DU BISMUTH DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE ET LA DÉVIATION DES LIGNES ISOTHERMES (1);

PAR M. A. LEDUC.

Par la découverte et l'étude de l'augmentation considérable de la résistance électrique du bismuth introduit dans un champ magnétique, je fus amené à supposer que la conductibilité calorifique de ce métal devait être modifiée d'une manière analogue. C'est ce que j'ai entrepris de vérifier il y a quelques mois, et l'expérience a pleinement confirmé mes prévisions. Non seulement la conductibilité calorifique du bismuth varie avec le champ magnétique où il est placé, mais elle me paraît diminuer dans le même rapport que la conductibilité électrique.

On conçoit qu'il doive en être ainsi, si l'on admet avec moi que le champ magnétique modifie la structure moléculaire du métal.

Il y a plus : cette modification qui entraîne la déviation des lignes équipotentielles (phénomène de Hall) doit produire une déviation égale des lignes isothermes si l'on introduit dans une lame de bismuth un flux calorifique au lieu d'un courant; c'est ce que j'ai eu l'avantage de vérifier récemment.

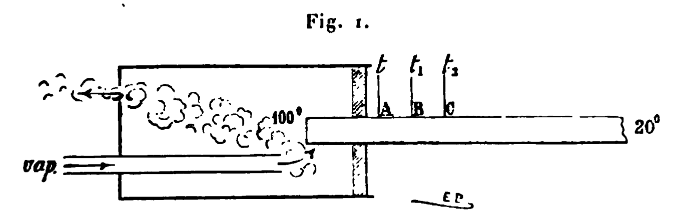
Il est bien probable que ces phénomènes ne sont pas plus particuliers au bismuth que leurs analogues en électricité; mais, s'ils leur sont égaux, comme je suis porté à le croire, il est clair que leur étude sur un métal quelconque sera très délicate. La variation de la conductibilité pourra néanmoins être étudiée assez facilement par la méthode que j'ai suivie pour le bismuth.

I. *Variation de la conductibilité calorifique.* — Un barreau de bismuth de 7^{mm} à 8^{mm} de diamètre et de $0^{m},30$ de longueur est coulé dans un tube de verre muni de trois fils de platine A, B, C (*fig.* 1) équidistants et qui pénètrent légèrement dans ce tube, de sorte que leurs extrémités se trouvent insérées dans le

(1) Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, du 20 juin 1887.

bismuth solidifié. Le barreau (toujours contenu dans le tube, qui s'est fendu au moment de la solidification) est placé entre les surfaces polaires d'un fort électro-aimant distantes de $0^m,01$, et l'une de ses extrémités est introduite dans une étuve à vapeur d'eau, de manière que le fil A se trouve près de la sortie de l'étuve et à l'entrée du champ. Les trois fils A, B, C sont successivement reliés deux à deux à un galvanomètre de faible résistance qui sert à mesurer (par la méthode d'opposition) les différences de potentiel qui s'établissent entre eux sous l'influence du flux de chaleur.

Fig. 1.



Soient t, t_1, t_2 les excès de température des soudures A, B, C. Les deux fils A et B, par exemple, constituent avec le bismuth interposé deux couples $B_i - P_t$ opposés, de sorte que la différence de potentiel entre A et B est proportionnelle à la différence de température $(t - t_1)$ des deux soudures, et peut lui servir de mesure. Or il est facile de constater que cette différence $(t - t_1)$ augmente lorsqu'on excite l'électro-aimant, ce qui indique une diminution dans la conductibilité. J'ai d'ailleurs constaté par des expériences directes, au début de cette étude, que la température d'un point quelconque du barreau s'abaisse quand on excite l'électro-aimant, ce qui suffit à établir notre proposition. Il est bon de remarquer que la différence des températures de deux points suffisamment éloignés de la source peut diminuer sous l'influence du champ magnétique.

Je donnerai, à titre d'exemple, les résultats d'une expérience dans laquelle on avait à peu près $AB = BC = 2^{cm}$. Le champ M valait environ 7800 C.G.S. Nous représenterons les différences de température par les différences de potentiel exprimées en microvolts :

	$t - t_1$.	$t_1 - t_2$.
En l'absence du champ....	1950	572
Avec le champ...........	2060	583

Les températures t_1 et t_2 peuvent être exprimées en fonction de t par les formules

$$t_1 = te^{-ax}, \qquad t_2 = te^{-2ax},$$

dans lesquelles x désigne la distance AB.

On en tire

$$ax = \mathcal{L}\frac{t - t_1}{t_1 - t_2}.$$

On obtient donc deux valeurs différentes de a, suivant que le barreau est ou non dans un champ magnétique, et le rapport des carrés de ces deux valeurs exprime le rapport inverse $\frac{C'}{C}$ des conductibilités correspondantes.

Le calcul fait sur les nombres ci-dessus donne

$$\frac{C'}{C} = \frac{a^2}{a'^2} = 0{,}86.$$

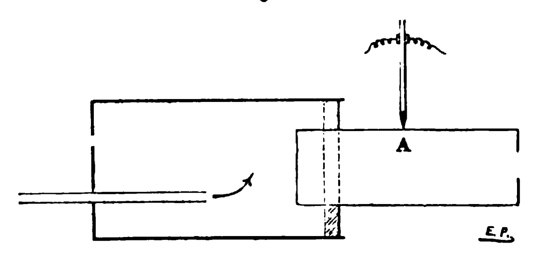
Or j'ai trouvé autrefois, en opérant sur divers fils de bismuth préparés comme le barreau actuel, que la résistance électrique augmente dans les mêmes conditions de 18 à 20 pour 100, ce qui correspond à une diminution de conductibilité de 16 pour 100 en moyenne (au lieu de 14). La différence entre ces deux derniers nombres peut être attribuée d'une part aux particularités de l'échantillon et, d'autre part, aux diverses causes d'erreur de l'expérience actuelle, et particulièrement à ce que l'égalité AB = BC n'était pas exactement réalisée. Je compte m'en assurer prochainement.

II. *Déviation des lignes isothermes.* — Une lame de bismuth de 20^{cm} de longueur, 4^{cm} de largeur, et $0^{cm},3$ d'épaisseur est placée entre les surfaces polaires de l'électro-aimant distantes de $0^{cm},5$. L'une de ses extrémités pénètre dans l'étuve et une sonde thermo-électrique est appliquée en un point fixe A (*fig.* 2).

Cette sonde est reliée au galvanomètre dont l'aiguille est ramenée au zéro par la méthode de compensation. Il est facile de s'assurer que la température du point A est modifiée en général quand on excite l'électro-aimant, et en tous cas lorsque l'on renverse le champ.

L'expérience m'a montré que la déviation de la ligne isotherme AB (*fig.* 3) se produit dans le même sens que celle de la ligne équipotentielle de même nom (dans le cas où le flux calorifique

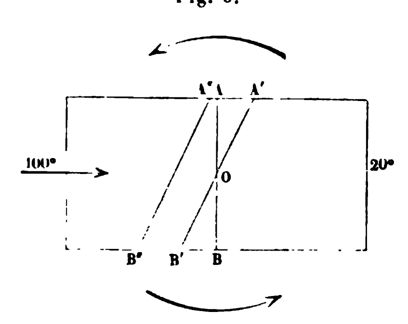
Fig. 2.



est remplacé par un courant). Reportons-nous à la *fig.* 3 où les grandes flèches courbes indiquent le sens du courant magnétisant.

La ligne isotherme AB prend la direction A′B′. Mais, en vertu de la diminution de conductibilité constatée plus haut, elle se transporte à peu près parallèlement à elle-même en A″B″. L'effet

Fig. 3.



constaté en A est la différence des deux autres, tandis qu'en B l'on observe la somme de ces deux effets. L'inverse a lieu si l'on renverse le champ. Si donc la lame est placée en avant d'un pôle austral, comme le montre la figure, la variation de température observée en A pourra être positive ou négative suivant la position de ce point et la largeur de la lame.

Il existe du côté de A un point dont la température ne change pas quand on produit le champ, et la détermination de ce point permettra de connaître la déviation AOA′. Mais la mesure de cet

angle s'obtient plus facilement par le renversement du champ. On élimine ainsi l'effet de la diminution de conductibilité et l'on observe une variation de température double de celle qui est due à la déviation étudiée. Il suffit de connaître cette variation θ, l'excès moyen T de la température T du point A pendant l'expérience, le coefficient a' déterminé comme ci-dessus et la largeur l de la lame, pour calculer la déviation AOA'.

En effet, si l'on désigne par x une petite longueur comptée de part ou d'autre du point A, on a sensiblement

$$l\delta = 2x,$$

avec

$$T(e^{a'x} - e^{-a'x}) = \theta.$$

Vu la petitesse de la quantité $a'x$, on peut remplacer $(e^{a'x} - e^{-a'x})$ par les premiers termes de son développement, ce qui donne

$$2a'x\left(1 + \frac{a'^2x^2}{6} + \frac{a'^4x^4}{120}\right) = \frac{\theta}{T},$$

et l'on a une première valeur très approchée

$$2x = \frac{\theta}{a'T},$$

que l'on pourra corriger par la méthode bien connue.

On a donc, pour valeur approchée de la déviation,

$$\delta = \frac{\theta}{a'lT}.$$

Je me suis borné jusqu'ici à constater les faits que je viens d'exposer; je me propose d'effectuer prochainement quelques mesures.

Remarque. — MM. Ettingshausen et Nernst ont publié, en novembre dernier (¹), des expériences qui ont la plus grande analogie avec les miennes, mais dont les conclusions sont opposées. Ils ont observé en particulier que, si l'on soude en deux points A et B d'une ligne isotherme (*fig.* 3) deux électrodes réunies aux

(¹) *Poggendorff's Annalen*, t. XXIX, p. 343; 1886. *Voir* p. 292 de ce Volume l'analyse de ce Mémoire.

bornes d'un galvanomètre, il se produit sous l'influence du champ une force électromotrice entre ces points A et B. Ils ignorent la cause de ce phénomène, mais ils affirment qu'il n'est point de nature thermo-électrique. Ils ont vérifié, en effet, disent-ils, que la température des soudures ne varie pas sous l'influence du champ, et que le phénomène ne change pas quand on fait varier la nature des électrodes.

Ce dernier fait est peu surprenant, car le pouvoir thermo-électrique du bismuth est tellement considérable par rapport à celui des métaux, en général, que l'on altère peu la force électromotrice d'un couple à bismuth en faisant varier l'autre métal. Il est probable cependant que l'on observerait un changement notable si l'on employait successivement le fer et le maillechort.

Quant à la première affirmation, je ne puis me l'expliquer qu'en admettant que ces observateurs ont opéré dans un champ de direction constante et ont placé par hasard leur sonde thermo-électrique au voisinage du point dont la température reste en effet invariable pour la raison que j'en ai donnée ci-dessus.

RECHERCHES SUR L'APPLICATION DU POUVOIR ROTATOIRE A L'ÉTUDE DE CERTAINS COMPOSÉS QUI SE PRODUISENT DANS LES SOLUTIONS D'ACIDE TARTRIQUE;

PAR M. D. GERNEZ.

Après de longues années d'études persévérantes sur le pouvoir rotatoire des liquides et sur les applications que l'on peut faire de cette propriété aux « recherches de Mécanique chimique », Biot avait reconnu que l'acide borique ([1]), bien que dénué d'action sur la lumière polarisée, à l'état solide ou en solution aqueuse, peut faire éprouver aux solutions d'acide tartrique droit des changements perceptibles seulement aux épreuves optiques; il montra que ces changements se traduisent : 1° par la disparition des anomalies que présente la dispersion des plans de polarisation pour les rayons diversement colorés qui traversent les solutions

---

([1]) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XVI, p. 259 (1837).

tartriques; 2° par une augmentation notable du pouvoir rotatoire de ces solutions, pouvoir rotatoire qui peut être rendu jusqu'à quatre fois plus grand pour une quantité convenable d'acide borique.

L'acide tartrique gauche, découvert en 1849 par M. Pasteur (¹). manifesta les mêmes propriétés, et, plus tard, M. Pasteur (²) trouva que l'acide borique produit sur les acides maliques des actions analogues.

Les lois suivant lesquelles varie le pouvoir rotatoire dans ces mélanges complexes ont été, de la part de Biot, l'objet de longues et patientes recherches qu'il poursuivit jusque dans ses dernières années; les mesures qu'il effectua sur des solutions de composition variable l'ont conduit à admettre l'existence de « combinaisons moléculaires en proportions continûment variables qui s'opèrent invisiblement dans des milieux liquides, sans qu'aucune de leurs parties se sépare de l'ensemble (³) ».

Il m'a paru intéressant de chercher s'il n'y aurait pas moyen d'élucider cette question de l'existence de combinaisons chimiques en proportions continûment variables, par une étude analogue à celle de Biot appliquée à des solutions dans lesquelles des effets de dissociation risquaient moins de masquer le phénomène principal.

Des expériences préliminaires m'ont conduit à reconnaître qu'il est des substances sans action propre sur la lumière polarisée et qui ont, comme l'acide borique, la propriété de faire disparaître les anomalies de la loi de dispersion des acides tartrique et malique et d'augmenter la valeur absolue de leur pouvoir rotatoire dans des proportions tout à fait inattendues; tels sont les composés de la classe des amides : formamide, acétamide, urée, etc.; des acides, tels que les acides arsénique, arsénieux, molybdique et antimonique; des sels, tels que les arséniates, les molybdates et les tungstates alcalins. C'est ainsi, par exemple, que le molybdate de soude, ajouté à une solution aqueuse d'acide tartrique, peut rendre son pouvoir rotatoire plus de trente-cinq fois plus

---

(¹) *Annales de Chimie et de Physique,* 3ᵉ série, t. XXVIII, p. 108.
(²) *Ibid.*, t. LIX, p. 244.
( ) *Ibid.*, p. 206 (1860).

grand et le molybdate d'ammoniaque plus de cinquante fois plus grand. Cette augmentation du pouvoir rotatoire, qui est variable avec le temps, lorsqu'il s'agit de l'acide arsénique, est définitive dès les premiers instants lorsqu'on emploie les molybdates alcalins. Ce sont surtout ces composés que j'ai employés pour l'étude que j'avais en vue : la grandeur des quantités à mesurer, la précision avec laquelle l'appareil à pénombres de M. Laurent se prête aux mesures des pouvoirs rotatoires pour la lumière sensiblement monochromatique du sodium, une légère modification que j'ai apportée à la disposition des tubes qui reçoivent les liquides ([1]), enfin la grande solubilité des molybdates alcalins dans les solutions aqueuses d'acide tartrique m'ont permis de réaliser assez facilement des expériences précises jusqu'aux limites où leur discussion présente de l'intérêt.

Pour rendre plus facile l'interprétation des résultats et simplifier les calculs, j'ai préparé des séries de dissolutions qui, pour une quantité constante d'acide tartrique droit, contiennent, sous le même volume et à la même température, des quantités de l'autre substance représentant, par rapport au poids employé d'acide tartrique, des fractions simples et graduellement croissantes d'équivalent du corps inactif.

Le Tableau suivant comprend les résultats d'une série d'expériences effectuées à la température de 17° sur des solutions contenant toutes $1^{gr},250$ d'acide tartrique droit, additionnées de quantités croissantes de molybdate de soude, depuis $\frac{1}{24}$ d'équivalent jusqu'à $7^{éq}$, et d'eau distillée en quantité telle que les volumes des divers liquides étaient amenés à 50^{cc}. Les rotations ont été observées à l'aide d'un tube dont la longueur est de $105^{mm},7$. La solution d'acide tartrique sans addition de molybdate de soude présentait une rotation de $0°21'$.

([1]) Au lieu de faire usage des tubes classiques en verre épais montés dans une enveloppe de laiton facilement attaquée par les acides et qui, outre leur prix élevé, ont l'inconvénient de ne pas laisser le liquide prendre facilement la température ambiante, j'ai employé des tubes de verre mince présentant à leurs extrémités un rebord contre lequel s'appuie un disque de glace maintenu par une simple bague en caoutchouc.

Quantités de molybdate de soude.	Rotations.	Équivalents de ce sel pour 1éq d'acide tartrique.	Différences des rotations.
gr	° '		'
0,084	0.50	$\frac{1}{24}$	29
0,168	1.21	$\frac{1}{12}$	31
0,336	2.22	$\frac{2}{12}$	61
0,504	3.23	$\frac{3}{12}$	61
0,672	4.25	$\frac{4}{12}$	62
0,840	5.26	$\frac{5}{12}$	61
1,008	6.26	$\frac{6}{12}$	60
1,176	7.37	$\frac{7}{12}$	71
1,344	8.49	$\frac{8}{12}$	72
1,512	10. 8	$\frac{9}{12}$	79
1,680	11.30	$\frac{10}{12}$	82
1,849	12.39	$\frac{11}{12}$	69
2,017	13.39	$\frac{12}{12} = 1$	—60
2,187	13.33	$\frac{13}{12}$	— 6
2,353	13.33	$\frac{14}{12}$	0
2,521	13.31	$\frac{15}{12}$	— 2
3,024	13.21	$\frac{18}{12} = 1,5$	—10
4,033	13.11	2,0	—10
5,042	12.57	2,5	—14
6,048	12.44	3,0	—13
8,066	12.30	4,0	—14
10,084	12. 1	5,0	—29
12,100	11.45	6,0	—16
14,117	11.10	7,0	—25

L'inspection de ces nombres conduit à l'interprétation suivante :

1° Lorsque l'acide tartrique et le molybdate de soude se trouvent dans la solution à équivalents égaux, il y a formation d'une substance dont le pouvoir rotatoire est de 37,57 fois celui de l'acide tartrique ; la combinaison formée aurait pour composition

$$C^8H^6O^{12}, NaO\,MoO^3.$$

2° On s'explique alors facilement que, dans les solutions qui, pour le même poids d'acide tartrique, contiennent moins de molybdate de soude, l'augmentation de la rotation soit rigoureusement

proportionnelle au poids de la substance inactive ajoutée jusqu'à ce que la solution contienne $\frac{1}{2}$ équivalent, et à peine plus grande au delà jusqu'à $1^{éq}$.

3° L'addition de molybdate de soude à la solution qui contient déjà équivalents égaux des deux substances produit des effets à peine appréciables, même pour une addition de $\frac{1}{2}$ équivalent, et très faible lorsqu'on introduit dans le même volume de liquide jusqu'à $7^{éq}$ de molybdate de soude. On peut admettre que la combinaison produite est assez stable pour persister dans ces conditions.

J'indiquerai ultérieurement les résultats de mes expériences sur d'autres substances.

G. MULLER et P. KEMPF. — Wellenlängenmessungen für 300 Linien des Sonnenspectrums (Mesure des longueurs d'onde de 300 raies du spectre solaire); *Publication de l'observatoire astro-physique de Potsdam*, n° 20, t. V; 1886.

Ce travail de longue haleine (1881-1885) a pour but de revoir et de corriger les mesures de longueurs d'onde effectuées par Ångström. Les valeurs absolues données par ce dernier sont en effet inexactes, en particulier parce que la valeur admise pour la longueur du mètre d'Upsal, auquel il a comparé ses réseaux, était trop faible (¹). D'autre part, il n'avait effectué de mesures directes

---

(¹) THALÉN, *Sur le spectre du fer* (*Société royale des Sciences d'Upsal*, 26 septembre 1884). Je dois à l'obligeance de M. Benoît, adjoint au Bureau international des Poids et Mesures, de connaître la véritable valeur du mètre d'Upsal, telle qu'elle résulte des mesures qui y ont été tout récemment faites par lui

$$U_0 = 1^m - 0^{mm},0802$$

au lieu du nombre adopté par Angström

$$U_0 = 1^m - 0^{mm},190.$$

Il en résulte que la longueur d'onde de la raie D_2, dans l'air à 16°, telle qu'elle résulte des recherches d'Angström, devient

$$0^{\mu},588977,$$

au lieu de

$$0^{\mu},588912.$$

que pour onze des raies principales et, pour toutes les autres, il en avait déduit les longueurs d'onde de mesures micrométriques faites sur une étendue trop considérable pour que l'on fût en droit de considérer les distances angulaires des raies comme proportionnelles aux déplacements de la vis micrométrique.

Les longueurs d'onde de trois cents raies qui figurent dans le travail actuel ont toutes été mesurées directement par la méthode de déviation minimum, au moyen d'un spectromètre de grandes dimensions (distances focales des lentilles : 40^{cm}), dont le limbe était divisée en $4'$. Deux microscopes, à oculaires micrométriques soigneusement étudiés, diamétralement opposés, permettaient de lire directement les $2''$ et même d'observer le dixième de cet intervalle ([1]). Quatre réseaux, tracés sur verre, ont été employés de 2151, 5001 et deux de 8001 traits sur une longueur de 2^{cm} environ.

L'opération préliminaire la plus importante était la détermination exacte de la valeur absolue de la distance des traits de chacun des réseaux. On les a comparés à cet effet, les deux premiers directement, les deux autres indirectement, à un étalon Repsold en acier (R. 1878), à divisions tracées sur platine dont la valeur absolue, ainsi que les corrections de chaque division, sont parfaitement connues. L'appareil de comparaison est une machine à division de Repsold. Il consiste essentiellement en une table horizontale au-dessus de laquelle peuvent se déplacer simultanément deux forts microscopes à oculaires micrométriques, liés invariablement l'un à l'autre. Le réseau reposait directement sur la règle-étalon, et un thermomètre, couché sur ce dernier, en indiquait la température. L'un des microscopes visant l'un des traits extrêmes du réseau, on observait, au moyen de l'autre, la division correspondante de l'étalon. On déplaçait ensuite l'ensemble des microscopes de manière à viser, au moyen du premier microscope, l'autre extrémité du réseau. Sans entrer dans plus de détails, je donnerai, pour permettre d'apprécier le degré d'exactitude

([1]) Ces deux microscopes peuvent être déplacés l'un par rapport à l'autre, de manière à correspondre à un angle au centre quelconque, ce qui a permis d'étudier en détail, de 5° en 5°, les divisions du cercle gradué.

obtenu, les résultats de l'une des séries de mesures spécialement entreprises dans ce but :

Raie D_1 (*air à* 16° *pression normale*).

Réseaux.	Longueurs d'onde.
2151	5,89646
5001	5,89614
8001	5,89597
8001 L	5,89633

Les longueurs d'onde moyennes trouvées pour les principales raies sont :

B	6,86853	b_1	5,18393
C	6,56314	F	4,86164
D_2	5,89023	G	4,30825
E (milieu)	5,27340	H	3,96879

J. MACÉ DE LÉPINAY.

LOUIS BELL. — On the absolute wave-lenght of light (Sur les longueurs d'onde absolues de la lumière); *American Journal of Science,* [3], t. XXXIII, p. 167; mars 1887.

Ce travail a pour but de reprendre et de corriger les mesures à peu près inédites de M. Peirce (¹) qui ont servi de base à l'établissement des photographies du spectre normal de M. Rowland. L'auteur a choisi les deux meilleurs réseaux sur verre tracés par ce dernier (400 traits par millimètre pour l'un, 8600 traits par pouce pour l'autre sur une largeur de 3^{cm} environ); mais il se propose d'opérer plus tard sur des réseaux métalliques qui présentent en général une bien plus grande perfection.

Le spectromètre employé présente les plus grandes analogies avec celui de Müller et Kempf. Le réseau, de même que dans les expériences d'Ångström, était, à 10″ près, normal au faisceau lumineux incident. Quant aux mesures absolues des dimensions

(¹) *Nature,* t. XXIV, p. 262; 1881.

des réseaux, elles ont été faites en les comparant à celles de deux doubles décimètres tracés sur verre, qui ont été eux-mêmes soigneusement comparés à trois étalons de longueur dont l'un a été vérifié au Bureau international. Le comparateur employé consiste en un système de deux chariots placés l'un au-dessous de l'autre. L'un porte l'étalon et, à côté de lui, le réseau. Le chariot supérieur porte un puissant microscope à oculaire micrométrique; il se déplace entre deux vis solides qui en limitent la course à 3^{cm}. En amenant ce chariot dans ses deux positions extrêmes, on se trouve viser successivement les deux traits extrêmes du réseau, et l'on en compare la distance à celle observée de même de deux traits distants de 3^{cm} de l'étalon. Ces mesures conduisent aux valeurs absolues suivantes de la longueur d'onde de la raie D_1 (air à 20° pression normale) :

	Réseaux I.	Réseaux II.	Moyenne adoptée.
Longueur d'onde observée....... .	$0^{\mu},589611$	$0^{\mu},589595$	
Longueur corrigée pour les défauts des réseaux....................	$0^{\mu},589609$	$0^{\mu},589605$	$0^{\mu},589608$

D'autre part, l'auteur a pu corriger le nombre obtenu par Peirce qui conduirait, pour cette même raie (air à 70° F. = 21°,11 C.) au nombre $0^{\mu},589626$, des erreurs provenant soit des défauts du réseau, soit d'une estimation inexacte de l'étalon de longueur employé. Cette longueur d'onde devient

$0^{\mu},589604$ (1).

(1) Il est intéressant de comparer les résultats des mesures absolues les plus précises effectuées jusqu'ici. A cet effet, nous les transformerons de manière à correspondre à la raie D_2, dans l'air à 0° sous la pression normale :

	μ
Ångström........................	0,588967
Peirce, corrigé par L. Bell	0,588996
Macé de Lépinay..................	0,589000
Müller et Kempf.	0,589013
L. Bell......................	0,589001
Moyenne............	0,588997

La moyenne des quatre derniers nombres, qui paraissent les plus exacts, est

$0^{\mu},589002$.

J. Macé de Lépinay.

H.-A. ROWLAND. — On the relative wave-lenght of the lines of the solar spectrum (Sur les longueurs d'onde des lignes du spectre solaire); *American Journal of Sciences*, [3], t. XXXIII, p. 182; mars 1887.

On connaît les belles photographies du spectre solaire normal que M. H.-A. Rowland a récemment publiées. A la suite du travail analysé plus haut, de M. L. Bell, et de mesures micrométriques effectuées par M. Rowland sur les spectres de réseaux métalliques ayant 7200 et 14400 traits par pouce, et 21 pieds de rayon, on doit corriger, ainsi qu'il suit, les nombres inscrits sur ces photographies, pour les transformer en valeurs absolues (longueurs d'onde dans l'air à 20°, pression 760mm) :

Bande de	Correction.
μ μ	μ
0,3200 à 0,3330	−0,000005
0,3275 à 0,3530	−0,000005
0,3475 à 0,3730	−0,000002
0,3675 à 0,3930	−0,000010
0,3875 à 0,4130	−0,000016
0,4075 à 0,4330	−0,000004
0,4275 à 0,4530	−0,000008
0,4480 à 0,4735	−0,000010
0,4685 à 0,4940	−0,000018
0,4875 à 0,5130	−0,000014
0,5075 à 0,5330	−0,000015
0,5215 à 0,5595	−0,000005
0,5415 à 0,5795	−0,000004
0,3710 à 0,3910	−0,000020
0,3810 à 0,4000	−0,000014

J. Macé de Lépinay.

K. EXNER. — Gültigkeit der Linsenformel für nicht homogene Linsen (Application de la formule des lentilles aux lentilles non homogènes); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 484; 1886.

Considérons une lentille non homogène dans laquelle l'indice n à une distance x de l'axe principal puisse être représenté par la formule

$$n = n_0 + cx^2.$$

L'épaisseur *optique* e de la lentille au même point pourra être

représentée en fonction de l'épaisseur e_0 sur l'axe par une formule de même forme, si l'on néglige les termes de l'ordre de x^4.

$$e = e_0 + g x^2.$$

Ceci posé, imaginons un point lumineux situé sur l'axe à une distance p de la lentille, et soit p' la distance à laquelle un rayon quelconque issu de ce point va de nouveau rencontrer l'axe après sa réfraction. En appelant r et r' les rayons de courbure des deux faces de la lentille supposée biconvexe, et écrivant que le chemin optique du rayon considéré est équivalent au chemin optique du rayon qui se propage suivant l'axe, on a

$$p + \frac{x^2}{2p} + \frac{x^2}{2r} \quad e + \frac{x^2}{2r'} + \frac{x^2}{2p'} + p' = p + e_0 + p',$$

d'où l'on tire

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} + 2g\right).$$

C'est l'équation d'une lentille dont la distance focale serait donnée par l'égalité

$$\frac{1}{f} = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} + 2g\right).$$

Ch. Rivière.

ZEITSCHRIFT FUR KRISTALLOGRAPHIE UND MINERALOGIE VON P. GROTH.

Tomes X et XI; 1885-1886.

J. BECKENKAMP. — Détermination des constantes d'élasticité des cristaux, t. X, p. 41.

Heinrich VATER. — Appareil de Warburg et Koch pour la détermination des constantes d'élasticité; son application à des plaques normales à l'axe de calcite et d'apatite, t. XI, p. 549.

L'appareil qui a servi dans ces deux séries de mesures est dû à M. Groth qui l'a fait construire d'après les principes établis par MM. Warburg et Koch. La lame cristalline à étudier repose sur deux arêtes dont la distance peut être déterminée avec un microscope mobile, à l'aide de vis micrométriques. Au milieu de la lame s'exerce une pression connue, au moyen d'un couteau

parallèle aux arêtes ou d'une pointe. Les déformations de la plaque s'apprécient par la méthode des franges de M. Fizeau que M. Cornu a employée depuis. Au-dessous de la plaque est un prisme à réflexion totale, rectangle isoscèle. Une des faces de l'angle droit est parallèle à la lame, l'autre est verticale; la lumière de la soude envoyée par une lame à faces parallèles, placée à 45°, se réfléchit par la face hypoténuse, forme dans la lame d'air qui sépare le prisme de la lame cristalline des franges d'interférence, et revient dans un microscope après réflexion sur la face hypoténuse. Du déplacement des franges se déduit facilement la déformation.

Les expériences de M. Beckenkamp ont porté sur l'alun.

Une première série d'expériences a été faite avec des plaques circulaires; il calcule à l'aide d'une formule qu'il a établie les coefficients d'élasticité et trouve des valeurs variables dans une même plaque circulaire suivant la direction des arêtes de contact.

D'autres mesures qui paraissent plus concordantes ont été faites à l'aide de petits prismes rectangulaires taillés dans différentes directions. M. Beckenkamp trouve pour l'alun une élasticité plus faible que dans les autres cristaux étudiés jusqu'à présent. Il calcule par une formule due à M. Warburg [1], légèrement différente de la formule classique, les coefficients d'élasticité pour des lames perpendiculaires aux faces du cube, de l'octaèdre, etc. Le coefficient varie avec la direction. Le rapport entre le coefficient d'élasticité d'un prisme perpendiculaire à une face du cube et celui d'un prisme perpendiculaire à une face du dodécaèdre rhomboïdal est plus petit que 1 (0,90), au lieu d'être plus grand comme dans les expériences de Koch sur le sel gemme, la sylvine et le chlorate de soude.

Dans le Mémoire de M. Vater, l'appareil de Warburg et Koch est décrit avec beaucoup de soin. L'auteur a étudié d'abord des plaques circulaires et des prismes de même substance, calcite, verre, fluorine, et sa conclusion est que la formule de Beckenkamp conduit pour les coefficients d'élasticité à des valeurs beaucoup trop petites qui ne sont en moyenne que les $\frac{3}{4}$ des valeurs trouvées avec les prismes.

---

(1) Warburg et Koch, *Ann. der Phys. und Chem.*, t. V, p. 251-265; 1878.

Les coefficients d'élasticité de la calcite et de l'apatite sont égaux pour des directions quelconques normales à l'axe principal. Ils augmentent avec la charge.

M. Beckenkamp et M. Vater ont reconnu tous deux dans les substances qu'ils ont étudiées une diminution du coefficient d'élasticité par des charges répétées; quand la substance est restée intacte, elle reprend avec le temps son élasticité primitive.

A. SCHRAUF. — Sur les différences d'azimut des rayons doublement réfractés. Observations sur la calcite, t. XI, p. 5.

C'est seulement d'une manière approximative que les théories admises sur la double réfraction des uniaxes admettent l'existence de vibrations rectangulaires sur les deux rayons polarisés provenant d'un même rayon incident. Si les expériences déjà anciennes de Biot conduisent à une vérification de la perpendicularité des vibrations, ce fait, malgré les déterminations de M. Abria, ne saurait être regardé comme établi expérimentalement d'une manière complète; la théorie de la double réfraction de Neumann et les quelques expériences qu'il a faites pour la vérifier, laissent prévoir une différence entre 90° et l'angle des plans de polarisation des rayons réfractés.

M. Schrauf a fait de minutieuses mesures à l'aide de deux prismes de spath dont il a commencé par étudier l'orientation des faces, à l'aide de facettes de clivage réservées comme témoins. Des mesures faites sous incidence variable, il a déduit les deux indices, et pour cette partie au moins de son travail les résultats semblent bien exacts. Il a trouvé pour la raie D du sodium et pour les indices ordinaire et extraordinaire :

Premier prisme	n_O	1,658487
	n_E	1,486435
Deuxième prisme	n_O	1,658533
	n_E	1,485793

résultats très rapprochés des valeurs antérieures :

n_o.	n_e.	
1,65850	1,48635	(Rudberg)
1,65846	1,48654	(Mascart)
1,65839	1,48644	(Sarazin
1,65825	1,48634	

M. Schrauf donne les indices pour différentes raies. Nous renverrons pour ce point au Mémoire original.

L'angle des plans de polarisation a été mesuré en produisant à l'aide d'un nicol l'extinction successive des rayons réfractés. Leurs plans de polarisation étant très près d'être rectangulaires, on n'aura à tourner le nicol que d'un très petit angle, ce qui peut jusqu'à un certain point suppléer au peu de précision de la méthode. M. Schrauf pense qu'avec des observations répétées quarante ou cinquante fois, il peut arriver à une approximation d'environ 10′, alors que chaque observation ne comporte guère qu'une exactitude de 1°. Quoi qu'il en soit de ce point, peut être un peu douteux, M. Schrauf a représenté ses mesures par une formule dont l'accord avec l'observation est assez satisfaisant; l'écart cependant atteint parfois 0°,5, pour des variations d'au plus 2° de part et d'autre de 90°. H. Dufet.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

6ᵉ série, t. XI; juin 1887.

E. Edlund. — *Théorie de l'induction unipolaire*, p. 145.

P. Chroustchoff et A. Martinoff. — *Des coefficients d'affinité chimique*, p. 234.

A. Joannis. — *Modification de la machine pneumatique à mercure*, p. 285.

Juillet 1887.

Foussereau. — *Sur la décomposition lente des chlorures par l'eau*, p. 383.

J.-L. Soret. — *Sur les paranthélies*, p. 415.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXIV; juillet 1887.

C. Chree. — *Conductibilité calorifique des liquides*, p. 1.

J. Nieuwenhuyzen Kruseman. — *Potentiel du champ électrique au voisinage d'une couche sphérique chargée par influence*, p. 38.

E.-C. Rimington. — *Modification d'une méthode de Maxwell pour la mesure du coefficient de self-induction*, p. 54.

R.-H.-M. Bosanquet. — *Note sur l'aimantation. Sur les séries de renversements*, p. 60.

O. Heaviside. — *Sur la self-induction des fils*, p. 63.

J. Swinburne. — *Note sur la méthode du Professeur Carey Foster pour mesurer l'induction mutuelle de deux bobines*, p. 85.

G. Johnstone Stoney. — *Cause de l'irisation des nuages*, p. 87.

A.-P. Chattock. — *Potentiomètre magnétique*, p. 94.

C.-V. Burton. — *Dimensions de la température en longueur, masse et temps; unité absolue C.G.S. de température*, p. 96.

A.-F. Sundell. — *Recherches d'analyse spectrale*, p. 98.

G.-A. Liebig. — *Force électrostatique nécessaire pour produire des étincelles dans l'air et d'autres gaz*, p. 106.

W. Sutherland. — *Loi des forces moléculaires*, p. 113.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXI, n° 8ᵉ; 1887.

E. Warburg. — *Précipitation sur le cathode dans la décharge lumineuse*, p. 545.

F. Kohlrausch. — *Mesure de la self-induction d'un conducteur au moyen des courants induits*, p. 594.

F. Kohlrausch. — *Disposition de résistances très différentes dans un rapport exactement connu; disposition des résistances d'un rhéostat*, p. 600.

F. Kohlrausch. — *Calcul de l'action éloignée d'un aimant*, p. 609.

F. Himstedt. — *Addition à mon évaluation de l'ohm*, p. 617.

O. Grotrian. — *Méthode simple pour la graduation d'un galvanomètre*, p. 624.

O. Wiener. — *Changement de phase de la lumière par la réflexion; méthode pour évaluer l'épaisseur de feuilles minces*, p. 629.

O. Wiener. — *Emploi des couches métalliques minces produites par la désagrégation des cathodes, pour des recherches métallo-optiques*, p. 673.

L. Weber. — *Théorie du photomètre de Bunsen*, p. 676.

W. Voigt. — *Mesure des constantes élastiques du béryl et du quartz*, p. 701.

C. Pulfrich. — *Total réflectomètre*, p. 724.

C. Pulfrich. — *Influence de la face antérieure du prisme, dans la méthode de Wollaston, sur l'angle d'inclinaison de la ligne de séparation par rapport à la verticale*, p. 734.

BOUSSINESQ (J.), Membre de l'Institut, Professeur de Mécanique physique à la Faculté des Sciences de Paris, ancien professeur de Calcul différentiel et intégral à la Faculté des Sciences de Lille et à l'Institut industriel du Nord. — **Cours d'Analyse infinitésimale**, à l'usage des personnes qui étudient cette Science en vue de ses applications mécaniques et physiques. 2 volumes in-8, avec figures dans le texte.

On vend séparément :

TOME I. — *Calcul différentiel.*

Fascicule I. — Partie élémentaire; 1887 .... 7 fr. 50 c.
Fascicule II. — Partie complémentaire; 1887 .... 9 fr. 50 c.

TOME II. — *Calcul intégral.*

Fascicule I. — Partie élémentaire .... (*Sous presse.*)
Fascicule II. — Partie complémentaire .... (*Sous presse.*)

En offrant cet Ouvrage à l'Académie des Sciences, dans la séance du 27 juin 1887, M. Boussinesq s'est exprimé ainsi :

Ce Cours d'Analyse s'adresse surtout aux physiciens, naturalistes, élèves ingénieurs, philosophes, etc., peu habitués au maniement des formules algébriques, mais qui éprouvent le besoin, pour leurs études propres, de connaître, dans son esprit et dans ses principaux résultats, le calcul des infiniment petits ou des fonctions continues.

J'espère, en les conduisant pas à pas par les voies qui m'ont paru les plus intuitives, les mieux appropriées à notre sentiment naturel de la graduelle variation des choses, les y familiariser avec les idées et les méthodes qui ont valu à ce puissant instrument intellectuel, toujours en voie d'accroissement depuis le XVIIe siècle, sa merveilleuse coopération aux progrès des Sciences de la nature et une place presque aussi grande dans l'enseignement des Écoles techniques que dans celui de nos Facultés.

EVERETT, Professeur de Philosophie naturelle au Queen's College de Belfast. — **Unités et constantes physiques**. Ouvrage traduit de l'anglais par M. JULES RAYNAUD, Docteur ès sciences, Professeur à l'École supérieure de Télégraphie, avec le concours de MM. *Thévenin, de la Touanne* et *Massin*, Sous-Ingénieurs des Télégraphes. In-18 jésus; 1883 .... 4 fr.

JAMIN (J.), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, et **BOUTY**, Professeur à la Faculté des Sciences. — **Cours de Physique à l'usage de la classe de Mathématiques spéciales.** 2e édition. Deux volumes in-8; 1886 .... 20 fr.

On vend séparément :

TOME I : *Instruments de mesure. Hydrostatique.* — *Optique géométrique.* — *Notions sur les phénomènes capillaires.* In-8, avec 312 figures dans le texte et 4 planches .... 10 fr.

TOME II : *Thermométrie. Dilatations.* — *Calorimétrie.* In-8, avec 146 figures dans le texte et 2 planches .... 10 fr.

RESAL (H.), Membre de l'Institut, Professeur à l'École Polytechnique et à l'École des Mines. — **Physique mathématique.** *Électrodynamique, Capillarité, Chaleur, Électricité, Magnétisme, Élasticité.* In-4; 1884 .... 15 fr.

SERPIERI (Alessandro). — **Traité élémentaire des mesures absolues, mécaniques, électrostatiques et électromagnétiques**, *avec applications à de nombreux problèmes.* Traduit de l'italien, et annoté par *Paul Marcillac.* In-8; 1886 .... 3 fr. 50 c.

WITZ (Aimé), Docteur ès Sciences, Ingénieur des Arts et Manufactures, Professeur aux Facultés catholiques de Lille. — **Cours de manipulations de Physique**, *préparatoire à la Licence.* Un beau volume in-8, avec 166 figures dans le texte; 1883 .... 12 fr.

TABLE DES MATIÈRES.

AOUT 1887.

12880 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, TERQUEM, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — SEPTEMBRE 1887.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (Seine).

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............	15 fr.
Autres pays....	17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. CH. BRISSE, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. BOUTY, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. BRISSE, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

SUR LA PRESSION OSMOTIQUE;

PAR M. P. DUHEM.

Dans un Mémoire très important, publié il y a peu d'années (¹), M. J.-H. van t'Hoff a fait ressortir l'utilité que présentait pour l'étude théorique des dissolutions la considération d'une grandeur qu'il appelle la *pression osmotique*. Dans un récent travail (²), nous avons examiné, au point de vue de la Thermodynamique, les relations proposées par M. Van t'Hoff, et nous avons été amené à proposer quelques changements à ces relations. M. Van t'Hoff, dans une lettre qu'il nous a fait l'honneur de nous adresser, nous a fait remarquer la différence qui existe entre la pression osmotique telle qu'il la définit et la pression osmotique telle que nous l'avons comprise. L'importance théorique très grande de la notion dont il s'agit nous engage à marquer ici d'une manière précise la différence en question et à reprendre sur la pression osmotique, entendue au sens que M. Van t'Hoff donne à ce mot, une étude semblable à celle qui avait fait l'objet de notre précédent travail. Nous espérons que cette étude contribuera à bien marquer le rôle fondamental que les phénomènes d'osmose sont appelés à jouer dans les recherches relatives aux dissolutions, et à assurer aux idées fécondes de M. J.-H. van t'Hoff la place qu'elles doivent occuper dans cette région encore si confuse de la Physique.

1. *Définition de la pression osmotique.* — Dans notre précédent travail, nous avions défini la pression osmotique à l'aide des considérations suivantes.

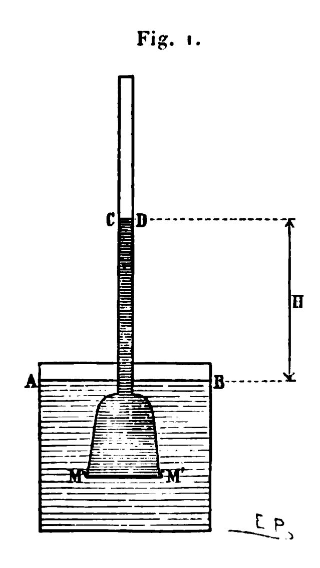
Un osmomètre (*fig.* 1) rempli d'une dissolution saline et fermé par une membrane MM′, perméable à l'eau, mais imperméable au sel que contient la dissolution, est plongé dans une cuve remplie d'eau pure. Pendant un certain temps, il y a échange d'eau entre

(¹) J.-H. VAN T'HOFF, *L'équilibre chimique dans les systèmes gazeux ou dissous à l'état dilué* (*Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, t. XX, p. 239; 1885).

(²) P. DUHEM, *Sur la hauteur osmotique* (*Journal de Physique théorique et appliquée*, 2ᵉ série, t. VI, p. 134; 1887).

le liquide de l'osmomètre et le liquide de la cuve; puis l'équilibre s'établit. Il y a alors une certaine différence H entre le niveau CD du liquide dans l'osmomètre et le niveau AB du liquide dans la cuve. C'est à cette quantité H que nous avons donné le nom de *hauteur osmotique*. Si Δ est le poids spécifique du liquide contenu dans l'osmomètre au moment où l'équilibre est établi, la colonne liquide soulevée exercera en un point situé à l'intérieur de

Fig. 1.



l'osmomètre, sur le plan AB, une pression HΔ. C'est à cette pression HΔ que nous avons donné le nom de *pression osmotique*.

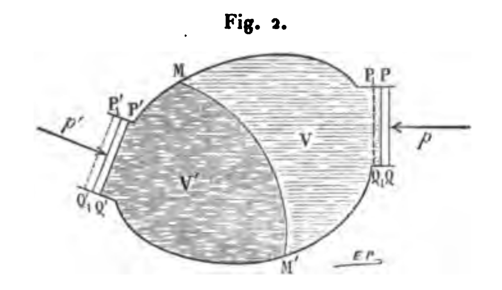
C'est dans un sens différent que M. Van t'Hoff, comme il nous l'a fait observer, entend le mot *pression osmotique*.

Un vase (*fig.* 2) est partagé en deux capacités V et V' par une membrane MM' perméable à l'eau, mais imperméable pour un certain sel. La capacité V est remplie d'eau pure. La capacité V' est remplie d'une dissolution du sel considéré. Chacune des capacités V et V' est en outre fermée par un piston : PQ pour la capacité V, P'Q' pour la capacité V'. L'expérience montre que, le piston PQ étant soumis en chaque point à la pression p, l'équilibre n'est établi entre l'eau pure et la dissolution que lorsqu'on applique en chaque point du piston P'Q' une pression p' qui dépend

de la concentration de la dissolution renfermée dans la capacité V'.

Si la membrane MM' n'existait pas et si le vase était en entier rempli du même liquide, les lois de l'Hydrostatique exigeraient, en

Fig. 2.



supposant le système soustrait à l'action de la pesanteur, que l'on eût

$$p' = p.$$

C'est à la différence

$$\varpi = p' - p$$

que M. Van t'Hoff donne le nom de *pression osmotique*. C'est la pression osmotique ainsi entendue qui va faire l'objet des considérations suivantes.

2. *Relation entre la pression osmotique et le potentiel thermodynamique.* — Nous allons chercher à exprimer la relation qui doit exister entre les pressions p et p' pour que, dans l'appareil précédent, il n'y ait plus mouvement de l'eau ni dans un sens ni dans l'autre au travers de la membrane MM'.

Pour parvenir à ce résultat, nous ferons usage du principe suivant, qui découle des deux principes de la Thermodynamique, comme nous l'avons démontré ailleurs (¹), et qui sert de fondement à l'introduction du potentiel thermodynamique dans la détermination des états d'équilibre.

Considérons un système dont tous les points sont à une même température absolue T. Soit U l'énergie interne de ce système; soit S son entropie; soit E l'équivalent mécanique de la chaleur;

(¹) P. Duhem, *Le potentiel thermodynamique et ses applications* (Paris; 1886, p. 8). *Étude sur les travaux thermodynamiques de M. J. Willard Gibbs* (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 2ᵉ série, t. XI, juin 1887).

posons

$$\mathcal{F} = \mathrm{E}(\mathrm{U} - \mathrm{TS}).$$

Si l'on imposait au système une modification isothermique virtuelle, $\mathcal{F}$ augmenterait de $\delta\mathcal{F}$; en même temps les forces extérieures effectueraient un travail virtuel $\delta\mathfrak{T}$. Le système est assurément en équilibre dans un état déterminé si, pour toute modification isothermique virtuelle ayant cet état pour point de départ, on a

$$\delta\mathcal{F} - \delta\mathfrak{T} \geqq 0.$$

Appliquons ce principe à l'étude de l'équilibre du système défini précédemment.

Calculons d'abord la quantité $\mathcal{F}$ pour ce système.

Cette quantité est la somme des quantités analogues relatives à chacun des corps en lesquels on peut le supposer décomposé. Parmi ces corps, il en est qui ne subiront aucune modification dans le changement virtuel que nous avons l'intention de considérer : ce sont les parois du vase, la membrane, les pistons; nous pouvons donc, sans altérer par là l'expression de $\delta\mathcal{F}$ que nous aurons à faire entrer dans nos calculs, ne point nous occuper de ces corps.

Il nous reste à considérer l'eau pure et la dissolution.

Si nous représentons par $f(p, \mathrm{T})$ la valeur de la combinaison $\mathrm{E}(\mathrm{U} - \mathrm{TS})$ pour l'unité de poids d'eau sous la pression p à la température T et par μ le poids d'eau que renferme la capacité V, la quantité $\mathcal{F}$ relative à l'eau pure contenue dans le récipient aura pour valeur

$$\mu f(p, \mathrm{T}).$$

La dissolution renferme un poids m d'eau et un poids m' de sel. Désignons par

$$(1) \qquad s = \frac{m'}{m}$$

la concentration de la dissolution. La quantité $\mathcal{F}$ relative à la dissolution sera une fonction des quatre variables m, m', p', T. Il est bien facile de voir qu'elle est homogène et du premier degré par rapport aux deux premières m et m', en sorte que si, on la désigne par

$$\mathcal{G}(m, m', p', \mathrm{T}),$$

et si l'on pose

$$(2)\quad \begin{cases} g(s,p',\mathrm{T}) = \dfrac{\partial}{\partial m}\,\mathcal{G}(m,m',p',\mathrm{T}),\\ g'(s,p',\mathrm{T}) = \dfrac{\partial}{\partial m'}\,\mathcal{G}(m,m',p',\mathrm{T}),\end{cases}$$

on aura

$$\mathcal{G}(m,m',p',\mathrm{T}) = m\,g(s,p',\mathrm{T}) + m'g'(s,p',\mathrm{T}).$$

La partie variable de la quantité $\mathfrak{F}$ relative à notre système a pour valeur

$$\mu\,f(p,\mathrm{T}) + m\,g(s,p',\mathrm{T}) + m'g'(s,p',\mathrm{T}).$$

Voici maintenant la modification virtuelle isothermique que nous allons considérer.

Le piston PQ (*fig.* 2) se déplace de manière à venir en $\mathrm{P_1 Q_1}$. Il refoule un volume $\mathrm{PQP_1Q_1}$ d'eau pure qui traverse la membrane MM' et vient se mélanger à la dissolution. Le volume de celle-ci s'accroît et refoule le piston P'Q' en $\mathrm{P'_1 Q'_1}$.

Soit dm le poids d'eau pure qui, dans ces conditions, passe du récipient V au récipient V'. Si l'on se reporte à la définition des fonctions g et g' [équations (2)], on voit aisément que, dans la modification précédente, $\mathfrak{F}$ augmente de

$$\delta\mathfrak{F} = [g(s,p',\mathrm{T}) - f(p,\mathrm{T})]\,dm.$$

Soit $u(p,\mathrm{T})$ le volume spécifique de l'eau pure sous la pression p à la température T. Le volume $\mathrm{PQP_1Q_1}$ a pour valeur

$$u(p,\mathrm{T})\,dm.$$

Soit $v(s,p',\mathrm{T})$ le volume spécifique d'une dissolution de concentration s soumise à la pression p' à la température T. Le volume V' de la dissolution a pour valeur

$$\mathrm{V}' = (m+m')\,v(s,p',\mathrm{T}).$$

Lorsqu'on ajoute à la dissolution un poids dm d'eau, il augmente de

$$d\mathrm{V}' = \left[v(s,p',\mathrm{T}) + (m+m')\frac{\partial v(s,p',\mathrm{T})}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial m}\right]dm.$$

Mais, d'après la définition de s (1), on a

$$\frac{\partial s}{\partial m} = -\frac{m'}{m^2}.$$

On a donc

$$dV' = \left[v(s, p', T) - s(1+s)\frac{\partial v(s, p', T)}{\partial s} \right] dm.$$

C'est la valeur du volume $PQP'_1Q'_1$.

Si le système est soustrait à l'action de la pesanteur, le travail des forces extérieures se réduit au travail des pressions p et p', travail qui a pour valeur

$$\delta\mathfrak{T} = \left[p\,u(p, T) - p'v(s, p', T) + p's(1+s)\frac{\partial v(s, p', T)}{\partial s} \right] dm.$$

En exprimant que $\delta\mathcal{J} - \delta\mathfrak{T}$ est nul ou positif, quel que soit le signe de dm, on trouve l'égalité

$$(3) \quad g(s, p', T) + p'\,v(s, p', T) - p's(1+s)\frac{\partial v(s, p', T)}{\partial s} = f(p', T) + p\,u(p, T).$$

Cette égalité entraîne le théorème suivant :

Pour maintenir une dissolution déterminée en équilibre osmotique avec de l'eau pure soumise à une certaine pression p, il faut lui appliquer une pression p' qui dépend de la pression p, de la température, de la nature du sel dissous et de la concentration de la dissolution, mais qui est indépendante de la forme du vase, de la forme et de la nature du diaphragme.

L'égalité (3) peut s'écrire sous une forme un peu différente. Soit $\Phi(p, T)$ le potentiel thermodynamique sous la pression constante p, à la température T, de l'unité de poids d'eau pure. Nous aurons

$$(4) \quad \Phi(p, T) = f(p, T) + p\,u(p, T).$$

Conformément à une dénomination introduite par M. Gibbs, dénomination commode par les analogies qu'elle présente avec le langage habituel de l'électricité, nous nommerons $\Phi(p, T)$ la *fonction potentielle de l'eau pure*.

Le potentiel thermodynamique sous la pression constante p' à la température T d'une dissolution qui renferme un poids m d'eau

pure et un poids m' d'un certain sel est une fonction des quatre variables m, m', p', T. Nous la désignerons par

$$\Psi(m, m', p', T).$$

Elle est homogène et du premier degré par rapport à m et m'. Si donc on pose

$$F(s, p', T) = \frac{\partial}{\partial m} \Psi(m, m', p', T),$$

$$F'(s, p', T) = \frac{\partial}{\partial m'} \Psi(m, m', p', T),$$

on aura

$$\Psi(m, m', p', T) = m\, F(s, p', T) + m'\, F'(s, p', T).$$

Nous nommerons $F(s, p', T)$ la *fonction potentielle de l'eau dans la dissolution* et $F'(s, p', T)$ *la fonction potentielle du sel dans la dissolution.*

On a

$$\Psi(m, m', p', T) = \mathcal{G}(m, m', p', T) + p'(m + m')\, v(s, p', T).$$

On en déduit aisément

$$(5)\quad \begin{cases} F(s, p', T) = g(s, p', T) + p'v(s, p', T) - p's(1+s)\dfrac{\partial v(s, p', T)}{\partial s}, \\ F'(s, p', T) = g'(s, p', T) + p'v(s, p', T) + p'\,(1+s)\dfrac{\partial v(s, p', T)}{\partial s}. \end{cases}$$

En vertu des égalités (4) et (5), l'égalité (3) devient

$$(6)\qquad \Phi(p, T) = F(s, p', T).$$

Ainsi donc *la pression p' qu'il faut faire subir à une dissolution saline, pour la maintenir en équilibre osmotique à la température* T *avec de l'eau soumise à la pression p, est la pression pour laquelle la fonction potentielle de l'eau au sein de la dissolution devient égale à la fonction potentielle de l'eau pure sous la pression p.*

L'énoncé des deux théorèmes que nous venons de démontrer nous a été communiqué par M. Van t'Hoff; nous sommes heureux de pouvoir confirmer ses vues par une démonstration rigoureuse.

Transformons encore l'égalité précédente (6).

Une des formules connues de la théorie du potentiel thermody-

namique nous donne

$$\frac{\partial}{\partial p}\Phi(p, \mathrm{T}) = u(p, \mathrm{T}).$$

L'égalité (6) peut donc s'écrire

$$(7)\qquad \int_p^{p'} u(p, \mathrm{T})\,dp = \Phi(p', \mathrm{T}) - \mathrm{F}(s, p', \mathrm{T}).$$

Une des inégalités fondamentales de l'étude des dissolutions est

$$\frac{\partial \mathrm{F}(s, p', \mathrm{T})}{\partial s} < 0.$$

Si l'on remarque que $\Phi(p', \mathrm{T})$ est la valeur de $\mathrm{F}(s, p', \mathrm{T})$ pour $s = 0$, on voit que le second membre de l'égalité (7) est toujours positif. D'ailleurs $u(p, \mathrm{T})$ est positif pour toute valeur de p. L'égalité (7) entraîne donc

$$p' > p.$$

La pression à laquelle il faut soumettre une dissolution saline pour la maintenir en équilibre osmotique avec l'eau pure est toujours supérieure à la pression que supporte l'eau pure; elle croît avec la concentration de la dissolution.

Toutes les formules qui précèdent sont des formules rigoureuses. Négligeons maintenant la compressibilité de l'eau, et nous parviendrons à une formule intéressante.

Dans ce cas, nous pourrons, dans l'intégrale que renferme l'égalité (7), regarder $u(p, \mathrm{T})$ comme une quantité indépendante de p; nous la désignerons par $u(\mathrm{T})$, $u(\mathrm{T})$ étant ainsi le volume spécifique de l'eau pure sous des pressions voisines de p et de p'. Si nous observons alors que la pression osmotique ϖ est définie par l'égalité

$$\varpi = p' - p,$$

l'égalité (7) deviendra

$$u(\mathrm{T})\varpi = \Phi(p, \mathrm{T}) - \mathrm{F}(s, p', \mathrm{T}),$$

et pourra s'énoncer ainsi :

La pression osmotique, évaluée en colonne d'eau à la tem-

pérature de l'expérience, mesure la différence qui existe, à cette température, entre la fonction potentielle de l'eau pure et la fonction potentielle de l'eau au sein de la dissolution, toutes deux étant prises sous la pression que supporte la dissolution.

3. *Relation entre la pression osmotique et les tensions de vapeur.* — Deux dissolutions de nature et de concentration différentes, mises en contact par l'intermédiaire d'un diaphragme avec de l'eau soumise à une même pression p, sont en équilibre osmotique lorsqu'on leur fait subir une même pression p'. M. Van t'Hoff les nomme alors *dissolutions isotoniques*.

Pour la première dissolution, nous avons

$$\Phi(p, T) = F(s, p', T), \tag{8}$$

pour la seconde

$$\Phi(p, T) = F_1(s_1, p', T). \tag{9}$$

La première émet à la température T de la vapeur d'eau dont la tension est P. Si $\theta(P, T)$ est le potentiel thermodynamique sous la pression constante P, à la température T, de l'unité de poids de vapeur d'eau, P est déterminé par l'équation

$$F(s, P, T) = \theta(P, T). \tag{10}$$

De même la seconde dissolution émet de la vapeur d'eau dont la tension P_1 est déterminée par l'équation

$$F_1(s_1, P_1, T) = \theta(P_1, T). \tag{11}$$

Quelle relation existe entre P et P_1?

Les deux égalités (10) et (11) nous donnent

$$\theta(P_1, T) - \theta(P, T) = F_1(s_1, P_1, T) - F(s, P, T). \tag{12}$$

Soit $W(P, T)$ le volume spécifique de la vapeur d'eau sous la pression P, à la température T, la relation

$$\frac{\partial \theta(P, T)}{\partial P} = W(P, T)$$

nous permet d'écrire

$$\theta(P_1, T) - \theta(P, T) = \int_P^{P_1} W(P, T)\, dP.$$

D'autre part, nous avons

$$\frac{\partial}{\partial p}\Psi(m, m', p, T) = v(s, p, T)(m + m').$$

On en déduit

$$\frac{\partial^2}{\partial p\,\partial m'}\Psi(m, m', p, T) = v(s, p, T) - s(1 + s)\frac{\partial v(s, p, T)}{\partial s},$$

ce qui peut s'écrire

$$\frac{\partial}{\partial p}F(s, p, T) = v(s, p, T) - s(1 + s)\frac{\partial v(s, p, T)}{\partial s}.$$

On a donc

$$F(s, P, T) = F(s, p', T) + \int_{p'}^{P}\left[v(s, p, T) - s(1 + s)\frac{\partial v(s, p, T)}{\partial s}\right]dp.$$

De même, on a

$$F_1(s_1, P_1, T) = F_1(s_1, p', T) + \int_{p'}^{P_1}\left[v_1(s_1, p, T) - s_1(1 + s_1)\frac{\partial v(s_1, p, T)}{\partial s_1}\right]dp.$$

Observons enfin qu'en vertu des égalités (8) et (9) on a

$$F(s, p', T) = F_1(s_1, p', T),$$

et nous pourrons remplacer l'égalité (12) par la suivante :

$$\int_{P}^{P_1} W(p, T)\,dp = \int_{p'}^{P_1}\left[v_1(s_1, p, T) - s_1(1 + s_1)\frac{\partial v_1(s_1, p, T)}{\partial s_1}\right]dp - \int_{p'}^{P}\left[v(s, p, T) - s(1 + s)\frac{\partial v(s, p, T)}{\partial s}\right]dp.$$

Négligeons la compressibilité des dissolutions, et cette égalité va devenir

$$(13)\quad \left\{ \begin{aligned} \int_{P}^{P_1} W(p, T)\,dp = {} & \left[v_1(s_1, T) - s_1(1 + s_1)\frac{\partial v_1(s_1, T)}{\partial s_1}\right](P_1 - p') \\ & - \left[v(s, T) - s(1 + s)\frac{\partial v(s, T)}{\partial s}\right](P - p'). \end{aligned} \right.$$

Ainsi, *si l'on connaît la tension de vapeur d'une dissolution et la loi de compressibilité de la vapeur d'eau, on peut calculer la tension de vapeur d'une dissolution isotonique à la première.*

Si, par exemple, on applique à la vapeur d'eau les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, on aura

$$W(p, T) = \frac{RT}{p},$$

R étant une constante, et l'égalité précédente deviendra

$$(14)\quad \begin{cases} RT \log \text{nép} \dfrac{P_1}{P} = \left[v_1(s_1, T) - s_1(1 + s_1) \dfrac{\partial v_1(s_1, T)}{\partial s_1} \right] (P_1 - p') \\ \qquad - \left[v(s, T) - s(1 + s) \dfrac{\partial v(s, T)}{\partial s} \right] (P - p'). \end{cases}$$

On peut toujours écrire

$$\int_P^{P_1} W(p, T)\, dp = W(\Pi, T)(P_1 - P),$$

Π étant une certaine valeur de p comprise entre P et P_1.

L'égalité (13) devient alors

$$P_1 - P = \frac{v_1(s_1, T) - s_1(1 + s_1) \dfrac{\partial v_1(s_1, T)}{\partial s_1}}{W(\Pi, T)} (P_1 - p') - \frac{v(s, T) - s(1 + s) \dfrac{\partial v(s, T)}{\partial s}}{W(\Pi, T)} (P - p').$$

Le volume spécifique de la vapeur d'eau étant très considérable par rapport au volume spécifique des dissolutions, on peut aisément de cette relation, dont le second membre a une très petite valeur, déduire la conséquence suivante :

Deux dissolutions isotoniques ont à la même température des tensions de vapeur très peu différentes.

M. Van t'Hoff énonce, au lieu de cette proposition, la proposition suivante :

Deux dissolutions isotoniques ont rigoureusement la même tension de vapeur.

Cette différence dans les énoncés tient non à une divergence réelle, mais seulement à ce fait que M. Van t'Hoff se place dans des conditions telles que la pression p', pour laquelle les deux dis-

solutions sont isotoniques, soit égale à la tension de vapeur P de l'une d'elles; il résulte alors des formules précédentes qu'elle est aussi égale à la tension de vapeur P_1 de l'autre. Nous avons préféré laisser au théorème une plus grande généralité en supposant qu'on s'écarte des conditions où cette hypothèse est réalisée. Mais il est aisé, en faisant cette supposition, de démontrer directement le théorème tel que l'énonce M. Van t'Hoff.

4. *Relation entre la pression osmotique et le point de congélation.* — Soit T la température à laquelle se congèle une dissolution saline de concentration S sous une certaine pression P, la pression atmosphérique par exemple. Si $\lambda(P, T)$ est le potentiel thermodynamique sous la pression constante P, à la température T, de l'unité de poids de glace, on a

$$F(s, P, T) = \lambda(P, T).$$

La dissolution en question étant mise en contact par l'intermédiaire d'un diaphragme avec de l'eau pure soumise à une pression p égale ou non à P, il faut, pour la maintenir en équilibre osmotique, lui appliquer une certaine pression p', et l'on a

$$F(s, p', T) = \Phi(p, T).$$

Considérons une seconde dissolution isotonique avec la première. Pour cette deuxième dissolution, on a

$$F_1(s_1, p', T) = \Phi(p, T).$$

Soit T_1 le point de congélation de cette dissolution sous la pression P. On a

$$F_1(s_1, P, T_1) = \lambda(P, T_1).$$

Cherchons quelle relation existe entre T et T_1.

Des égalités précédentes, on déduit aisément

$$(15)\qquad \left\{ \begin{aligned} &F_1(s_1, P, T) - F(s, P, T) \\ &\quad = \int_T^{T_1} \left[\frac{\partial \lambda(P, \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial F_1(s, P, \theta)}{\partial \theta} \right] d\theta. \end{aligned} \right.$$

Comme dans le cas précédent, en négligeant la compressibilité des

dissolutions, nous trouverons

$$(16)\quad \left\{\begin{aligned} & F_1(s_1, P, T) - F(s, P, T) \\ & \quad = \Big[v_1(s_1, T) - s_1(1+s_1)\frac{\partial v_1(s_1, T)}{\partial s_1} \\ & \qquad - v(s, T) + s(1+s)\frac{\partial v(s, T)}{\partial s}\Big](P - p'). \end{aligned}\right.$$

Soit Π la pression sous laquelle la dissolution de concentration s_1 se congèle à la température Θ. On a

$$\lambda(\Pi, \Theta) = F_1(s, \Pi, \Theta),$$

d'où

$$\frac{\partial\lambda(\Pi, \Theta)}{\partial\Theta} - \frac{\partial F_1(s, \Pi, \Theta)}{\partial\Theta} = -\left[\frac{\partial\lambda(\Pi, \Theta)}{\partial\Pi} - \frac{\partial F_1(s, \Pi, \Theta)}{\partial\Pi}\right]\frac{d\Pi}{d\Theta}.$$

Soit $w(\Pi, \Theta)$ le volume spécifique de la glace sous la pression Π, à la température Θ. L'égalité précédente pourra s'écrire

$$\begin{aligned} & \frac{\partial\lambda(\Pi, \Theta)}{\partial\Theta} - \frac{\partial F_1(s, \Pi, \Theta)}{\partial\Theta} \\ & \quad = \left[w(\Pi, \Theta) - v_1(s_1, \Pi, \Theta) + s_1(1+s_1)\frac{\partial v_1(s_1, \Pi, \Theta)}{\partial s_1}\right]\frac{d\Pi}{d\Theta}. \end{aligned}$$

Le premier membre peut s'écrire

$$\frac{\partial\lambda(P, \Theta)}{\partial\Theta} - \frac{\partial F_1(s, P, \Theta)}{\partial\Theta} + \int_P^\Pi \frac{\partial^2}{\partial\Theta\,\partial p}[\lambda(p, \Theta) - F_1(s_1, p, \Theta)]\,dp$$

ou bien

$$\begin{aligned} & \frac{\partial\lambda(P, \Theta)}{\partial\Theta} - \frac{\partial F_1(s, P, \Theta)}{\partial\Theta} \\ & \quad + \int_P^\Pi \frac{\partial}{\partial\Theta}\left[w(p, \Theta) - v_1(s_1, p, \Theta) + s_1(1+s_1)\frac{\partial v_1(s_1, \Pi, \Theta)}{\partial s_1}\right]dp. \end{aligned}$$

De ce calcul il résulte que l'on a, en négligeant la compressibilité de la glace et de la dissolution,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial\lambda(P, \Theta)}{\partial\Theta} - \frac{\partial F_1(s, P, \Theta)}{\partial\Theta} \\ & \quad = -\left[w(\Theta) - v_1(s_1, \Theta) + s_1(1+s_1)\frac{\partial}{\partial s_1}v_1(s_1, \Theta)\right]\frac{d\Pi}{d\Theta} \\ & \qquad - \frac{\partial}{\partial\Theta}\left[w(\Theta) - v_1(s_1, \Theta) + s_1(1+s_1)\frac{\partial}{\partial s_1}v_1(s_1, \Theta)\right](\Pi - P). \end{aligned}$$

Intégrons maintenant entre T et T_1. Soit P_1 la pression sous laquelle la dissolution s_1 se congèle à la température T. Nous aurons

$$(17)\quad \begin{cases} \int_T^{T_1} \left[\frac{\partial \lambda(P, \Theta)}{\partial \Theta} - \frac{\partial F_1(s, P, \Theta)}{\partial \Theta}\right] d\Theta \\ = \left[w(T) - v_1(s_1, T) + s_1(1+s_1)\frac{\partial}{\partial s_1} v_1(s_1, T)\right](P_1 - P). \end{cases}$$

Des égalités (15), (16) et (17), nous déduisons

$$(18)\quad P_1 - P = \frac{v_1(s_1, T) - s_1(1+s_1)\frac{\partial}{\partial s_1} v_1(s_1, T) - v(s, T) + s(1+s)\frac{\partial}{\partial s} v(s, T)}{w(T) - v_1(s_1, T) + s_1(1+s_1)\frac{\partial}{\partial s_1} v_1(s_1, T)} (P - p).$$

On peut d'ailleurs poser

$$P_1 - P = (T - T_1)\frac{d\Pi}{d\Theta},$$

$\frac{d\Pi}{d\Theta}$ correspondant à une certaine valeur de Θ comprise entre T et T_1. On a alors

$$(19)\quad T - T_1 = \frac{1}{\frac{d\Pi}{d\Theta}} \frac{v_1(s_1, T) - s_1(1+s_1)\frac{\partial v_1(s_1, T)}{\partial s_1} - v(s, T) + s(1+s)\frac{\partial v(s, T)}{\partial s}}{w(T) - v_1(s_1, T) + s_1(1+s_1)\frac{\partial}{\partial s_1} v_1(s_1, T)} (P - p).$$

$\frac{d\Pi}{d\Theta}$ étant en général une quantité extrêmement grande, on voit que $T - T_1$ est très petit. Par conséquent, *deux dissolutions isotoniques ont sensiblement le même point de congélation.*

M. Van t'Hoff a, comme pour les tensions de vapeur, remplacé cette loi approchée par une loi exacte, mais plus restreinte qui s'énonce de la manière suivante :

Deux solutions isotoniques ont rigoureusement le même point de congélation pris à la pression pour laquelle l'isotonie existe.

Les formules précédentes fournissent de suite la démonstration de cette proposition, qu'il est du reste aisé d'établir directement.

5. *Relation entre la pression osmotique et la température.* — De l'égalité

$$F(s, p', T) = \Phi(p, T),$$

on déduit, en supposant que la pression p soit maintenue constante, ainsi que la concentration s de la dissolution,

$$\frac{\partial F(s, p', T)}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial T} = \frac{\partial \Phi(p, T)}{\partial T} - \frac{\partial F(s, p', T)}{\partial T}.$$

La pression osmotique ϖ étant définie par l'égalité

$$\varpi = p' - p,$$

on a

$$\frac{\partial \varpi}{\partial T} = \frac{\partial p'}{\partial T}.$$

On a alors

$$\frac{\partial F(s, p', T)}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial T} = \left[v(s, p', T) - s(1+s)\frac{\partial v(s, p', T)}{\partial s}\right] \frac{\partial \varpi}{\partial T}.$$

D'autre part, on sait que la quantité de chaleur dégagée par un système qui subit une modification isothermique sous pression constante a pour valeur

$$dQ = -\frac{1}{E} d\left(\Phi - T\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right),$$

Φ étant le potentiel thermodynamique sous pression constante du système considéré. Si donc on désigne par $\mathcal{L}(s, p, T)\, dm$ la quantité de chaleur dégagée par l'addition d'un poids d'eau dm, sous la pression p, à la température T, à une dissolution de concentration s, on aura

$$\mathcal{L}(s, p, T) = \frac{1}{E}[\Phi(p, T) - F(s, p, T)] - \frac{T}{E}\frac{\partial}{\partial T}[\Phi(p, T) - F(s, p, T)].$$

Il résulte de là que l'on a

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial T}[\Phi(p, T) - F(s, p', T)] \\ &\quad = -\frac{E}{T}\mathcal{L}(s, p, T) + \frac{1}{T}[\Phi(p, T) - F(s, p', T)] \\ &\qquad + \int_p^{p'} \frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{F(s, P, T)}{T} - \frac{\partial F(s, P, T)}{\partial T}\right] dP. \end{aligned}$$

D'après l'égalité (6), on a

$$\Phi(p, \mathrm{T}) - \mathrm{F}(s, p', \mathrm{T}) = 0.$$

On a en outre

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{P}} \mathrm{F}(s, \mathrm{P}, \mathrm{T}) = v(s, \mathrm{P}, \mathrm{T}) - s(1+s)\frac{\partial v(s, \mathrm{P}, \mathrm{T})}{\partial s}.$$

Si donc on néglige la compressibilité de la dissolution, on aura

$$\begin{aligned}\varpi \left\{ \frac{1}{\mathrm{T}}\left[v(s, \mathrm{T}) - s(1+s)\frac{\partial v(s, \mathrm{T})}{\partial s}\right] - \frac{\partial v(s, \mathrm{T})}{\partial \mathrm{T}} + s(1+s)\frac{\partial^2 v(s, \mathrm{T})}{\partial s\, \partial \mathrm{T}} \right\} \\ = \int_p^{p'} \frac{\partial}{\partial \mathrm{P}}\left[\frac{\mathrm{F}(s, \mathrm{P}, \mathrm{T})}{\mathrm{T}} + \frac{\partial \mathrm{F}(s, \mathrm{P}, \mathrm{T})}{\partial \mathrm{T}}\right] d\mathrm{P}.\end{aligned}$$

En réunissant tous les résultats que nous venons d'obtenir, on trouve

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} &\left[v(s, \mathrm{T}) - s(1+s)\frac{\partial v(s, \mathrm{T})}{\partial s}\right]\left(\frac{\partial \varpi}{\partial \mathrm{T}} - \frac{\varpi}{\mathrm{T}}\right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \mathrm{T}}\left[v(s, \mathrm{T}) - s(1+s)\frac{\partial v(s, \mathrm{T})}{\partial \varpi}\right]\varpi + \frac{\mathrm{E}\mathfrak{L}(s, p, \mathrm{T})}{\mathrm{T}} = 0. \end{aligned} \right.$$

Au lieu d'étudier la variation $\frac{\partial \varpi}{\partial \mathrm{T}} d\mathrm{T}$ que présente la pression osmotique ϖ lorsqu'on laisse constante la concentration s, en faisant croître la température de $d\mathrm{T}$, M. Van t'Hoff considère la variation $\frac{\delta \varpi}{\delta \mathrm{T}} d\mathrm{T}$ que subit la pression osmotique par une variation de température $d\mathrm{T}$ lorsqu'on maintient constant *le poids σ de sel que renferme l'unité de volume de la dissolution.*

Ce poids σ est déterminé par l'égalité

$$\sigma = \frac{s}{1+s}\,\frac{1}{v(s, \mathrm{T})}.$$

Si la température croît de $d\mathrm{T}$, σ ne pourra demeurer constant que si la concentration s croît de $\frac{ds}{d\mathrm{T}} d\mathrm{T}$, $\frac{ds}{d\mathrm{T}}$ étant déterminé par l'égalité

$$\left[v(s, \mathrm{T}) - s(1+s)\frac{\partial v(s, \mathrm{T})}{\partial s}\right]\frac{ds}{d\mathrm{T}} - s(1+s)\frac{\partial v(s, \mathrm{T})}{\partial \mathrm{T}} = 0.$$

D'ailleurs, on a évidemment

$$\frac{\delta\varpi}{\delta T} = \frac{\partial\varpi}{\partial T} + \frac{\partial\varpi}{\partial s}\frac{ds}{dT}.$$

L'égalité (20) devient donc

$$(21)\quad \left\{\begin{aligned} &\left[v(s, T) - s(1+s)\frac{\partial v(s, T)}{\partial s}\right]\left(\frac{\delta\varpi}{\delta T} - \frac{\varpi}{T}\right) \\ &- s(1+s)\frac{\partial v(s, T)}{\partial T}\frac{\partial\varpi}{\partial s} \\ &+ \frac{\partial}{\partial T}\left[v(s, T) - s(1+s)\frac{\partial v(s, T)}{\partial s}\right]\varpi + \frac{E\mathfrak{L}(s, p, T)}{T} = 0. \end{aligned}\right.$$

Cette relation diffère notablement de la relation

$$\frac{d\varpi}{dT} - \frac{\varpi}{T} = 0,$$

proposée par M. Van t'Hoff. Il est vrai que M. Van t'Hoff ne propose cette relation que lorsque les solutions sont tellement diluées que la dilution ne produit plus de travail interne et que, par conséquent, l'addition du dissolvant ne produit plus de phénomène calorifique, ce qui revient à dire que $\frac{E\mathfrak{L}(s, p, T)}{T}$ est infiniment petit; mais alors tous les termes de l'égalité (21) sont infiniment petits du même ordre, et aucun d'eux ne peut être négligé de préférence aux autres.

Sauf sur ce point, les conséquences auxquelles nous avons été amené en étudiant avec toute la rigueur possible la pression osmotique telle qu'elle a été définie dans ce travail sont pleinement d'accord avec les manières de voir de M. Van t'Hoff. Nous espérons que la série des théorèmes que nous avons développés dans notre précédent travail sur la hauteur osmotique, que les propositions que nous venons de démontrer sur la pression osmotique, mettront nettement en évidence l'intérêt qui s'attache à cet ordre de considérations; nous pensons que ces recherches sur la pression osmotique contribueront à justifier cette pensée que nous écrivait M. Van t'Hoff : « Il me paraît que cette grandeur peut jouer dans les développements du potentiel un rôle important par la manière si simple dont elle s'y relie; si je ne me trompe

pas dans cette opinion, le potentiel thermodynamique présente dans son application une voie beaucoup plus simple pour parvenir aux relations que présente la pression osmotique que celle qu'on a dû suivre jusqu'ici et ne tardera pas à indiquer des relations nouvelles. »

RECHERCHES SUR LA DENSITÉ DE L'ACIDE SULFUREUX A L'ÉTAT DE LIQUIDE ET DE VAPEUR SATURÉE;

Par MM. CAILLETET et MATHIAS.

Nous avons exposé dans un Mémoire antérieur ([1]) nos recherches sur les densités du protoxyde d'azote, de l'éthylène et de l'acide carbonique à l'état de liquide et de vapeur saturée. Afin de généraliser la méthode que nous avons employée, il était nécessaire de l'appliquer à l'étude de corps dont le point critique fût beaucoup plus élevé que celui des gaz que nous avons étudiés. Nous avons choisi dans ce but l'acide sulfureux, dont le point critique est voisin de 156°.

I. *Densité de la vapeur saturée.* — L'appareil que nous avons employé est le même que celui qui nous a servi dans notre premier travail. Nous avons dû seulement modifier nos procédés de chauffage de façon à atteindre la température de 160° par des élévations successives, et à maintenir chaque température constante pendant la durée d'une expérience.

Pour les températures inférieures à 80°, nous employons des circulations d'eau chaude dont nous réglons la vitesse; on obtient ainsi au bout d'un temps plus ou moins long un régime permanent pendant lequel on effectue les mesures. Pour les températures supérieures à 80°, nous employons des circulations de vapeurs de corps bouillant à des températures constantes. Avec l'eau, l'alcool amylique *du commerce* et l'alcool ordinaire, nous obtenons, les températures voisines de 100°, 91°, 78°; avec le toluène, l'alcool amylique *pur*, le xylène, nous obtenons 110°, 128°, — 130° et les températures voisines de 140°. Pour avoir toutes les températures

---

([1]) *Journ. de Phys.*, 2ᵉ série, t. V, p. 549; 1886.

intermédiaires, supérieures à 120°, nous nous servons des pétroles obtenus par des distillations fractionnées de pétrole brut d'Amérique ([1]). Ajoutons que, pour diminuer l'influence du rayonnement, le manchon concentrique au tube à densité est entouré dans toute sa longueur d'un feutre épais ne laissant que deux fenêtres diamétrales qui permettent de faire les observations.

L'acide sulfureux est préparé par l'action de l'acide sulfurique concentré sur le mercure. Le gaz, lavé dans une petite quantité d'eau, se sèche en traversant une colonne de 2^m de ponce sulfurique à l'extrémité de laquelle est fixé, au moyen d'un masticage, le tube laboratoire qui doit contenir le gaz pur et sec. Nos recherches exigeant des corps d'une grande pureté, nous balayons l'air contenu dans l'appareil en faisant dégager SO^2 pendant un temps assez long, et, pour faciliter le départ des traces d'air qui pourraient rester dans la ponce, nous faisons le vide à plusieurs reprises dans les tubes desséchants. Avec ces précautions nous obtenons un gaz ne renfermant plus, comme nous nous en sommes assurés, qu'une trace insignifiante et entièrement négligeable d'un gaz non absorbable par la potasse ([2]). On remplit alors le tube laboratoire comme il est indiqué dans notre précédent Mémoire.

Nous avons fait quarante déterminations de la densité de vapeur saturée avec trois échantillons de gaz différents, et des tubes à densité différents. Voici, à titre de renseignement, les dimensions de ces tubes. Les tiges avaient 1^m de long, une capacité de 2^{cc} à 2^{cc},5 et portaient de 1600 à 1800 divisions. Les trois tubes, ayant servi de 156° à 80°, de 80° à 28° et de 35° à 0°, avaient respectivement pour réservoir 32^{cc},2, 6^{cc},0 et 1^{cc} seulement.

Le gaz qui nous a servi à haute température étant extrêmement pur, nous avons déterminé son point critique. Nous avons trouvé que le liquide disparaît au voisinage de + 156°,0, c'est-à-dire à une température un peu supérieure à celle de + 155°,4 observée par M. Sajotchewsky ([3]). On sait d'ailleurs qu'il suffit d'une très

---

([1]) Nous remercions M. Friedel de l'obligeance avec laquelle il a mis à notre disposition ses appareils distillatoires.

([2]) Moins d'un millième.

([3]) *Wied. Beibl.*, t. III, p. 741; 1879.

petite quantité d'air pour abaisser d'une façon sensible la température critique. Voici les densités que nous avons observées; elles sont rapportées à l'eau à + 4° :

t°.	Densités.	t°.	Densités.
+ 7,3 °	0,00624	+109,7 °	0,09541
8,9	0,00660	123,0	0,1340
10,6	0,00703	125,0	0,1422
12,2	0,00737	128,0	0,1511
16,5	0,00858	129,75	0,1593
22,0	0,01019	130,0	0,1607
24,7	0,01127	134,0	0,1736
28,2	0,01226	135,0	0,1888
28,8	0,01312	137,0	0,2040
31,2	0,01338	139,5	0,2154
34,9	0,01553	141,5	0,2272
37,5	0,01690	142,0	0,2336
41,1	0,01905	144,0	0,2496
45,4	0,02187	145,5	0,2667
49,6	0,02340	146,5	0,2774
55,4	0,02805	147,5	0,2842
58,2	0,03107	149,0	0,2972
78,7	0,04640	152,5	0,3426
91,0	0,06264	153,9	0,3663
100,6	0,07866	154,9	0,4017

Les résultats obtenus montrent que la méthode s'applique à l'étude des corps à point critique élevé; son exactitude n'est limitée que par la présence de la vapeur de mercure dont la tension ne devient sensible qu'au-dessus de 200°.

II. *Densité de l'acide sulfureux liquide.* — Nous avons employé d'abord le tube en O qui nous avait servi dans nos premières expériences; mais, à raison de la facilité avec laquelle on peut remplir un thermomètre d'acide sulfureux liquide, nous nous sommes servis de la méthode thermométrique pour les recherches que nous publions aujourd'hui.

Déjà Isidore Pierre (¹) avait mesuré la dilatation de l'acide sulfureux de — 30° à — 8° et Andréeff (²) de — 10° à + 40°. De son

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XXI. p. 336; 1847.
(²) *Ibid.*, 3ᵉ série, t. LVI, p. 317; 1859.

côté, Drion ([1]) avait étudié sa dilatation apparente de 0° à + 130° en se servant d'un thermomètre *métastatique*. Nous avons voulu compléter l'étude de la dilatation de l'acide sulfureux liquide entre 130° et le point critique, et vérifier si la méthode du thermomètre métastatique fournit des résultats exacts à haute température.

Drion admettait, en effet, que « dans un thermomètre métastatique n'ayant qu'une dizaine de degrés de course environ, si le bec de déversement a une longueur suffisante et un diamètre assez petit, on peut admettre comme *évident* que la portion de liquide renfermée dans le réservoir supérieur fournit seule la vapeur nécessaire à la saturation de cet espace ». Contrairement à l'avis de ce savant, on peut penser que, si bien agité que soit le bain où plonge le thermomètre à densité, les élévations de température se produisant par la partie inférieure, le liquide qui est dans la tige du thermomètre émettra de la vapeur saturée avant celui de l'ampoule, que par suite on observera une dilatation un peu trop faible, d'où l'on déduira une densité un peu trop grande. Si cela est, l'erreur devra aller en augmentant avec la température, et devra être surtout appréciable au moment où la densité de la vapeur saturée devient notable.

Les thermomètres que nous avons fait construire sont à parois épaisses, de façon à réduire autant que possible l'augmentation de volume sous l'influence de la pression intérieure; les réservoirs étaient des cylindres à bouts hémisphériques. Connaissant leurs dimensions, il est facile, au moyen des formules connues de l'élasticité, de calculer leur déformation et de voir si elle est négligeable. En particulier, le thermomètre qui nous a servi à étudier la dilatation jusqu'au point critique était en cristal blanc. Voici ses dimensions :

Tige.

	cm
Diamètre intérieur	0,30
Épaisseur des parois	0,22
Longueur	35,0

([1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LVI, p. 1; 1859.

Réservoir.

	cm
Diamètre intérieur	0,50
Épaisseur des parois	0,30
Longueur totale..................	7,50

Le calcul montre (¹) qu'au point critique l'augmentation du volume est d'environ $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire qu'elle ne modifie que le quatrième chiffre décimal. Il n'y a donc pas lieu de s'en préoccuper.

Les tubes thermométriques sont soigneusement jaugés et calibrés. Les volumes apparents du liquide sont observés au moyen d'une lunette; la mesure de la flèche du ménisque permet, en supposant sa courbure circulaire et connaissant le diamètre intérieur de la tige, de faire la correction capillaire. Le poids total du liquide et de la vapeur est connu par la pesée du thermomètre vide et plein. Le côté nouveau de nos recherches consiste dans la correction *exacte* du poids de la vapeur saturée déduit de l'observation de son volume et de la connaissance de la densité déterminée expérimentalement.

Le tube thermométrique est plongé dans un bain chauffé au bain de sable. Le bain est formé d'eau au-dessous de 100°; on remplace ce liquide par de la paraffine pour l'étude des densités aux températures supérieures à 100°. Ce liquide est très transparent, mais il nécessite une agitation énergique, car il est peu conducteur de la chaleur.

(¹) Si l'on admet comme coefficient d'élasticité du cristal le nombre $q = 5588$ trouvé par Chevandier et Wertheim sur un échantillon de cristal blanc de Baccarat (*Ann. de Chim.*, 3ᵉ série, t. XIX, p. 134; 1847) qui s'accorde très bien avec les coefficients d'élasticité de cinq tubes en cristal déterminés d'après leurs vibrations longitudinales par Wertheim (*Ann. de Chim.*, 3ᵉ sér., t. XXIII, p. 71; 1848), on tire de là la valeur du coefficient de compressibilité linéaire α,

$$\alpha = 0,000\,000\,001\,789,$$

les pressions étant exprimées en grammes par centimètre carré.

Connaissant la pression critique de l'acide sulfureux qui est de $78^{atm},9$ d'après Sajotchewsky, on calcule aisément l'augmentation proportionnelle de volume de la tige et du réservoir. On trouve ainsi

Pour la tige.........	0,000485
Pour le réservoir....	0,000511

Le coefficient de dilatation de l'enveloppe thermométrique est déterminé à la manière ordinaire [1]. Nous avons fait deux séries d'expériences avec deux tubes différents; les nombres obtenus sont les suivants :

Première série.

t°.	Densités.
0,00	1,4338
+13,05	1,3994
21,70	1,3757
29,50	1,3537
35,20	1,3374
45,00	1,3082
55,00	1,2872

Deuxième série.

t°.	Densités.
0,00	1,4355
62,00	1,2523
82,40	1,1845
89,20	1,1589
97,55	1,1237
102,40	1,1041
107,20	1,0817
113,30	1,0545
120,45	1,0166
126,35	0,9810
130,30	0,9560
133,05	0,9349
137,25	0,8997
140,80	0,8690
143,75	0,8392
146,60	0,8065
149,56	0,7677
151,75	0,7317
153,00	0,7067
154,30	0,6706
155,05	0,6370

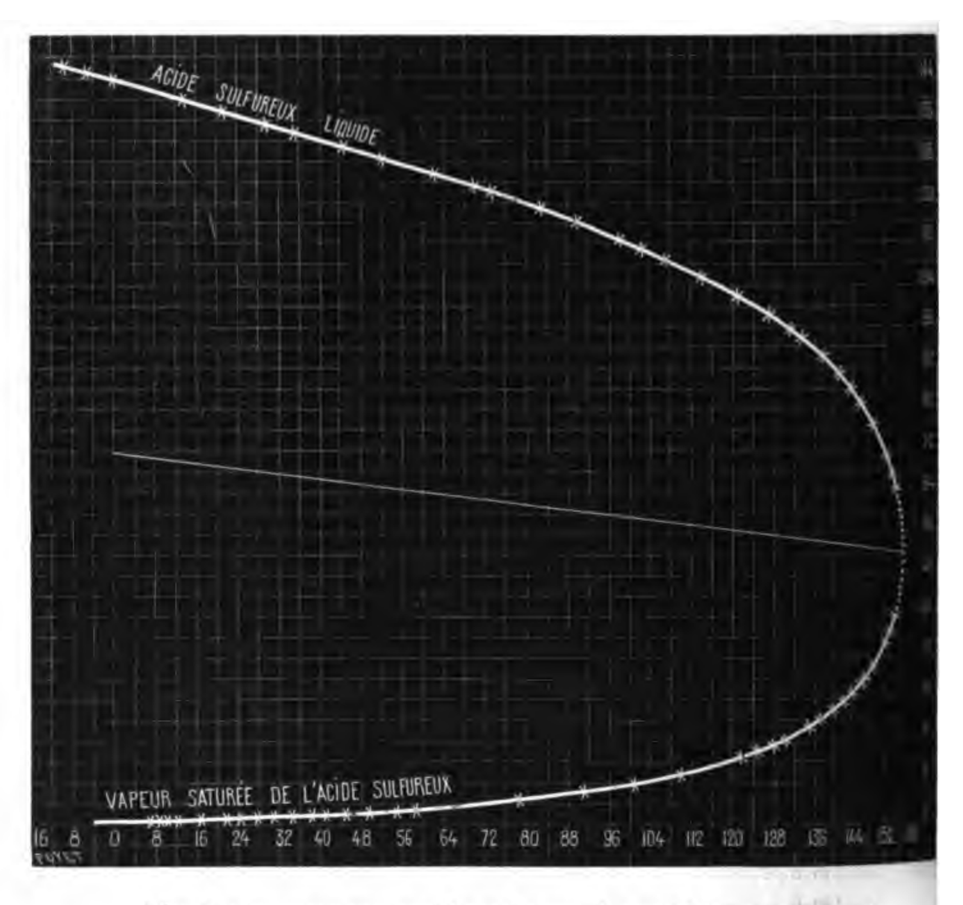
Si l'on construit les courbes ayant pour abscisses les températures et pour ordonnées les deux sortes de densités, en joignant par un trait continu les points obtenus, on a deux courbes se raccordant au point critique, ce qui montre bien que la densité du liquide, et celle de la vapeur saturée ont une limite commune, contrairement à la conclusion d'Avénarius [2].

---

(1) Si l'on se reporte aux dimensions du thermomètre en cristal blanc qui nous a servi au point critique, on s'assurera facilement qu'il était d'une sensibilité très faible comme thermomètre à mercure. La détermination du coefficient de dilatation de l'enveloppe est nécessairement peu précise; le nombre obtenu étant voisin de celui donné par Regnault pour le cristal de Choisy, c'est ce dernier nombre que l'on a introduit dans les calculs. L'incertitude qui en résulte est négligeable même à 150°.

(2) *Mémoires de l'Acad. des Sciences de Saint-Pétersbourg;* 1876-77.

La considération du diamètre conjugué des cordes verticales, qui est ici presque rigoureusement rectiligne, permet de déterminer graphiquement ou par le calcul la densité critique, qu'on trouve ainsi être égale à 0,520.



Afin de comparer nos nombres à ceux des expérimentateurs qui nous ont précédés, nous avons mesuré de 5° en 5° les densités du liquide sur le tracé graphique. La comparaison est faite dans le Tableau suivant, où sont réunies toutes les données expérimentales connues sur la densité de l'acide sulfureux liquide.

t°.	Isidore Pierre.	Andréeff.	Cailletet et Mathias.	Drion.
°				
— 30,0 ...	1,5128	»	»	»
— 25,0 ...	1,5020	»	»	»
— 20,0 ...	1,4899	»	»	»
— 15,0 ...	1,4777	»	»	»
— 10,0 ...	1,4639	1,4616	»	»
— 5,0 ...	»	1,4476	»	»
0,0 ...	»	1,4336	1,4340	1,4340 (admis)
+ 5,0 ...	»	1,4195	1,4203	»
10,0 ...	»	1,4055	1,4066	1.4085
15,0 ...	»	1,3914	1,3929	»
20,0 ...	»	1,3774	1,3792	1,3821
25,0 ...	»	1,3633	1,3655	»
30,0 ...	»	1,3492	1,3505	1,3545
35,0 ...	»	1,3351	1,3365	»
40,0 ...	»	1,3210	1,3220	1,3260
45,0 ...	»	»	1,3075	»
50,0 ...	»	»	1,2920	1,2964
55,0 ...	»	»	1,2760	»
60,0 ...	»	»	1,2595	1,2655
65,0 ...	»	»	1,2432	»
70,0 ...	»	»	1,2268	1,2330
75,0 ...	»	»	1,2101	»
80,0 ...	»	»	1,1929	1,1983
85,0 ...	»	»	1,1748	»
90,0 ...	»	»	1,1554	1,1609
95,0 ...	»	»	1,1348	»
100,0 ...	»	»	1,1134	1,1206
105,0 ...	»	»	1,0920	»
110,0 ...	»	»	1,0695	1,0763
115,0 ...	»	»	1,0457	»
120,0 ...	»	»	1,0188	1,0258
125,0 ...	»	»	0,9898	»
130,0 ...	»	»	0,9575	0,9665
135,0 ...	»	»	0,9188	»
140,0 ...	»	»	0,8760	»
145,0 ...	»	»	0,8240	»
150,0 ...	»	»	0,7588	»
152,0 ...	»	»	0,7256	»
153,0 ...	»	»	0,7062	»
154,0 ...	»	»	0,6790	»
155,0 ...	»	»	0,6370	»
155,5 ...	»	»	0,6000	»
156,0 ...	»	»	0,520	»

Isidore Pierre n'a donné dans son Mémoire qu'une densité (¹), celle de $-20°,48$ qui est de $1,4911$; cela étant, on peut calculer toutes les autres, puisque la dilatation du liquide est connue. C'est ainsi qu'ont été obtenus les nombres de la première colonne.

Quant aux nombres de la quatrième colonne, ils ont été obtenus de la même façon, en se servant des volumes *apparents* de Drion et de la densité à 0° prise égale à $1,4340$ (²). Les densités tirées des expériences de Drion sont donc trop fortes; la quantité qu'il faut leur retrancher pour les comparer aux nombres des autres colonnes s'obtient en les multipliant par $\frac{kt}{1+kt}$, k étant le coefficient de dilatation cubique du verre du thermomètre. Si l'on fait cette correction en adoptant pour k une valeur moyenne, $\frac{1}{38000}$ par exemple, on constate que nos nombres sont toujours compris entre ceux d'Andréeff et ceux de Drion, et plus voisins des premiers que des seconds. On voit, de plus, que pour les températures supérieures à $+40°$ les densités de Drion continuent à être plus grandes que les nôtres de quantités qui croissent avec la température, ce qui confirme nos prévisions. A $+130°$ la différence atteint six unités du troisième ordre, c'est-à-dire qu'elle est environ $\frac{1}{150}$ de la densité du liquide. La méthode du thermomètre *métastatique* n'est donc pas suffisante pour faire disparaître la cause d'erreur provenant de la vaporisation du liquide, surtout au voisinage du point critique.

III. *Coefficient de dilatation et chaleur latente de vaporisation de l'acide sulfureux liquide.* — Nous avons calculé, ainsi que l'avait fait Drion, les coefficients de dilatation de l'acide sulfureux liquide, au moyen des densités lues sur le tracé graphique. Nous avons calculé les coefficients *moyens* de dilatation par la formule

$$\alpha = \frac{\delta_0(\delta - \delta')}{\delta\delta'(t' - t)},$$

(¹) *Loc. cit.*, p. 339.

(²) La moyenne des nombres que nous avons obtenus donnerait $1,4346$; mais le nombre $1,4338$ est celui auquel nous accordons le plus de confiance. En admettant $1,4340$ nous devrons être très près de la vérité, car la densité à $-10°$ tirée des expériences d'Is. Pierre étant sensiblement plus forte que celle d'Andréeff, la densité à 0° d'Andréeff paraît devoir être un peu trop faible.

qui équivaut à

$$\alpha = \frac{V' - V}{V_0(t' - t)}.$$

On obtient ainsi :

	α.
Entre 156°,0 et 155°,5	0,7371
» 155,5 et 155,0	0,2273
» 155,0 et 154,0	0,1345
» 154,0 et 153,0	0,07721
» 153,0 et 152,0	0,04967
» 152,0 et 150,0	0,04457

Ce Tableau montre avec quelle rapidité croît le coefficient *moyen* de dilatation d'un corps au voisinage du point critique pour atteindre, dans le dernier demi-degré, une valeur égale environ à deux cents fois le coefficient de dilatation des gaz, le coefficient *vrai* devenant infini au point critique.

La connaissance des deux sortes de densités de l'acide sulfureux et celle de la variation de la force élastique maxima mesurée par Regnault entre $-30°$ et $+65°$ permettent de calculer la chaleur latente de vaporisation par la formule connue

$$L = \frac{T}{E}(u' - u)\frac{dp}{dt}.$$

Les calculs ont été effectués comme il est indiqué dans notre précédent Mémoire; toutes les quantités sont exprimées dans le système du kilogrammètre, et l'on a pris $E = 425$. Le Tableau suivant résume les résultats des calculs ainsi que les données (¹) :

$t°$.	u'.	u.	$\frac{dp}{dt}$.	L.
°			kg	
0......	$\frac{1}{1434}$	$\frac{1}{4,53}$	644,744	91,2
+ 5......	$\frac{1}{1420,3}$	$\frac{1}{5,50}$	753,845	89,3
10......	$\frac{1}{1406,6}$	$\frac{1}{6,54}$	875,211	88,7
15......	$\frac{1}{1392,9}$	$\frac{1}{7,85}$	1009,45	86,7
20......	$\frac{1}{1379,2}$	$\frac{1}{9,35}$	1157,05	84,7

(¹) Les résultats de nos calculs sont d'accord avec le nombre $91^{cal},7$ obtenu par M. J. Chappuis, qui a mesuré par une méthode calorimétrique la chaleur latente de vaporisation de l'acide sulfureux à zéro (*Comptes rendus*, t. CIV, p. 897; 1887).

t_0.	u'.	u.	$\frac{dp}{dt}$.	L.
25.......	$\frac{1}{1365,5}$	$\frac{1}{11,05}$	1318,40	82,7
30.......	$\frac{1}{1350,5}$	$\frac{1}{13,1}$	1493,86	80,3
35.......	$\frac{1}{1336,5}$	$\frac{1}{15,6}$	1683,68	77,3
40.......	$\frac{1}{1322}$	$\frac{1}{18,15}$	1888,03	75,6
45.......	$\frac{1}{1307,5}$	$\frac{1}{21,15}$	2106,97	73,3
50.......	$\frac{1}{1292}$	$\frac{1}{24,6}$	2344,03	70,9
55.......	$\frac{1}{1276}$	$\frac{1}{28,2}$	2588,26	69,3
60.......	$\frac{1}{1259,5}$	$\frac{1}{31,55}$	2850,09	69,0
65.......	$\frac{1}{1243,2}$	$\frac{1}{35,3}$	3118,80	68,4

M. Sajotchewsky a continué les recherches de Regnault sur la tension de la vapeur de l'acide sulfureux; ses expériences, qui s'étendent de + 50° jusqu'au point critique, ne se raccordent pas avec celles de Regnault, car il y a entre 50° et 60° une différence de 6,5 pour 100 sur la valeur de $\frac{dp}{dt}$ (1), et ce désaccord ne permet pas de calculer les chaleurs latentes qui, au lieu de continuer à décroître régulièrement, prennent au contraire des valeurs plus grandes qu'auparavant. M. J. Bertrand est arrivé, par une voie toute différente, à la même conclusion que nous, touchant les nombres de M. Sajotchewsky; nous sommes heureux de signaler cette concordance (2).

IV. *Remarques sur les densités de vapeur saturée.* — Les vapeurs saturées sont des corps gazeux au voisinage immédiat de leur point de liquéfaction, et par suite sont plus *compressibles* que ne l'indique la loi de Mariotte. Si donc on essaye de calculer les densités des vapeurs saturées au moyen des tensions maxima en appliquant la loi de Mariotte et celle de Gay-Lussac, on doit trouver des densités calculées plus *faibles* que ne le sont les densités déterminées expérimentalement. On vérifie facilement pour

(1) Voici les nombres :

	F_{50}.	F_{60}.	$\frac{F_{60}-F_{50}}{10}$.
	atm	atm	atm
Regnault............	8,19	10,69	0,250
Sajotchewsky	8,43	11,09	0,266

(2) *Comptes rendus,* t. CIV, p. 1568; 1887.

l'éthylène ([1]), l'acide carbonique, l'acide sulfureux, que la différence entre la densité calculée et la densité vraie croît avec la tension maximum ; que cette différence, faible lorsque la tension est au voisinage de la pression atmosphérique, devient considérable au point critique, la densité critique étant 2,5 ou 3 fois la densité calculée. La loi de variation de cette différence change d'ailleurs avec le corps que l'on considère, de sorte qu'il est impossible de formuler, *a priori*, une relation même approchée entre les densités calculées et les densités de vapeur saturées réelles.

Seul, parmi les corps que nous avons étudiés, le protoxyde d'azote présente une particularité qui appelle l'attention ; aux températures inférieures à — 10°, la densité calculée en se servant des tensions de vapeur de Regnault est *plus grande* que la densité observée. Ce fait est mis en évidence dans le Tableau suivant :

$t°$.	Tension d'après Regnault en atmosphères égale p.	$\frac{pa}{1+\alpha t}$.	Densité lue sur la courbe graphique.
°	atm		
0	36,08	0,0712	0,0800
— 5	32,34	0,0650	0,0690
—10	28,96	0,0594	0,0600
—15	25,90	0,0541	0,0530
—20	23,14	0,0493	0,0460
—25	20,65	0,0449	0,0390

Dans ce Tableau, a est le poids en kilogrammes d'un mètre cube de protoxyde d'azote à 0° et à 760mm :

$$a = 1^{kg},293 \times 1,5269 = 0^{kg},001974;$$

α est le coefficient de dilatation sous la pression constante de 1atm, déterminé par Regnault entre 0° et 100° : $\alpha = 0,003719$.

A — 25°, l'excès de la densité calculée sur la densité lue sur le tracé graphique est environ 15,1 pour 100 du dernier nombre ; de plus, à la température de — 10°, où la densité calculée *commence*

([1]) Le coefficient de dilatation de l'éthylène n'ayant été l'objet d'aucune mesure expérimentale, à notre connaissance du moins, nous nous sommes servis dans le calcul du nombre 0,00370 tiré d'une formule *inédite*, analogue pour l'éthylène à celle que Clausius a donnée pour l'acide carbonique.

à être inférieure à la densité observée, la tension de vapeur est d'environ 29^{atm}; or, pour une égale tension, l'éthylène, l'acide carbonique et l'acide sulfureux fournissent des différences égales ou supérieures à 25 pour 100 de la densité observée.

De semblables différences sont absolument hors de proportion avec les erreurs possibles de l'expérience. Si l'on considère les mesures de la tension de vapeur du protoxyde d'azote données par les différents physiciens ([1]) qui s'en sont occupés, on trouve qu'elles sont très discordantes, et que les discordances sont de l'ordre de grandeur de celles signalées plus haut. Il paraît donc légitime d'attribuer toutes ces singularités à l'extrême difficulté que l'on a à préparer du protoxyde d'azote exempt d'azote.

SUR LA LOI FONDAMENTALE DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME;

PAR M. P. GARBE.

La formule

$$df = K\frac{\sin\omega \times ds}{r^2},$$

qui représente l'action électromagnétique exercée par un élément de courant ds incliné d'un angle ω sur la distance r de cet élément au pôle, a été donnée par Biot et Savart, quelques mois après la découverte d'Oerstedt, comme étant le résultat de deux expériences.

La première, dans laquelle ils étudiaient l'action Φ exercée par un conducteur rectiligne indéfini MN (*fig.* 1) placé à la distance $CA = D$ d'un pôle magnétique, conduisit Biot à la relation

$$\Phi D = \text{const.} = K. \tag{1}$$

Laplace montra aussitôt que l'expression

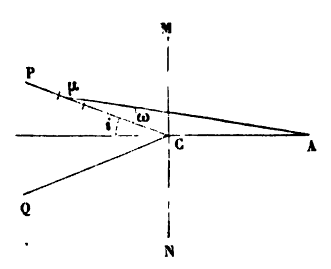
$$df = K\frac{a\,ds}{r^2}$$

([1]) FARADAY, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XV, p. 283; 1845. REGNAULT, *Mém. de l'Acad.*, t. XXVI, p. 535; 1862. CAILLETET, *Archives de Genève*, t. LXVI, p. 16; 1878.

est une loi des distances, compatible avec ce résultat expérimental, a étant un coefficient qui peut dépendre de l'inclinaison de l'élément sur la droite qui le joint au pôle.

C'est en vue de déterminer ce coefficient et, par suite, la forme de l'action élémentaire, que Biot et Savart firent la seconde expérience. Un conducteur angulaire indéfini PCQ (*fig.* 1) d'ouverture $2i$, ayant pour sommet le pied C de la perpendiculaire AC et pour bissectrice AC, fut disposé dans le plan AMN.

Fig. 1.



Biot et Savart commencèrent par vérifier pour ce fil angulaire la loi précédente des distances, appliquée au sommet C (vérification inutile, comme on le verra plus loin); puis ils comparèrent, pour une même valeur de l'intensité du courant, l'action φ du conducteur angulaire à celle du fil rectiligne MN. L'expérience sembla indiquer la relation

$$\varphi = \Phi \times i,$$

i étant exprimé en fractions de quadrant.

« Ce résultat, dit Biot, analysé par le calcul, m'a paru indiquer que l'action de chaque élément μ du fil oblique est proportionnelle à $\sin \omega$. »

Deux ans après, Savary, soumettant au calcul les idées d'Ampère sur la constitution des aimants, retrouva la formule élémentaire précédente et montra que, d'après elle, le rapport $\frac{\varphi}{\Phi}$ devait être égal, non à i, mais à $\operatorname{tang} \frac{i}{2}$.

Ampère ne manqua pas, à ce propos, de faire remarquer toute

l'obscurité qui entourait les déductions par lesquelles Biot avait obtenu sa formule.

« On ne peut douter, dit-il, qu'il n'y eût quelque erreur dans ce calcul; mais il serait d'autant plus curieux de le connaître qu'il avait pour but de déterminer la valeur d'une différentielle par celle de l'intégrale définie qui en résulte entre des limites données, ce qu'aucun mathématicien ne me paraît, jusqu'à présent, avoir cru possible. »

Lorsqu'il eut connaissance du résultat de Savary, Biot, après vérification expérimentale, adopta la relation

$$\varphi = \Phi \operatorname{tang} \frac{i}{2}, \tag{2}$$

mais n'indiqua pas davantage de quelle façon on pouvait aboutir au facteur d'inclinaison $\sin \omega$, qu'il continue d'accepter, d'ailleurs, comme compatible avec ce nouveau résultat.

Cependant, l'impossibilité signalée par Ampère n'existe pas dans le cas particulier qui nous occupe et l'on peut, au moyen des deux expériences de Biot et Savart, seulement, trouver l'action d'une portion de fil rectiligne sur le pôle A et, par conséquent, la loi élémentaire.

Remarquons, d'abord, que l'action d'un conducteur dont le plan passe par le pôle A ne change pas lorsqu'on fait tourner ce conducteur dans son plan autour de A comme centre.

Dans la deuxième expérience de Biot considérons seulement les portions MC, PC (*fig.* 2) des deux conducteurs situées au-dessus de AC. Le rapport de leurs actions, que nous désignerons toujours par Φ et φ, est également $\operatorname{tang} \frac{i}{2}$. Soit AH la perpendiculaire abaissée du point A sur la direction du fil oblique et supposons ce fil prolongé jusqu'en H. Désignons par f l'action qu'exercerait la portion CH et F l'action du fil indéfini HP situé à la distance $\mathrm{AH} = d$ du pôle.

On a, d'après la relation (1) et la remarque qui précède,

$$\Phi \times \mathrm{D} = \mathrm{F}.d,$$

$$\mathrm{F} = \frac{\mathrm{D}}{d}\Phi = \frac{\Phi}{\sin i}.$$

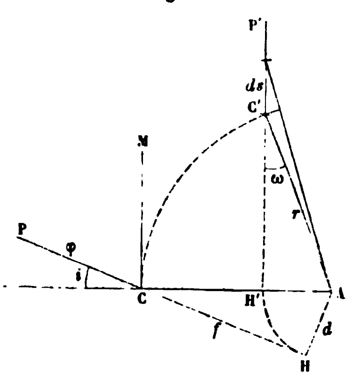
D'ailleurs, on a

$$F = f + \varphi,$$
$$f = F - \varphi,$$
$$\frac{f}{F} = 1 - \frac{\varphi}{F} = 1 - \frac{\varphi}{\Phi}\sin i = 1 - \tang\frac{i}{2}\sin i = 1 - 2\sin^2\frac{i}{2},$$

d'où

(3) $$f = F\cos i$$

Fig. 2.



Amenons par une rotation le fil HP en H'P' et désignons maintenant par ω l'angle i précédent, la relation (3) qui devient alors

(4) $$f = F\cos\omega$$

donne l'action de la portion $s = H'C'$ du fil rectiligne sur le pôle.

On déduit de là

$$df = F\sin\omega\, d\omega,$$

or on a

$$ds\sin\omega = r\,d\omega, \qquad F = \frac{K}{d} = \frac{K}{r\sin\omega},$$

et par suite

$$df = K\frac{\sin\omega\, ds}{r^2}.$$

On peut voir que la loi de la distance pour le fil oblique est une conséquence de la formule (3). En effet,

$$\varphi = F - f = F(1-\cos i) = \frac{K}{d}(1-\cos i) = \frac{K}{D}\,\frac{1-\cos i}{\sin i}.$$

Lorsque le conducteur PC se déplace parallèlement à lui-même, i reste constant et, par suite, φ est en raison inverse de D.

On peut se demander à quelle forme élémentaire Biot aurait été conduit s'il eût réellement calculé le facteur d'inclinaison d'après la loi expérimentale

$$\frac{\varphi}{\Phi} = i.$$

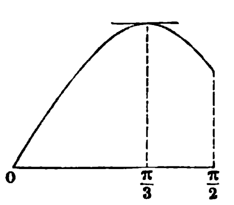
La méthode précédente donne, dans ce cas,

$$df = K \frac{\sin\omega + \omega\cos\omega}{r^2} ds.$$

L'inspection de la *fig.* 3 qui représente la variation de

$$\sin\omega + \omega\cos\omega$$

Fig. 3.



montre que l'action de l'élément passerait par un maximum sous une inclinaison de 60° environ.

DU COEFFICIENT ROTATOIRE DES RÉSISTANCES;

PAR M. B. ÉLIE.

On doit à M. Leduc d'avoir bien mis en évidence le rôle de la conductibilité dans l'expérience de Hall. Récemment [1] il a de plus établi expérimentalement que, non seulement la conductibilité électrique, mais aussi la conductibilité thermique était modifiée dans un champ magnétique.

---

[1] *Comptes rendus*, t. CIV, p. 1887.

De quelle façon cette conductibilité peut être modifiée et comment sont déviées les lignes de flux thermique ou électrique, c'est ce que je me propose d'indiquer, en utilisant simplement les idées de Maxwell (¹).

On sait que, dans un milieu isotrope, l'intensité d'un flux est donnée par le produit $R\frac{dV}{dn}$, R étant la résistance, V la fonction potentielle, dn l'élément de normale aux surfaces équipotentielles. L'idée de Maxwell fut d'admettre que, dans un milieu anisotrope, les composantes $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{dy}$, $\frac{dV}{dz}$ du vecteur représentant la force électromotrice étaient liées à celles u, v, w, du vecteur représentant l'intensité du flux par

$$(\mathrm{A})\qquad \left\{\begin{aligned} u &= r_1\frac{dV}{dx}+p_3\frac{dV}{dy}+q_2\frac{dV}{dz},\\ v &= q_3\frac{dV}{dx}+r_2\frac{dV}{dy}+q_1\frac{dV}{dz},\\ w &= p_2\frac{dV}{dx}+q_1\frac{dV}{dy}+r_3\frac{dV}{dz},\end{aligned}\right.$$

les r, p, q étant des constantes de résistance.

Il en résulte que les différences $\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}$, ... ne sont pas nulles. Or ces différences, désignées en élasticité ou en hydrodynamique sous les noms de *torsion* ou de *rotation*, sont caractéristiques. Elles indiquent, en élasticité, qu'il n'y a pas eu seulement transformation d'une sphère élémentaire en un ellipsoïde, mais que cet ellipsoïde a tourné. De là le nom de *coefficients rotatoires* donnés aux p, q des formules (A), dont la présence se traduira aussi par une rotation des lignes de flux, en électricité.

L'application de ces formules (A) montre en effet que, si les r_1, r_2, r_3 existent seuls, les surfaces équipotentielles autour d'une électrode unique sont des ellipsoïdes ; les lignes de flux ne leur sont pas orthogonales : ce sont des droites issues de l'électrode. Lorsqu'aux r_1, r_2, r_3 viennent s'ajouter les p, q, les surfaces équipotentielles ne changent pas, mais les lignes de flux sont des

(¹) *Traité d'Électricité*, t. I, Chap. IX.

spirales placées sur des cônes du deuxième degré. Ces cônes ont pour sommet l'électrode, et, si $r_1 = r_2 = r_3$, ils sont de révolution autour d'un même axe.

Je renverrai ailleurs pour l'étude plus complète de semblables milieux (1), et je me bornerai au cas d'un conducteur plan indéfini, dans un champ magnétique, comme dans l'expérience de Hall.

Il n'y a alors à tenir compte que des deux premières équations (A), et, comme par un choix convenable d'axes on peut toujours annuler la somme $p_3 + q_3$, elles se réduisent à

$$u = a\frac{dV}{dx} + c\frac{dV}{dy}, \qquad v = -c\frac{dV}{dx} + b\frac{dV}{dy},$$

d'où

$$a\frac{d^2V}{dx^2} + b\frac{d^2V}{dy^2} = 0, \qquad \text{ou} \qquad f(xy).$$

Cette dernière a pour intégrale une somme de termes de la forme

$$A_1 \log\sqrt{\frac{(x-x_1)^2}{a} + \frac{(y-y_1)^2}{b}} = A\log\rho_1,$$

dont le nombre est égal à celui des électrodes. Cette somme égalée à une constante est l'équation des équipotentielles, indépendante, comme on le voit, du coefficient rotatoire c.

L'équation différentielle des lignes de flux est

$$\frac{c}{\sqrt{ab}}\left(\frac{d\rho_1}{\rho_1} + \frac{d\rho_2}{\rho^2} + \ldots\right) + \theta_1 + \theta_2 + \ldots = 0,$$

où θ_n est l'angle avec un axe quelconque du rayon vecteur ρ_n issu d'une électrode. Pour une seule électrode, l'intégrale représente une spirale logarithmique, alors même que $a = b$, c'est-à-dire que les équipotentielles se réduisent à des cercles concentriques. Cette remarque, qu'il est facile d'étendre à plusieurs électrodes, montre bien l'influence rotatoire du coefficient c.

Dans le cas où les lignes du champ sont perpendiculaires au conducteur, la symétrie exige que les résistances longitudinales ne

(1) B. Élie, *Les équipotentielles et les lignes des flux dans les anisotropes* (nos 2 et 5 de la *Lumière électrique*, 1887).

soient pas modifiées, c'est-à-dire que *a* est égal à *b*. En général, l'expérience aurait à apprendre si le magnétisme, outre qu'il donne naissance aux coefficients rotatoires, peut modifier les résistances longitudinales, tout au moins suivant les lignes de force du champ.

En généralisant ainsi la notion de résistance, on peut trouver l'explication de bien des faits, entre autres d'une expérience de sir W. Thomson, dans laquelle on a pu produire des déviations dans les lignes de flux à l'aide de déformations mécaniques. On sait qu'un courant circulant suivant les génératrices dans la paroi d'un cylindre creux est sans action sur un aimant placé à son intérieur. Pourtant, si l'on tord le tube, il y a déviation. Or l'analyse montre qu'en adoptant la théorie actuelle de l'élasticité, les résistances longitudinales seules r_1, r_2, r_3 sont modifiées par cette déformation et que le courant circulera dans la paroi suivant des hélices; on conçoit qu'il agira alors sur l'aimant, mais il faudrait se garder d'en conclure la création du coefficient rotatoire par des actions mécaniques.

SVANTE ARRHENIUS. — Ueber das Leitungsvermögen von Mischungen aus wässerigen Säurelösungen (Sur la conductibilité électrique des mélanges de dissolutions aqueuses des acides); *Wied. Ann.*, t. XXX, p. 51; 1887.

1. Le premier Mémoire de M. Arrhenius ([1]) sur la conductibilité des liqueurs étendues a été présenté à l'Académie des Sciences de Suède le 6 juin 1883. Ce travail, dont le détail ne m'est connu que par l'analyse et la critique de M. O. Lodge ([2]), renferme une partie expérimentale peu développée et une partie théorique beaucoup plus importante, dont je me bornerai à indiquer le point de départ et la portée générale.

L'auteur considère comme *évident* que, dans les dissolutions étendues, *toutes les molécules électrolytiques doivent posséder la même conductibilité*. C'est un postulatum. Il en résulterait que

---

([1]) S. ARRHENIUS, *Sur la conductibilité galvanique des électrolytes*, p. 152; Stockholm, Konigl. Boktryckerie.

([2]) *Report of the Committee appointed for the purpose of considering the subject of electrolyses in its physical and chemical bearings*, 1887.

la conductibilité moléculaire est proportionnelle à la concentration, et, comme cela n'est pas vrai aux dilutions moyennes ($1^{éq}$ à $\frac{1}{1000}$ d'équivalent en grammes par litre, par exemple), M. Arrhenius est conduit à admettre que toute solution aqueuse contient, outre l'eau elle-même, deux parties distinctes, l'une *active ou électrolytique,* qui doit seule entrer en ligne de compte, l'autre *inactive,* dont il faut faire abstraction ; un certain équilibre chimique s'établit entre ces deux parties, et se modifie par la dilution. La portion active croît aux dépens de la portion inactive, à mesure qu'à un même poids du corps dissous on ajoute une plus grande quantité d'eau.

Cette distinction un peu vague, seule formulée dans le Mémoire original, se précise de la manière suivante dans une Lettre de M. Arrhenius à M. O. Lodge, publiée par ce dernier ([1]). Dans une dissolution concentrée, les molécules chimiques peuvent se trouver rivées deux par deux, trois par trois, etc. Soit, par exemple, une molécule double I^2J^2. Son électrolyse s'effectuera suivant l'un des schémas

$$I \mid IJ^2, \quad I^2J \mid J,$$

et cette molécule double équivaudra pour sa conductibilité à une seule molécule simple. D'ailleurs une molécule IJ, liée à I ou à J, se trouve transportée avec cet ion au pôle correspondant, d'où le fait de l'appauvrissement inégal de la liqueur aux deux pôles. Il est donc inutile d'avoir recours à l'hypothèse d'une vitesse inégale des deux ions (transport des ions).

Cette conception, analogue au fond à celle que je proposais dans mon Mémoire de 1884 ([2]), revient à considérer la dissolution concentrée d'un sel comme renfermant, en plus ou moins forte proportion, un sel double; elle est conforme à ce que l'on sait de l'électrolyse des sels doubles proprement dits, quand ils ne sont pas détruits par l'eau : l'un des sels, pris en bloc, fait partie de l'anion, tandis que le métal de l'autre forme seul le cation ([3]).

Je dois cependant faire observer que l'interprétation proposée

---

([1]) Lettre du 17 mai 1886, publiée dans le Rapport de M. O. Lodge.

([2]) Au lieu de considérer des molécules, doubles, triples, etc., par réunion de molécules identiques entre elles, j'invoquais l'existence d'hydrates électrolytiques à un plus ou moins grand nombre de molécules d'eau.

([3]) *Voir*, en particulier, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 339, et *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. III, p. 463.

par M. Arrhenius, toute plausible et même vraisemblable qu'elle puisse paraître, ne saurait convenir qu'aux sels anormaux, aux dissolutions acides ou basiques, qui s'appauvrissent inégalement aux deux pôles; il est clair qu'il y a là une dissociation plus ou moins avancée, un équilibre chimique variable avec la dilution et la température. En est-il de même pour les sels parfaitement normaux, comme le nitrate de potasse ou le chlorure de potassium par exemple? Sans invoquer un changement *chimique* dans la nature des ions, impliquant un appauvrissement inégal que l'on n'observe pas, ne suffit-il pas d'attribuer la variation de la conductibilité moléculaire *au changement progressif de la constitution physique du liquide dans lequel se meuvent des ions invariables?* A mesure que la liqueur se concentre, des molécules d'eau, en nombre de plus en plus grand, se trouvent remplacées par des molécules salines, de propriétés physiques différentes; le frottement électrolytique résultant, rapporté à une molécule d'électrolyte, doit s'en trouver modifié. A cette variation *physique* de la conductibilité moléculaire, se superpose certainement, quand il y a dissociation, une autre variation de conductibilité beaucoup plus considérable que la première, et dont je suis tout disposé à reconnaître, avec M. Arrhenius, le caractère nettement chimique.

Nous ne suivrons pas M. Arrhenius dans le détail un peu confus des calculs qu'il édifie sur son hypothèse. Il suffira de dire que ses conclusions relatives aux doubles décompositions, même aux chaleurs de combinaison, présentent un accord général avec l'ensemble des faits connus, notamment avec un certain nombre de propositions énoncées par M. Berthelot dans son *Essai de Mécanique chimique*.

2. Je crois au contraire devoir insister sur le nouveau Mémoire de M. Arrhenius, relatif à la *conductibilité des mélanges*. C'est un sujet dont je me suis occupé récemment, au point de vue purement expérimental; je saisis l'occasion d'indiquer ici sur quels points mes recherches confirment et complètent celles de M. Arrhenius; en quoi elles diffèrent, soit par les méthodes mises en œuvre, soit par l'interprétation des résultats.

Le point de départ des recherches expérimentales de M. Arrhenius est dans une idée théorique préconçue. D'après l'auteur, il

est évident *a priori* que, si l'on mêle les dissolutions de deux électrolytes sans action chimique réciproque, *la conductibilité x du mélange doit être égale à la moyenne μ des conductibilités des liqueurs mêlées*. Rappelons que M. Arrhenius explique la variation de la conductibilité moléculaire par une véritable action chimique de l'eau. Dès lors il n'y a de dissolutions sans action chimique que celles qui sont séparément par rapport à l'eau dans l'état d'équilibre où elles se retrouveront après leur mélange. Pour deux électrolytes donnés et une concentration donnée m de l'un, M. Arrhenius admet, au moins implicitement, qu'il n'y a qu'une concentration m_1 de l'autre qui réponde au problème. Les liqueurs de concentration m et m_1 sont nommées par lui *isohydriques*.

Par définition, deux liqueurs isohydriques de conductibilité a et b peuvent donc être mêlées sous des volumes quelconques p et q. Le volume du mélange sera $p+q$, sa conductibilité

$$x = \mu = \frac{pa+qb}{p+q}$$

sera toujours la moyenne arithmétique des conductibilités des liqueurs séparées. Deux liqueurs isohydriques à une troisième seront isohydriques entre elles.

Quand on mêle deux liqueurs qui ne sont pas isohydriques, une partie de l'eau apportée par l'une réagit sur l'électrolyte de l'autre; en d'autres termes, l'un des électrolytes se concentre, l'autre se dilue, et, suivant le cas, la conductibilité du mélange est supérieure ou inférieure à la moyenne μ des conductibilités des liqueurs séparées; on peut la calculer par approximations successives, pourvu que l'on connaisse la composition des liqueurs isohydriques.

Inversement, pour trouver par l'expérience la dissolution d'un certain électrolyte B qui est isohydrique à une dissolution donnée A_1 d'un électrolyte A, on mesure l'excès ε que présente par rapport à la moyenne μ la conductibilité du mélange de A_1 avec des dissolutions B_1, B_2, ... de B de diverses concentrations. On détermine, par un calcul d'interpolation, la concentration de la dissolution de B telle que ε soit nul.

Si l'on compare entre elles les dissolutions d'acides voisins, l'acide acétique et l'acide butyrique par exemple, on reconnaît que

les liqueurs isohydriques ont la même concentration moléculaire. Dans le Tableau suivant $2v$ désigne le volume en litres qui contient une molécule d'acide acétique et une d'acide butyrique évaluées en grammes, M la conductibilité moléculaire en unités mercurielles ([1]). La colonne du calcul donne la moyenne de la conductibilité des dissolutions d'acides acétique et butyrique contenant respectivement 1 molécule dans v litres.

Acides acétique et butyrique.

	M	
$2v$.	observé (x).	calculé (μ).
2	2,500	2,498
4	3,948	3,944
8	5,880	5,872
16	8,464	8,465
32	11,94	12,00
64	16,83	16,87
128	23,48	23,57
256	32,70	32,73
512	45,13	45,38
1024	62,42	62,59
2048	86,72	86,04

Pour des acides très différents, comme les acides chlorhydrique et oxalique, les dissolutions isohydriques ne sont plus celles dont la concentration moléculaire est la même. Le Tableau suivant résume tous les résultats publiés à ce sujet par M. Arrhenius. Sur une même ligne horizontale sont inscrites les concentrations moléculaires m des liqueurs isohydriques entre elles et, immédiatement au-dessous, les conductibilités c de ces liqueurs. Les nombres c se composent de deux parties, la partie principale qui est la valeur adoptée par l'auteur, la seconde précédée du signe $\pm$ qui représente l'erreur probable de la détermination.

([1]) Résultats de mesures faites par M. Ostwald, par la méthode de M. Kohlrausch.

	Dissolutions isohydriques des acides					
	chlorhydrique HCl.	oxalique $(COOH)^2$.	phosphorique H^3PO^4.	tartrique $C^4H^6O^6$.	formique $HCOOH$.	acétique CH^3COOH.
m..	0,1737	0,513	»	»	»	»
c..	608,9±35,4	607,3	»	»	»	»
m..	0,04611	0,06255	0,337	»	»	»
c..	168,8±10,0	139,7±7,5	225,6	»	»	»
m..	0,0238	0,0331	0,0764	0,520	»	»
c..	88,59±2,9	15,07±3,5	82,20±8,17	75,00	»	»
m..	0,00475	0,00488	0,00702	0,026	0,1077	1,000
c..	17,98±0,46	16,27±0,46	16,11±0,72	16,41±0,45	16,85±0,64	13,81
m..	0,001402	0,00135	0,00163	0,00324	0,01261	0,0965
c..	5,336±0,134	4,915±0,175	4,926±0,174	4,903±0,146	5,467±0,15	4,885
m..	0,000349	0,000396	0,000440	0,000498	»	0,009175
c..	1,524±0,032	1,582±0,05	1,479±0,057	1,499±0,20	»	1,476

M. Arrhenius remarque que les dissolutions isohydriques ont souvent des conductibilités presque égales, mais qu'il n'en est pas nécessairement ainsi. Il suffit de comparer à cet égard les valeurs de *c* de la seconde ligne pour les acides chlorhydrique, oxalique et phosphorique (168,8, 139,7 et 225,6).

A mesure que la dilution augmente, la composition moléculaire et la conductibilité des dissolutions isohydriques se rapprochent de plus en plus.

3. Tels sont les résultats généraux obtenus par M. Arrhenius dans son *Étude du mélange des acides*.

De mon côté, j'ai étudié les mélanges *de sels neutres normaux ou anormaux et les mélanges de sels neutres et d'acides*.

1° J'ai établi, *par l'expérience,* que les sels neutres normaux sans action chimique jouissent de la propriété de conserver leur conductibilité dans les mélanges, pourvu que les dissolutions mêlées soient de même concentration moléculaire ([1]). Ces liqueurs, contenant un même nombre de molécules salines, sont isohydriques, au sens où l'entend M. Arrhenius.

2° J'ai montré comment, cette première vérité expérimentale étant admise, on peut, *sans aucune hypothèse sur le rôle joué*

([1]) *Voir* p. 17 de ce volume.

par l'eau, obtenir la conductibilité du mélange de dissolutions quelconques de sels neutres sans action chimique (¹). Il suffit pour cela d'avoir étudié expérimentalement la variation de la conductibilité moléculaire de chacun des sels avec la dilution.

Le calcul de la conductibilité d'un mélange binaire, fait d'après cette méthode, montre qu'il y a en général deux dissolutions B_1 et B_2 d'un sel B, telles que, si on les mêle à une dissolution donnée A_1 d'un sel A, la conductibilité du mélange est égale à la moyenne des conductibilités des liqueurs mêlées. La dissolution B_1 a la même concentration moléculaire que A_1, B_2 une concentration différente. *Il y a donc deux dissolutions de* B, *isohydriques à* A_1 *suivant la définition de M. Arrhenius.*

Les mêmes conclusions sont évidemment applicables aux mélanges d'acides. La méthode employée par le physicien de Riga pour la recherche des liqueurs isohydriques est donc sujette à une ambiguïté qui ne se trouve pas signalée dans son Mémoire.

J'ajouterai que, si les molécules dissoutes réagissent autrement qu'en s'empruntant de l'eau (c'est-à-dire si elles se combinent entre elles ou si elles se décomposent mutuellement), rien, dans le mode de calcul et d'observation de M. Arrhenius, ne peut le déceler. Si la réaction est peu énergique, on trouvera encore des liqueurs isohydriques, mais qui n'auront que le nom de commun avec les liqueurs isohydriques proprement dites. Au contraire, j'ai indiqué une marche sûre (²) pour reconnaître l'existence d'une action chimique et déterminer, dans certains cas, la proportion du produit de la réaction dans la liqueur. E. BOUTY.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE.

Année 1886, t. XXXI et XXXII.

F.-E. NIPHER. — Surfaces isodynamiques du pendule composé, t. XXXI, p. 22.

Dans l'étude du pendule composé, on dit quelquefois que les molécules situées près de l'axe de suspension et en dessous sont

---

(¹) *Comptes rendus,* t. CIV, p. 1699.

(²) *Ibid.,* p. 1789 et 1839.

retardées, tandis que les molécules situées au bas du pendule sont accélérées en raison de leur liaison avec le système, celles qui sont sur l'axe d'oscillation ne sont ni retardées, ni accélérées. Cela est vrai, en général, quand on considère la durée d'une oscillation complète, mais il n'est pas exact que, dans tout pendule composé, les molécules situées à la partie inférieure exercent continuellement une action retardatrice sur le système. A un moment donné, certaines molécules tendent à diminuer l'accélération actuelle et d'autres à l'augmenter; ces deux séries de particules sont séparées à chaque instant par une surface dite *surface isodynamique*, sur laquelle se trouve toujours l'axe d'oscillation et dont les molécules à cet instant n'ont aucune action retardatrice ou accélératrice sur le système.

L'auteur discute les propriétés de ces surfaces, en particulier dans le cas où le pendule est un disque circulaire.

H.-S. CARHART. — Transmission superficielle des décharges électriques, t. XXXI, p. 256.

L'auteur a cherché si la grandeur de la surface d'un conducteur, indépendamment de sa section, exerce une influence sur la manière dont ce conducteur transmet les décharges électriques. Deux tubes de verre de 15^{mm} de diamètre sont recouverts de papier d'étain sur une longueur de 1^{m}, et réunis en série par un fil de cuivre qui est enroulé en son milieu de manière à former une hélice magnétisante de vingt spires. Un second fil de cuivre identique, contenant aussi une hélice magnétisante, est inséré dans les tubes et relié aux extrémités libres des deux tubes, de manière que ce fil d'une part et de l'autre les deux tubes et le fil qui les réunit forment deux dérivations d'égale résistance. Un barreau d'acier étant placé dans chaque hélice, on fait passer dans le tout la décharge d'une bouteille de Leyde et l'on mesure ensuite le moment magnétique des deux barreaux. Appelons A le barreau contenu dans l'hélice intérieure et B celui qui est contenu dans l'hélice qui réunit les deux tubes de verre.

Après une première décharge, le magnétisme apparent de A est plus grand que celui de B; mais le rapport des deux moments diminue en même temps que chacun d'eux augmente, quand on

fait passer successivement plusieurs décharges; après dix décharges les moments magnétiques de A et de B sont sensiblement égaux. Si l'on intervertit la position de A et de B, et qu'on fasse passer de nouvelles décharges, le moment magnétique de A diminue brusquement, celui de B augmente et devient bien plus grand que celui de A. En dissolvant progressivement la surface des barreaux dans l'acide nitrique, et déterminant, de temps en temps, leur moment magnétique, on voit que B possédait d'abord une aimantation superficielle contraire à celle des couches sous-jacentes; quand B prend la place de A, cette aimantation superficielle est renversée, et devient de même signe que celle des portions sous-jacentes, ce qui augmente le moment magnétique de ce barreau, tandis que le contraire se produit pour A.

Quant à la différence manifestée par les deux barreaux, elle est due exclusivement à ce que le coefficient de self-induction des circuits qui les contiennent est tout différent et beaucoup plus grand pour le circuit composé d'un fil unique que pour celui qui comprenait les deux tubes. L'intensité du courant oscillatoire, produit par la décharge, varie en raison inverse de la racine carrée du coefficient de self-induction, et il en est de même des moments magnétiques, ce qui explique comment le moment magnétique de A est plus faible réellement que celui de B. L'auteur a alors recommencé l'expérience en remplaçant le fil unique par deux tubes de verre recouverts d'étain et placés dans l'intérieur des deux premiers, de façon que les résistances et les coefficients de self-induction fussent les mêmes pour les deux branches du circuit, la surface extérieure seule différant. Les moments magnétiques des deux barreaux ont alors été les mêmes.

Quand la seule différence entre les deux circuits est donc que l'un est intérieur à l'autre et a, par conséquent, une moindre surface, le moment et la distribution du magnétisme dans les deux barreaux aimantés par la décharge sont aussi les mêmes. La surface du conducteur n'exerce donc aucune influence; pour les décharges électriques comme pour les courants, c'est la section seule du conducteur qui compte et non sa surface extérieure.

L'auteur en conclut que, pour les conducteurs des paratonnerres, ce qui est essentiel, c'est une grande section et non une grande surface.

A.-A. MICHELSON et E.-W. MORLEY. — Influence du mouvement du milieu sur la vitesse de la lumière, t. XXXI, p. 377.

MM. Michelson et Morley ont repris la célèbre expérience de Fizeau relative à l'influence du mouvement du milieu sur la vitesse de la lumière et presque sous la même forme que l'expérience primitive. Un faisceau de lumière, séparé en deux par un réfractomètre, traverse deux tubes parallèles parcourus en sens inverse par un courant d'eau; après une réflexion qui leur fait traverser une seconde fois les tubes, les deux moitiés du faisceau sont ramenées à la superposition et donnent des franges qui se déplacent suivant la vitesse du courant d'eau. Toutes les précautions étaient prises pour éviter les erreurs fortuites; les tubes, construits en laiton, avaient 28^{mm} de diamètre intérieur et une longueur de 3^m ou de 6^m suivant les séries d'expériences, la vitesse de l'eau distillée qui y coulait était mesurée par jaugeage direct et des expériences préliminaires avaient donné le rapport de la vitesse maximum de l'eau suivant l'axe des tubes à la vitesse moyenne mesurée par le jaugeage, ce rapport était de 1,165. La vitesse de l'eau a varié de $5^m,67$ à $8^m,72$ par seconde.

Fresnel avait avancé et Fizeau a vérifié par l'expérience que l'éther n'est aucunement affecté par le mouvement du corps que traverse la lumière. MM. Michelson et Morley arrivent à la même conclusion. Si θ est la vitesse du liquide dans l'axe du tube, θx l'accélération de la lumière et n l'indice de réfraction de l'eau, l'hypothèse de Fresnel donne

$$x = \frac{n^2-1}{n^2} = 0,437,$$

tandis que les expériences de MM. Michelson et Morley conduisent au nombre $x = 0,434$, qui diffère du nombre théorique d'une quantité moindre que l'erreur probable des expériences.

C. BARUS et V. STROUHAL. — 1° Note sur la structure de l'acier trempé, t. XXXI, p. 386; 2° Tension produite par un refroidissement subit dans le verre et l'acier, t. XXXI, p. 439, et t. XXXII, p. 181; 3° Note sur l'effet hydro-électrique de la trempe dans l'acier, t. XXXII, p. 276; 4° Viscosité de l'acier et ses relations avec la trempe, t. XXXII, p. 444.

Dans ces cinq Notes, MM. Barus et Strouhal étudient l'effet de la trempe sur l'acier et le verre (larmes bataviques).

On prend un barreau d'acier dont les dimensions et la densité sont connues, on le trempe, puis on le dissout galvaniquement, couche par couche, en déterminant à chaque fois les dimensions et la densité du barreau qui reste, on en déduit la densité des couches successives qui ont été enlevées. On voit ainsi que la trempe diminue la densité de l'acier et que cette diminution se fait surtout sentir à une petite distance de la surface.

La résistance électrique spécifique de l'acier s'accroît beaucoup par la trempe (15 microhms pour l'acier doux, 44 pour l'acier trempé très dur). Le recuit diminue la résistance électrique et augmente la densité, mais ces variations ne se produisent pas d'une manière continue quand on élève progressivement la température du recuit : la diminution de résistance électrique se produit presque tout entière pour des températures de recuit entre 100° et 350°, quand la température de recuit dépasse 350°, la résistance ne varie presque plus, mais c'est alors que commence l'augmentation de densité.

L'acier trempé, puis recuit, se dissout d'autant plus vite dans l'acide chlorhydrique que la température de recuit a été plus élevée; au point de vue de son rôle électrique vis-à-vis des autres métaux, l'acier est d'autant plus électronégatif qu'il est plus dur.

Les propriétés du verre trempé (larmes bataviques) sont analogues à celles de l'acier trempé. La densité. qui est de 2,435 pour le verre trempé, remonte à 2,491 après un recuit au rouge. Quand la température du recuit croît de 0° à 450°, la densité, augmente peu, mais la tension s'évanouit complètement et, après un recuit à 450°, les larmes ont perdu la faculté de faire explosion; quand on recuit à des températures comprises entre 450° et le rouge, la densité augmente beaucoup et d'autant plus qu'on a recuit à une température plus élevée; en même temps, dans cette dernière phase du recuit, on voit disparaître les bulles que l'on remarque dans toutes les larmes bataviques; l'auteur démontre de plusieurs façons que ces bulles sont vides.

Par la trempe, le verre conserve le volume qui convient à peu près à la température de 900°, et l'acier, celui qui convient seulement à la température de 400°. La tension correspondante dans l'acier est affectée dès que la température du recuit dépasse 50°, tandis que pour le verre il faut dépasser 200°.

On sait que l'on peut dissoudre entièrement une larme batavique dans l'acide fluorhydrique sans qu'elle fasse explosion, mais l'expérience a montré à MM. Barus et Strouhal qu'il suffit de dissoudre une couche superficielle très mince, pour modifier d'une manière notable les propriétés explosives des larmes bataviques; dès qu'on enlève une couche de $0^{mm},3$, la larme n'éclate plus quand on la frappe et se brise simplement en gros fragments conchoïdaux. Enfin, la biréfringence des larmes bataviques diminue par le recuit, et, comme pour la conductibilité électrique pour l'acier, toute biréfringence cesse quand la température du recuit atteint 450°. Il y a donc la plus grande analogie entre les propriétés de l'acier et du verre trempés.

A.-M. MAYER. — Le sphéromètre à puits, instrument pour mesurer le rayon de courbure des lentilles de toute ouverture, t. XXXII, p. 61.

Le sphéromètre ordinaire ne peut guère servir à mesurer le rayon de courbure des lentilles de petite ouverture. M. Mayer propose de l'employer cependant à cet usage, au moyen de la disposition suivante.

Le plan de verre sur lequel repose le sphéromètre est porté par trois pieds et muni en son centre d'un trou, dans lequel, et en dessous du plan, on peut visser un cylindre creux d'acier, qui forme ainsi comme une sorte de puits, et dont le bord inférieur est à arête vive. Contre ce bord, et en dessous, on applique une lame de verre plane, au contact de laquelle on amène la vis du sphéromètre, puis on remplace cette lame par la lentille, et l'on établit de nouveau le contact. La différence des deux lectures donne la flèche de la calotte sphérique comprise en dessus du petit cercle limité par le bord inférieur du cylindre, et, comme on connaît une fois pour toutes le rayon de ce cylindre, le calcul ordinaire donne le rayon de courbure de la lentille; avec un jeu de cylindres de différents diamètres, on peut aisément mesurer ainsi les lentilles les plus petites. L'auteur montre comment cette disposition s'applique aux diverses formes de sphéromètres.

A. Angot.

TABLE DES MATIÈRES.

SEPTEMBRE 1887.

12680 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOURGET, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — OCTOBRE 1887.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (Seine).

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue de Bécon, n° 55, à Courbevoie (Seine). Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............. 15 fr.
Autres pays.. 17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

LIBRAIRIE DE GAUTHIER-VILLARS,

QUAI DES AUGUSTINS, 55, A PARIS.

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES, ou Recueil mensuel de Mémoires sur les diverses parties des Mathématiques, fondé en 1836 et publié jusqu'en 1874 par *Liouville*; publié de 1875 à 1884 par *H. Resal*. — A partir de 1885, le *Journal de Mathématiques* est publié par *Camille Jordan*, Membre de l'Institut, avec la collaboration de *G. Halphen, M. Lévy, A. Mannheim, E. Picard, H. Poincaré, H. Resal*. In-4, trimestriel. 4e Série, Tome III; 1887.

1re Série, 20 volumes in-4, années 1836 à 1855 (au lieu de 600 francs). 400 fr.
Chaque volume pris séparément (au lieu de 30 fr.), 25 fr.

2e Série, 19 volumes in-4, années 1856 à 1874 (au lieu de 570 fr.) 380 fr.
Chaque volume pris séparément (au lieu de 30 fr.), 25 fr.

3e Série, 10 volumes in-4, années 1875 à 1884 (au lieu de 300 fr.) 200 fr.
Chaque volume pris séparément (au lieu de 30 fr.), 25 fr.

— Table générale des 20 volumes composant la 1re Série. In-4.... 3 fr. 50 c.
— Table générale des 19 volumes composant la 2e Série. In-4.... 3 fr. 50 c.
— Table générale des 10 volumes composant la 3e Série. In-4.... 1 fr. 75 c.

La 4e Série, commencée en 1885, se publie, chaque année, en 4 fascicules de 12 à 15 feuilles, paraissant au commencement de chaque trimestre.

Prix pour un an (4 fascicules) :

Paris.. 30 fr.
Départements et Union postale................ 35 fr.
Autres pays.................................... 40 fr.

SUR LA CONDITION DE STABILITÉ DU MOUVEMENT D'UN SYSTÈME OSCILLANT SOUMIS A UNE LIAISON SYNCHRONIQUE PENDULAIRE;

PAR M. A. CORNU.

Dans l'établissement de certains dispositifs de haute précision usités en Physique ou en Astronomie, on est conduit au problème suivant :

Rendre les oscillations d'un système mobile donné (*balancier, lame vibrante, galvanomètre,* etc.) *exactement synchroniques avec un mouvement périodique également donné* (*battements d'une horloge, d'un relai,* etc.).

Le système oscillant à *synchroniser* est, en général, un solide invariable soumis à l'action :

1° D'une force principale proportionnelle à l'écart;
2° D'une force perturbatrice proportionnelle à la vitesse;
3° D'une force additionnelle, constituant la *liaison synchronique,* dont l'intensité est périodique et que, pour simplifier, nous supposerons indépendante de la position du système.

L'équation différentielle du mouvement est

$$(1) \qquad \mu \frac{d^2\theta}{dt^2} + q\frac{d\theta}{dt} + r\theta = \mathrm{F},$$

θ représentant l'écart angulaire du système; μ le moment d'inertie; q et r les moments des deux premières forces correspondant à l'unité de vitesse angulaire et d'écart; F le moment de la liaison synchronique fonction du temps seulement.

L'intégrale générale de cette équation, expression du mouvement cherché, se compose de la somme de deux termes

$$(2) \qquad \theta = \mathcal{A} e^{-\alpha t} \sin 2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}} - \varphi\right) + \mathcal{F}, \qquad \left\{\begin{aligned} \alpha &= -\frac{q}{2\mu}, \\ \frac{2\pi}{\mathrm{T}} &= \sqrt{\frac{r}{\mu} - \left(\frac{q}{2\mu}\right)^2}. \end{aligned}\right.$$

Le premier terme, solution de l'équation (1) sans second membre ($\mathcal{A}$ et φ étant les deux constantes arbitraires de l'intégration),

représente une oscillation dont l'amplitude *s'amortit* avec le temps; le second, $\mathfrak{F}$, est une solution particulière de l'équation complète. Le mouvement définitif est donc la superposition de l'*oscillation amortie* que le système prendrait si la liaison synchronique n'existait pas et d'un mouvement qui dépend de la loi qui lie l'intensité de la force synchronisante avec le temps.

Le problème proposé consiste à chercher s'il est possible de faire coïncider ce mouvement résultant avec une fonction périodique $\mathfrak{F}$ dont la période Θ est différente de la période T de l'oscillation propre du système.

La présence du premier terme, représentant l'oscillation amortie de période T, montre que cette coïncidence n'est possible qu'après un temps suffisamment long, lorsque l'exponentielle négative est devenue sensiblement nulle; mais qu'après cet intervalle le mouvement du système peut être identifié avec un mouvement quelconque $\mathfrak{F}$ de période Θ compatible avec la condition de vérifier l'équation (1); d'où l'on conclut :

Pour qu'un système oscillant puisse être synchronisé, il faut et il suffit que le mouvement libre du système soit une oscillation amortie : le régime stable est d'autant plus rapidement atteint que l'amortissement est plus grand.

Cas d'une force périodique suivant la loi pendulaire simple. — Parmi les mouvements périodiques qu'on peut se proposer d'imposer au système oscillant, le plus simple au point de vue de la théorie aussi bien que de la convenance expérimentale est le mouvement *pendulaire simple* ou *oscillation non amortie*. Cherchons donc à quelles conditions doit satisfaire la liaison synchronique F pour donner au système oscillant un régime stable représenté par la fonction circulaire

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{A} \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \psi\right). \tag{3}$$

Il suffit de substituer dans l'équation (1) $\theta = \mathfrak{F}$; on en déduit

$$\left\{ \begin{aligned} F = \mathfrak{A} \Big[& \left(r - \mu \frac{4\pi^2}{\Theta^2}\right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \psi\right) \\ & + \frac{2\pi}{\Theta} q \cos 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \psi\right) \Big] = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \Phi\right). \end{aligned} \right. \tag{4}$$

La force synchronisante est donc aussi une fonction circulaire du temps caractérisée par une amplitude B et une phase Φ qu'on détermine par une identification facile; on trouve ainsi

$$(5)\quad \begin{cases} B = \mathfrak{M}\sqrt{\left(r - \mu\dfrac{4\pi^2}{\theta^2}\right)^2 + \dfrac{4\pi^2}{\theta^2}q^2} \\ \quad = \mathfrak{M}\mu\sqrt{\left[\alpha^2 + 4\pi^2\left(\dfrac{1}{T^2} - \dfrac{1}{\theta^2}\right)\right]^2 + 4\alpha^2\dfrac{4\pi^2}{\theta^2}}, \end{cases}$$

$$(6)\quad \operatorname{tang} 2\pi(\Phi - \psi) = \frac{-\dfrac{2\pi}{\theta}q}{r - \mu\dfrac{4\pi^2}{\theta^2}} = \frac{2\alpha\dfrac{2\pi}{\theta}}{\alpha^2 + 4\pi^2\left(\dfrac{1}{T^2} - \dfrac{1}{\theta^2}\right)}.$$

Ces expressions permettent de conclure les paramètres B, Φ de la force synchronisante en fonction de ceux du mouvement $\mathfrak{M}$, ψ, ou inversement. La formule (6) montre que (Φ — ψ) ne peut être nulle que si le coefficient d'amortissement α est égal à zéro ; d'où l'on conclut :

Lorsque la force synchronisante et le mouvement synchronisé sont représentés par la loi pendulaire simple, il existe toujours une différence de phase, entre la force et le mouvement : cette différence de phase, conséquence de l'amortissement, correspond toujours à un retard du mouvement synchronisé.

Cas d'une force périodique quelconque. — On peut, sans calcul nouveau, obtenir le mouvement, en régime stable, dû à une force variable quelconque F dont la période est Θ. On sait que l'expression de cette force en fonction du temps est, en général, développable par la série de Fourier et peut être mise sous la forme

$$(7)\quad \begin{cases} F = B_1 \sin 2\pi\left(\dfrac{t}{\theta} - \Phi_1\right) \\ \qquad + B_2 \sin 2\pi\left(\dfrac{2t}{\theta} - \Phi_2\right) + \ldots + B_n \sin 2\pi\left(\dfrac{nt}{\theta} - \Phi_n\right) + \ldots. \end{cases}$$

Le second membre F de l'équation différentielle (1) se composera donc d'une somme de termes ayant la même forme que ci-dessus :

le terme F de l'intégrale générale sera la somme de termes $\mathcal{F}_1$, $\mathcal{F}_2$, ..., $\mathcal{F}_n$ assujettis seulement à vérifier individuellement l'équation (1); des expressions (5) et (6) on déduira donc aisément les paramètres du terme général en y changeant B en B_n, $\mathfrak{B}$ en $\mathfrak{B}_n$, Φ en Φ_n et Θ en $\frac{\Theta}{n}$.

On voit alors que chaque terme périodique de la force produit un effet périodique correspondant sur l'amplitude et la phase du mouvement résultant, mais que cet effet va en décroissant rapidement avec l'ordre n, car les termes successifs contiennent n^2 ou n^4 au dénominateur : cette circonstance permet, dans diverses applications, de réduire la série à ses premiers termes ou d'utiliser les développements peu convergents représentant certaines fonctions discontinues.

Vérification expérimentale des résultats précédents. — Il importe de vérifier entre des limites aussi étendues que possible les résultats ci-dessus, particulièrement en ce qui concerne l'influence de l'amortissement sur l'établissement du régime stable, sur la phase et l'amplitude du mouvement définitif : on y parvient en utilisant les phénomènes d'induction.

Si l'on ferme le circuit d'un galvanomètre par un solénoïde au voisinage duquel oscille un aimant, on réalise toutes les conditions étudiées ci-dessus : on retrouve en effet le système oscillant (aimant mobile, dans un cadre fixe ou cadre mobile devant un aimant fixe) soumis aux trois forces précitées : couple principal proportionnel à l'écart (action terrestre ou torsion), couple d'amortissement (réactions électromagnétiques du cadre et de l'aimant) et liaison synchronique constituée par l'action du courant induit dans le solénoïde.

Pour faire les vérifications dans les conditions les plus concluantes, on construit un galvanomètre du type Deprez-d'Arsonval, dont le cadre très léger, suspendu à un fil de torsion assez gros, présente une période d'oscillation à circuit ouvert d'environ $\frac{1}{7}$ de seconde : ce galvanomètre, fermé en court circuit, possède un coefficient d'amortissement considérable ; mais, lorsqu'on introduit dans le circuit des résistances croissantes, le coefficient d'amortissement diminue de plus en plus : on démontre qu'il

varie sensiblement en raison inverse de la résistance totale du circuit ([1]).

L'aimant inducteur est fixé transversalement à une lame vibrante munie de curseurs pouvant faire varier la période d'oscillation entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{2}$ seconde. Le solénoïde induit est formé d'une torsade de dix fils isolés identiques, ayant chacun une résistance égale à celle du galvanomètre : cinq d'entre eux sont réunis en *quantité* (circuit C_1) et cinq en *tension* (circuit C_2).

Il s'agit de comparer le mouvement du cadre du galvanomètre avec la force périodique qui le sollicite, c'est-à-dire avec l'intensité du courant induit, et de vérifier si les lois mathématiques exprimées ci-dessus s'appliquent exactement. Une telle vérification serait assez complexe si l'on voulait déterminer séparément ces deux éléments en fonction du temps : elle devient, au contraire, intuitive si l'on a recours à la *composition optique* des oscillations de l'aimant et du galvanomètre. A cet effet, la lame vibrante, qui est verticale, porte un bras horizontal muni d'une petite boule d'acier poli ; le point brillant qui s'y forme oscille pendulairement

---

([1]) Soient c le couple de torsion du cadre, q' le coefficient de la résistance de l'air et i l'intensité du courant qui parcourt le cadre (n tours, s aire moyenne, f intensité du champ magnétique); on a, pour l'équation différentielle du mouvement du cadre,

$$\mu \frac{d^2\theta}{dt^2} + q' \frac{d\theta}{dt} + c\theta = fnsi \quad \text{avec} \quad i = \frac{\Sigma E}{R},$$

R étant la résistance *totale* du circuit. La somme des forces électromotrices ΣE se compose de $F(t)$ développée par l'aimant dans le solénoïde, $-fsn\frac{d\theta}{dt}$ développée par le déplacement du cadre, et $-L\frac{di}{dt}$ par l'induction des spires sur elles-mêmes; d'où

$$Ri = F(t) - fsn\frac{d\theta}{dt} - L\frac{di}{dt};$$

comme on peut négliger le coefficient L de self-induction du système, l'élimination de i est immédiate et l'on trouve

$$\mu \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(q' + \frac{f^2 s^2 n^2}{R}\right)\frac{d\theta}{dt} + c\theta = \frac{fsn}{R} F(t).$$

Le coefficient d'amortissement du galvanomètre est donc représenté par

$$\alpha = -\frac{1}{2\mu}\left(q' + \frac{f^2 s^2 n^2}{R}\right).$$

suivant une petite ligne verticale; avec une loupe on en observe l'image réelle, réfléchie sur le miroir concave du galvanomètre; on obtient ainsi une ligne lumineuse dont chaque point a pour abscisse verticale le mouvement pendulaire de l'aimant, et pour ordonnée horizontale la déviation du galvanomètre. Le choix de la durée d'oscillation, voisin de $\frac{1}{7}$ de seconde, permet une persistance visuelle suffisante pour donner l'impression d'une ligne continue sans empêcher cependant de reconnaître le sens de la description de la courbe. Voici les principales expériences ([1]) qu'on peut faire avec ces deux appareils et une boîte de résistances auxiliaires :

1° *Influence de la grandeur de l'amortissement sur la durée du régime variable.* — On ferme le circuit du galvanomètre par l'un des circuits du solénoïde, de préférence par celui dont la résistance est la plus faible (circuit C_1), et l'on met l'aimant en oscillation : l'image atteint presque aussitôt une figure permanente; le régime variable ne dure donc que quelques instants, et le régime stable persiste ensuite indéfiniment.

Les périodes d'oscillation de l'aimant et du galvanomètre n'ont pas besoin d'être très voisines; elles peuvent différer de 10, 20 pour 100 et même davantage, sans que la synchronisation cesse d'avoir lieu rapidement, grâce à la grandeur du coefficient d'amortissement du galvanomètre fermé sur une faible résistance.

Si l'on introduit progressivement dans le circuit des résistances auxiliaires, la durée du régime variable augmente parce que l'amortissement diminue (en raison inverse de la résistance totale), mais le régime stable finit toujours par s'établir. Cependant, avec les grandes résistances, la durée du régime variable serait si longue qu'il deviendrait nécessaire, pour en observer la fin, d'entretenir les oscillations de la lame vibrante.

2° *Forme de la courbe : cas de l'ellipse.* — La forme de la courbe dépend de la distribution magnétique de l'aimant et des

---

([1]) Les appareils ont fonctionné sous les yeux de la Société de Physique en projetant l'image du point lumineux mobile : pour obtenir une intensité lumineuse suffisante, la petite boule d'acier poli était remplacée par une lentille à court foyer bordée d'un large écran circulaire sur laquelle on faisait tomber un faisceau de lumière électrique.

trajectoires de ses points : on obtient des courbes particulières avec un aimant gros et court. Mais avec une aiguille mince et longue, dont l'extrémité décrit un élément d'axe du solénoïde, on obtient, comme dans les expériences de Lissajous, une ellipse parfaitement régulière; on peut même la transformer sensiblement en un cercle en réglant l'intensité magnétique de l'aiguille ou la longueur du bras qui porte le point brillant.

Ce résultat est une vérification des lois précédentes : on sait, en effet, que la force électromotrice d'induction, et par suite l'intensité dans le circuit, sont proportionnelles à la vitesse du pôle d'aimant qui se déplace axialement dans l'intérieur d'un solénoïde suffisamment long. Le déplacement du pôle étant pendulaire, l'intensité du courant ou la force synchronisante proportionnelle à la dérivée du déplacement par rapport au temps suit donc aussi la loi pendulaire simple, mais avec un quart de période comme différence de phase inhérente aux arguments de la fonction circulaire et de sa dérivée. La forme elliptique de la courbe prouve que, conformément aux résultats ci-dessus, le déplacement du système synchronisé suit la même loi pendulaire que la force synchronisante.

3° *Influence de la grandeur de l'amortissement sur la différence de phase. Deux cas extrêmes.* — La discussion de l'expression de $\Phi - \psi$ (6) montre que la variation du coefficient d'amortissement α agira d'une manière différente suivant la grandeur relative de α^2 et de $4\pi^2\left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{\theta^2}\right)$. On peut donc distinguer deux cas extrêmes.

a. La différence des périodes est grande : α devient négligeable devant l'autre terme, α n'intervient plus qu'au numérateur, et alors la différence de phase varie dans le même sens que l'amortissement. L'expérience montre en effet que, si l'on supprime progressivement les résistances auxiliaires du circuit, l'ellipse s'incline de plus en plus sur la diagonale du rectangle circonscrit. L'effet devient très démonstratif si, par un artifice convenable, on rend constant le rectangle circonscrit; on y parvient en augmentant la force électromotrice proportionnellement à la résistance totale du circuit : l'intensité du courant n'est pas modifiée.

mais α varie en raison inverse de la résistance. C'est dans ce but que les deux circuits C_1 et C_2 du solénoïde ont été préparés : si, pendant l'oscillation de l'aimant, on substitue, par le jeu d'un commutateur, l'un des circuits à l'autre, on voit l'ellipse, presque verticale dans le circuit en tension C_2, s'incliner sur la diagonale avec le circuit en quantité C_1.

b. Si, au contraire, les deux périodes sont très voisines, c'est le terme en α^2 qui prend l'importance au dénominateur, ce qui tend à renverser son influence, car α est en facteur au numérateur. Aussi, contrairement au cas précédent, c'est avec les grandes résistances que l'ellipse s'incline le plus sur la diagonale du rectangle. Toutefois, le phénomène est moins simple, parce que l'amplitude B du galvanomètre (côté horizontal du rectangle) grandit beaucoup, ainsi qu'on le voit à l'inspection de (5).

4° *Influence de la différence des périodes sur la différence de phase.* — Lorsque l'amortissement est faible, la différence de phase (6) est petite : mais on peut accroître cette différence en faisant varier convenablement la différence des périodes : l'expression $\tang 2\pi(\Phi - \psi)$ devient même infinie pour une valeur de T voisine de Θ, ce qui rend la différence de phase égale à $\frac{1}{4}$, laquelle, ajoutée à la fraction $\frac{1}{4}$, inhérente au dispositif, produit $\frac{1}{2}$. L'ellipse se réduit alors à une diagonale du rectangle.

L'expérience vérifie de tout point ces conclusions; il suffit, toutes choses égales d'ailleurs, de faire marcher le curseur progressivement dans le même sens : l'ellipse stable s'aplatit de plus en plus, devient une droite et reparaît au delà, mais avec un sens de description inverse.

SUR LA SYNCHRONISATION D'UNE OSCILLATION FAIBLEMENT AMORTIE. INDICATRICE DE SYNCHRONISATION REPRÉSENTANT LE RÉGIME VARIABLE;

PAR M. A. CORNU.

La théorie exposée dans l'article précédent permet de traiter les cas les plus divers qui peuvent se présenter et de prévoir toutes les circonstances du régime variable aussi bien que du ré-

gime stable qui le suit. Mais la forme analytique sous laquelle elle est exposée, si bien appropriée au cas où la force synchronisante est une fonction *continue* du temps, offre quelques difficultés lorsque la force est discontinue, à cause de l'emploi de la série de Fourier et du nombre considérable de termes nécessaires à la représentation exacte de ce genre de fonctions. Ce cas d'une fonction discontinue est cependant fort important dans les applications (notamment à l'horlogerie) où l'on utilise une action presque instantanée pour produire la synchronisation.

Il paraît donc utile de le considérer à part et de le traiter par une méthode spéciale, sauf à vérifier la concordance des résultats.

Nous prendrons comme types les conditions suivantes, qui répondent à certains problèmes pratiques :

1° *Le système oscillant est soumis périodiquement à l'action d'une force instantanée très petite;*

2° *La période* Θ *de cette force diffère peu de la période* T *d'oscillation libre du système;*

3° *Le coefficient d'amortissement de l'oscillation est très faible.*

(Nous appellerons *force instantanée* une force agissant pendant un temps assez court pour qu'on puisse négliger le déplacement du système pendant la durée de l'application de cette force : elle est *très petite* lorsqu'elle ne produit qu'une variation relative très petite de la vitesse; enfin nous dirons que le *coefficient d'amortissement* est *très faible* lorsqu'on peut négliger devant l'unité le carré du produit αT de ce coefficient par la période T d'oscillation libre.)

La méthode que nous emploierons est fondée sur la représentation géométrique d'un mouvement quelconque par une courbe dont chaque point a pour abscisse le déplacement à une époque donnée et pour ordonnée une longueur proportionnelle à la vitesse au même instant. Ce mode de représentation, suggéré par les propriétés de l'oscillation pendulaire simple (dont la courbe représentative coïncide avec un cercle lorsque le facteur de proportionnalité de la vitesse $K = T : 2\pi$), s'applique d'une manière particulièrement élégante à l'oscillation amortie. Dans ce cas, les axes de coordonnées sont obliques : leur angle ζ et le coeffi-

cient de proportionnalité sont respectivement donnés par

(8) et (9) $$\tang\zeta = \frac{2\pi}{\alpha T}, \qquad K = \frac{T \sin\zeta}{2\pi}.$$

La courbe représentative est une spirale logarithmique dont le rayon vecteur coupe la courbe sous l'angle ζ et se déplace avec la vitesse angulaire constante $2\pi : T$ ([1]).

Il résulte de ce mode de figuration qu'une oscillation quelconque, pendulaire ou amortie, est représentée par un *vecteur*, c'est-à-dire par une droite ρ issue d'une origine fixe mesurant l'amplitude à l'époque t et faisant avec une direction fixe un angle $\omega = \frac{2\pi t}{T}$, mesurant le temps écoulé depuis un déplacement nul. On peut ainsi utiliser toutes les relations simples que fournit la *composition* des vecteurs.

1° *Force instantanée périodique appliquée à une oscillation pendulaire simple.* — Considérons d'abord le cas extrême où l'amortissement est nul : à une époque donnée, représentée par l'angle $\omega = y\text{OM}$ (*fig.* 1), l'oscillation étant figurée par le vecteur OM (dont l'abscisse OP mesure le déplacement et l'ordonnée PM, divisée par K, la vitesse), la force instantanée accroît brusquement la vi-

---

([1]) On démontre aisément tous ces résultats en identifiant les valeurs de l'abscisse x et de l'ordonnée y d'une spirale logarithmique $\rho = Ae^{-\beta\omega}$ (ω étant compté à partir de l'axe des y), rapportée à des coordonnées obliques d'angle ζ avec le déplacement θ et la vitesse $\frac{d\theta}{dt}$ multipliée par le facteur indéterminé K

$$\theta = \mathcal{A} e^{-\alpha t} \sin 2\pi \frac{t}{T}, \qquad \frac{d\theta}{dt} = \mathcal{A} e^{-\alpha t}\left(-\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T} + \frac{2\pi}{T}\cos 2\pi \frac{t}{T}\right)$$

(l'origine du temps coïncidant avec une époque où le déplacement est nul); on a à identifier

$$\left.\begin{aligned} x &= \theta, \\ y &= k\frac{d\theta}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \text{avec} \quad \frac{x}{\sin\omega} = \frac{y}{\sin(\zeta-\omega)} = \frac{\rho}{\sin\zeta};$$

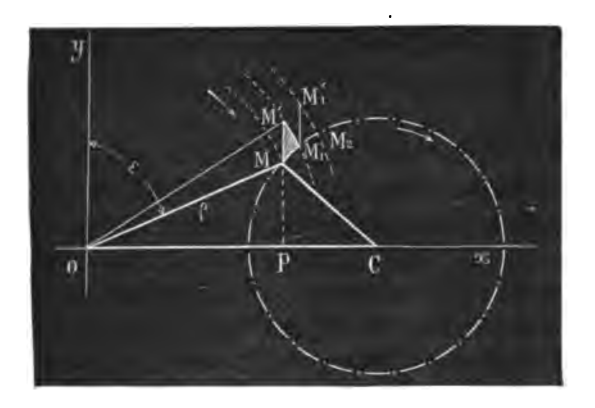
on trouve

$$\beta = \alpha, \qquad \omega = 2\pi\frac{t}{T}, \qquad A = \mathcal{A}\sin\zeta,$$

ainsi que (8) et (9). (Voir *Annales de l'Observatoire*, Mémoires, t. XIII, p. A. 161.)

tesse PM de MM′, sans que le déplacement OP soit modifié; l'oscillation subséquente est représentée par la projection du point M′ qui décrit le cercle de rayon OM′ d'un mouvement uniforme tel que, après le temps T, le point M′ revient en M′ et le dépasse si le système reste libre.

Fig. 1.



Mais, au bout du temps Θ (la figure suppose $\Theta > T$), lorsque M′ est arrivé en M_1, une nouvelle percussion a lieu qui ajoute à l'ordonnée de M_1 l'accroissement constant $M_1M'_1 = u$, et ainsi de suite. On voit que, à chaque percussion, l'amplitude OM et la phase sont modifiées de quantités différentes suivant l'angle ω, ce qui constitue un régime variable pour le mouvement oscillatoire du système.

Ce régime variable serait entièrement défini si l'on connaissait la loi de variation avec le temps de l'amplitude et de la phase. Le mode actuel de représentation, qui peint si bien les altérations élémentaires dues à chaque percussion, fournit aussi une image très simple du régime variable. En effet, cherchons le lieu du point M et la vitesse moyenne avec laquelle ce point s'y déplace; grâce aux hypothèses admises sur la petitesse relative de l'accroissement de la vitesse et de la différence des périodes, on peut traiter les longueurs $MM' = u$ et $M'M_1 = \rho(\Theta - T)\,\frac{2\pi}{T}$ comme des différentielles, l'élément de temps étant la période Θ. Joignant MM_1, on forme un triangle infinitésimal dont les côtés MM′ et $M'M_1$ sont respectivement perpendiculaires à OP et OM; si

l'on mène la droite MC perpendiculaire au troisième côté MM_1, on obtient un triangle fini COM qui reste toujours semblable au premier; les relations de similitude donnent

$$(10)\qquad \frac{M'M_1 = 2\pi\rho\,\dfrac{\Theta - T}{T}}{OM = \rho} = \frac{M'M = u}{OC} = \frac{MM_1}{MC},$$

$$\text{d'où}\quad \left\{\begin{aligned} OC &= \frac{uT}{2\pi(\Theta - T)},\\ \frac{1}{\Theta}\,\frac{MM_1}{MC} &= \frac{2\pi}{T}\,\frac{\Theta - T}{\Theta}.\end{aligned}\right.$$

Ainsi le côté OC est constant; la normale à l'élément MM_1 passe donc toujours par un point fixe : le lieu cherché est donc un cercle. En outre, le rapport au rayon CM de l'arc MM_1, censé décrit pendant la période Θ, est constant.

Si, pour abréger, on désigne sous le nom d'*indicatrice de synchronisation* le lieu précédent, qui définit la loi de variation avec le temps de l'amplitude et de la phase pendant le régime variable, on en conclura :

Dans le cas de l'oscillation pendulaire simple de période T, *modifiée par une force instantanée u de période* Θ, *peu différente de* T, *l'indicatrice de synchronisation est un cercle dont le centre, situé sur l'axe représentatif des déplacements à une distance de l'origine égale à* $\frac{u}{2\pi}\frac{T}{\Theta - T}$, *est décrit avec une vitesse angulaire uniforme* $\frac{2\pi}{\mathfrak{T}} = 2\pi\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{\Theta}\right)$.

Le rayon du cercle dépend de l'amplitude et de la phase initiales.

On reconnaît que l'amplitude varie périodiquement avec le temps, comme les rayons vecteurs de l'origine menés à ce cercle, et que la période est $\mathfrak{T}$. Le système oscillant exécute donc de véritables *battements :* le régime variable subsiste indéfiniment et le régime stable ne peut jamais s'établir. Nous retrouvons ici le résultat prévu par la théorie générale, à savoir que le régime stable ne peut s'établir qu'avec une oscillation amortie.

La phase varie aussi périodiquement, mais de deux manières, très différentes suivant le rayon du cercle indicateur. Si l'origine

est extérieure au cercle, cette phase, mesurée par l'angle du vecteur avec la ligne du centre, oscille entre les valeurs angulaires correspondant aux tangentes menées de l'origine au cercle : il y a donc une sorte de synchronisation périodique avec une erreur alternativement positive et négative. Si, au contraire, l'origine est intérieure au cercle indicateur, la phase varie d'une manière continue avec le temps : le système perd ou gagne une période T à chaque période $\mathfrak{T}$, suivant le sens de la description du cercle. Le système échappe donc à la liaison synchronique, et la synchronisation, même imparfaite, du cas précédent, est impossible.

Il importe de remarquer cette conséquence curieuse que, l'impulsion synchronisante restant la même, le choix des conditions initiales peut conduire à l'une ou à l'autre de ces deux espèces de régimes périodiques.

Remarque. — Pour la simplicité de la démonstration, on a supposé une force à la fois instantanée et très petite : on démontre aisément que ces deux restrictions ne sont pas nécessaires, à la condition de remplacer l'intensité u de la percussion par le produit du moment de la force (constante pendant l'intervalle de temps 2δ) par deux fois le sinus de $\frac{\pi\delta}{T}$ et l'époque de la percussion par l'époque moyenne de l'action.

2° *Force instantanée périodique appliquée à une oscillation faiblement amortie.* — A l'époque ω, l'oscillation est figurée par le vecteur OM (*fig.* 2) : l'accroissement MM′ de la vitesse est porté sur l'ordonnée oblique PM ; le déplacement de M′, représentatif de l'oscillation subséquente, s'effectue non pas sur un cercle M′M″, mais sur un arc de spirale logarithmique $\rho = \mathcal{A} e^{-\alpha t}$ qui, au bout du temps Θ, aboutit en M_1. L'amortissement très petit produit la diminution $M''M_1$ du rayon vecteur, diminution qu'on regardera aussi comme une différentielle et qu'on calculera en développant l'exponentielle à l'approximation convenue :

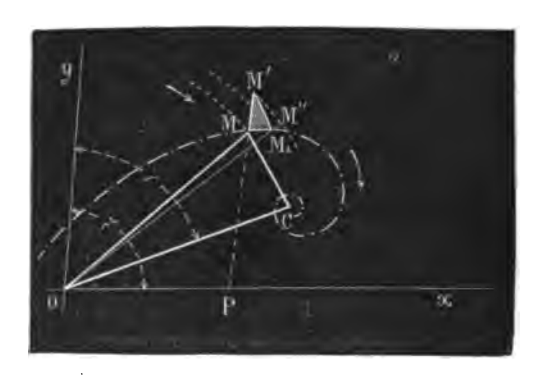
$$M''M_1 = -\rho\alpha\Theta.$$

On obtient ainsi un triangle infinitésimal $MM'M_1$ et l'on construit aisément un triangle fini qui lui reste semblable, OMC, dont

les côtés sont respectivement inclinés sur ceux du premier d'un même angle $\gamma = M'M_1M''$: cet angle γ, évidemment invariable, est donné par l'expression

$$(11)\qquad \tang\gamma = \frac{M'M''}{M_1M''} = \frac{2\pi\frac{\theta - T}{T}}{\alpha\theta}, \qquad \sin\gamma = \frac{2\pi\frac{\theta - T}{T}}{\sqrt{\alpha^2\theta^2 + 4\pi^2\left(\frac{\theta - T}{T}\right)^2}}.$$

Fig. 2.



Les relations de similitude donnent

$$(12)\qquad \frac{M'M_1 = \rho\sqrt{\alpha^2\theta^2 + 4\pi^2\left(\frac{\theta - T}{T}\right)^2}}{OM = \rho} = \frac{M'M = u}{OC} = \frac{MM_1}{MC},$$

$$\text{d'où}\quad \left\{ \begin{aligned} & OC = \frac{u}{\sqrt{\alpha^2\theta^2 + 4\pi^2\left(\frac{\theta - T}{T}\right)^2}} \\ & \frac{\sin\gamma}{\theta}\,\frac{MM_1}{MC} = \frac{\sin\gamma}{\theta}\sqrt{\alpha^2\theta^2 + 4\pi^2\left(\frac{\theta - T}{T}\right)^2}. \end{aligned} \right.$$

Il résulte de la valeur constante de OC que le lieu du point M est une courbe dont le rayon vecteur MC, passant par un point fixe C, coupe la courbe sous l'angle constant γ. Donc :

Dans le cas de l'oscillation faiblement amortie de période T, *modifiée par une force instantanée u de période* θ, *peu différente de* T, *l'indicatrice de synchronisation est une spirale logarithmique dont le point asymptotique est situé à une dis-*

tance de l'origine égale à

$$(13)\qquad \mathfrak{M} = \frac{u}{\sqrt{\alpha^2\Theta^2 + 4\pi^2\left(\frac{\Theta - T}{T}\right)^2}} = \frac{uT}{2\pi(\Theta - T)}\sin\gamma,$$

sur une droite faisant avec l'axe représentatif des vitesses le même angle γ,

$$(14)\qquad \operatorname{tang}\gamma = \frac{2\pi}{\alpha\Theta}\,\frac{\Theta - T}{T} = \frac{2\pi}{\alpha\mathfrak{T}},$$

que la spirale fait avec le rayon vecteur du point asymptotique.

Elle est décrite par ce rayon vecteur avec une vitesse angulaire constante $\frac{2\pi}{\mathfrak{T}}$.

L'existence d'un point asymptotique démontre intuitivement que le mouvement tend vers un régime stable, c'est-à-dire vers une oscillation pendulaire simple représentée par le vecteur OC du point asymptotique : l'amplitude limite est donc $\mathfrak{M}$ et la phase limite $2\pi\Phi = \gamma$, expressions (13) et (14).

La vérification de la théorie générale est donc complète ; elle va même plus loin qu'on ne pourrait s'y attendre, car elle s'étend jusqu'à l'identification des expressions (13) et (14) respectivement avec (5) et (6) (p. 447) : il suffit, en effet, dans ces dernières, de négliger α^2T^2 ou $\alpha^2\Theta^2$ devant $4\pi^2$ et $\Theta - T$ devant T ou Θ. Cette identification prouve que la percussion instantanée équivaut ici à une force périodique pendulaire.

La discussion de la spirale indicatrice montre que, pendant le régime variable, il peut se présenter deux cas différents suivant que les volutes de la spirale parcourues par le point représentatif embrassent ou non l'origine : le système oscillant peut donc, pour certaines conditions initiales, échapper d'abord complètement à la liaison synchronique; mais la synchronisation parvient toujours à s'établir, d'abord imparfaite et périodique, finalement parfaite et stable.

Vérifications expérimentales. — En raison de l'importance et de la simplicité de ces résultats, j'ai cherché une vérification

expérimentale décisive : j'ai pensé qu'elle ne laisserait rien à désirer si le système oscillant enregistrait lui-même son indicatrice de synchronisation. L'application de la méthode optique et des phénomènes décrits précédemment (p. 448 et suiv.), jointe à l'emploi de la Photographie, m'ont permis d'atteindre ce résultat.

Le système oscillant choisi est un lourd pendule battant à peu près la seconde ($T = 2^s \pm \varepsilon$); les oscillations sont amorties par un barreau aimanté, fixé transversalement à la tige, dont l'un des pôles oscille dans l'axe d'un tube de cuivre rouge, ou mieux d'un solénoïde à circuit fermé : cette dernière disposition permet de faire varier le coefficient d'amortissement (d'ailleurs toujours très faible) entre de grandes limites, par l'intercalation de résistances extérieures. La force synchronisante est produite par l'action d'un courant électrique envoyé toutes les deux secondes ($\Theta = 2^s$) par une horloge astronomique; ce courant traverse un solénoïde enveloppant l'autre pôle de l'aimant précité et l'attire périodiquement pendant une fraction de seconde. Un miroir plan, fixé au couteau de suspension, permet de faire réfléchir un rayon lumineux dans un plan vertical et d'obtenir une déviation proportionnelle au déplacement angulaire θ du pendule; il reste à produire, à l'aide d'un appareil auxiliaire, une déviation horizontale proportionnelle à la vitesse $\frac{d\theta}{dt}$ et à composer ces déviations.

Cet appareil n'est autre qu'un galvanomètre à miroir, du type Deprez-d'Arsonval, à cadre très léger, recevant le courant induit par les pôles de deux longues aiguilles d'acier aimanté, fixées au bas du pendule et oscillant dans l'axe de quatre longs solénoïdes. Les éléments de ce galvanomètre ont été choisis de manière que le régime stable d'oscillation du cadre reproduise aussi fidèlement que possible à chaque instant la vitesse d'oscillation du pendule.

La reproduction exacte est théoriquement impossible, puisqu'il existe inévitablement une différence de phase entre la force synchronisante et le mouvement synchronisé (*voir* p. 447); mais, par un choix convenable de la durée d'oscillation propre du galvanomètre ($\frac{1}{2}$ seconde) et l'affaiblissement suffisant de son coefficient d'amortissement (¹), on peut réduire la différence de phase à une fraction négligeable.

(¹) Le galvanomètre a une résistance propre de 55 ohms, les quatre solénoïdes

Dans l'appareil ainsi combiné, le régime stable est atteint en cinq ou six secondes, et la déviation du galvanomètre est à chaque instant sensiblement proportionnelle à la vitesse angulaire du pendule.

L'image d'une étincelle d'induction condensée éclatant entre deux pôles de magnésium, réfléchie sur les deux miroirs, se déplace suivant une ellipse qu'on ramène aisément à un cercle en intercalant une résistance convenable dans le circuit du galvanomètre. Une plaque photographique au gélatinobromure, placée au foyer de la lunette d'observation, garde la trace de ces impressions successives; comme l'amplitude varie sans cesse, on obtient non pas des cercles mathématiques, mais des spires très serrées : la forme sensiblement circulaire de ces courbes est une vérification très délicate du réglage de l'appareil. Pour obtenir le tracé automatique de l'indicatrice, il suffit d'ajouter devant la source un obturateur manœuvré par un électro-aimant qui ne découvre la source lumineuse qu'au moment où le courant synchronisant passe dans l'électro-aimant. Il en résulte que le tracé de chaque cercle se réduit à un point, si le courant est instantané, et ce point est précisément celui dont on cherche le lieu. La juxtaposition de tous ces points forme une courbe en apparence continue qui réalise la définition de l'*indicatrice de synchronisation*.

La *fig*. 3 est la reproduction en négatif, *sans aucune retouche,* d'un de ces clichés par les procédés de M. Dujardin; la droite verticale a été obtenue en faisant osciller le pendule seul, galvanomètre hors circuit; l'horizontale, en faisant osciller le galvanomètre par une impulsion auxiliaire, le pendule étant au repos : ce sont les axes des déplacements et des vitesses, ils sont sensiblement rectangulaires ($\zeta = 90^\circ$ à fort peu près).

La spirale indicatrice a été obtenue de la manière suivante : le pendule étant au repos, on lance le courant synchronisant, qui met le pendule en oscillation; lorsque l'amplitude est devenue suffisante, on commence l'enregistrement photographique. Il a été

---

de 15 ohms; on ajoute 30 ohms environ pour réduire l'ellipse à un cercle, ce qui fait 100 ohms de résistance totale; dans ces conditions, le coefficient d'amortissement α est 0,6 (unités C.G.S.); le tube de fer intérieur au cadre du galvanomètre a été supprimé.

poursuivi pendant vingt minutes environ, ce qui correspond à deux périodes ϖ ou à deux spires de l'indicatrice (ici $T > \Theta$); en prolongeant l'expérience, on finirait par atteindre le point asymptotique.

La spirale est double sur la *fig.* 3, parce que le signal électromagnétique était double; cela tient à ce que l'impulsion, au lieu d'être instantanée, durait environ $\frac{1}{3}$ de période : l'obturateur, percé d'une fente, livrait passage deux fois à la lumière, au début et à la fin du courant.

Fig. 3.



La vérification n'en est pas moins précise; car, d'après une remarque précédente, une action de durée finie équivaut, dans le cas de l'oscillation pendulaire simple, à une impulsion instantanée agissant à l'époque moyenne de l'action; l'amortissement étant très faible, on peut, sans erreur appréciable, étendre ce résultat au cas de l'expérience actuelle (¹). Les spirales sont simplement déplacées par rotation autour de l'origine.

(¹) C'est ce qu'on vérifie en traitant la question par une troisième méthode : on écrit sans aucune restriction les équations de condition du mouvement oscillatoire sous l'influence d'une force constante, de durée 2δ, agissant à l'époque moyenne t, $t+\Theta$, $t+2\Theta$, ... Les calculs se simplifient beaucoup par l'emploi

La *fig.* 4 offre un autre mode de vérification. Cette courbe a été obtenue avec le même dispositif que la précédente, seulement le courant synchronisant n'agissait plus sur le pendule qui oscillait librement suivant une amplitude décroissant avec le temps : on

Fig. 4.



démontre aisément qu'alors le lieu des extrémités du vecteur aux époques Θ, 2Θ, ..., $n\Theta$ de l'oscillation amortie de période T est une *spirale logarithmique, concentrique à l'origine*, ayant le même paramètre γ que l'indicatrice. Les cercles qui l'encadrent

---

des exponentielles imaginaires, qui représentent les propriétés des vecteurs. On arrive aisément à l'expression de l'amplitude $\mathfrak{V}$ et de la phase Φ limites,

$$(15)\qquad \mathfrak{V} = v\sqrt{\frac{e^{2\alpha\delta} + e^{-2\alpha\delta} - 2\cos\frac{4\pi\delta}{T}}{1 - e^{-2\alpha\Theta} - 2e^{-\alpha\Theta}\cos\frac{2\pi\Theta}{T}}},$$

$$(16)\qquad \Phi = H - \Psi + \frac{\zeta}{2\pi}\quad \left\{\begin{aligned} \operatorname{tang} 2\pi H &= \frac{e^{-\alpha\Theta}\sin\frac{2\pi\Theta}{T}}{1 - e^{-\alpha\Theta}\cos\frac{2\pi\Theta}{T}},\\ \operatorname{tang} 2\pi\Psi &= \frac{e^{\alpha\delta} + e^{-\alpha\delta}}{e^{\alpha\delta} - e^{-\alpha\delta}}\operatorname{tang}\frac{2\pi\delta}{T}.\end{aligned}\right.$$

Elles se réduisent ici, où α et δ sont petits, aux expressions (13) et (14).

sont les cercles décrits ci-dessus lorsque l'obturateur est arrêté (le pointillé est dû à la succession rapide des étincelles : il donne la période du trembleur de la bobine d'induction) (¹).

L'identité expérimentale des deux spirales (elles sont rigoureusement superposables) est une vérification importante parce que la première, ou indicatrice, comporte la rigueur des actions dynamiques de la force synchronisante sur le pendule, tandis que la seconde (spirale concentrique) est une représentation purement cinématique où l'action de la force auxiliaire n'intervient plus. Le tracé de la seconde réussit toujours; celui de la première exige une grande régularité dans la durée et l'intensité de la force synchronisante. A chaque variation d'intensité, il se forme un point anguleux sur l'indicatrice, parce qu'il se produit un arc d'une nouvelle spirale, de même paramètre, il est vrai, mais correspondant à un point asymptotique différent.

SUR LA THÉORIE DU TÉLÉPHONE, MONOTÉLÉPHONE OU RÉSONATEUR ÉLECTROMAGNÉTIQUE;

PAR M. E. MERCADIER.

Dans une étude précédente (²) sur la théorie du téléphone, je crois avoir démontré que le diaphragme magnétique de cet appareil est animé de deux espèces de mouvements différents qui se superposent. Les uns sont des mouvements de *résonance* moléculaires, indépendants de la forme extérieure; ce sont précisément ceux qui permettent au diaphragme de transmettre et de reproduire *tous* les sons, propriété caractéristique qu'il aurait fallu préciser nettement dans le nom même du téléphone en l'appelant *pantéléphone*. Les autres sont des mouvements d'*ensemble* transversaux, correspondant au son fondamental et aux harmoniques du diaphragme, et qui dépendent de son élasticité,

---

(¹) Les clichés originaux ont été projetés devant la Société de Physique.

(²) Voir *Comptes rendus*, t. CI, p. 744 et 1001, et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 141.

de sa forme et de sa structure : ceux-là sont nuisibles au point de vue de la transmission nette de la musique et de la parole, car ils altèrent le timbre, leurs harmoniques ne coïncidant que par le plus grand des hasards avec ceux de la voix ou des instruments usuels.

Pour mettre hors de doute l'existence et la superposition de ces deux genres de mouvements, j'ai cherché à faire prédominer les uns ou les autres à volonté dans le même diaphragme. On y parvient à l'aide de la disposition suivante, que j'avais réalisée dès 1881 ; je l'ai seulement simplifiée depuis.

I. On place le diaphragme d'un téléphone quelconque dans les conditions les plus favorables pour qu'il puisse vibrer transversalement sans obstacle, et de façon à laisser se produire facilement la division en lignes nodales correspondant à un son donné bien déterminé. Pour cela, au lieu d'encastrer le diaphragme sur ses bords, comme on le fait ordinairement, on le *pose* simplement aussi près que possible du pôle de l'électro-aimant sur un nombre de points suffisants d'une ligne nodale.

Si c'est un diaphragme rectangulaire, on le pose sur deux appuis rectilignes coïncidant avec les deux lignes nodales du son fondamental.

Si c'est un diaphragme circulaire, on perce trois ouvertures de 2^{mm} à 3^{mm} de diamètre sur les sommets d'un triangle équilatéral inscrit dans la circonférence qui constitue la ligne nodale du premier harmonique, et l'on pose le disque sur trois pointes en liège disposées de la même manière sur un plateau fixe et pénétrant dans les ouvertures.

Cela étant, faisons passer dans la bobine de l'appareil une série de courants d'intensité très faible, de période graduellement décroissante par exemple, provenant de l'émission de sons musicaux devant un transmetteur quelconque téléphonique ou radiophonique. Alors le récepteur téléphonique, modifié comme il est dit ci-dessus, ne vibre d'une manière appréciable que sous l'action des courants dont la période est égale à celle du son correspondant à la nodale sur laquelle repose le diaphragme, son que j'appellerai particulier ou *spécial :* il ne reproduit plus une série *con-*

tinue de sons de hauteur graduellement croissante, indifféremment et avec la même intensité, comme le téléphone ordinaire, il n'en reproduit énergiquement qu'*un seul;* il n'est plus *pantéléphonique*, il est *monotéléphonique;* on peut donc l'appeler *monotéléphone*.

Ce résultat n'est pas absolu. En réalité, le diaphragme fait entendre quelques sous-harmoniques du son spécial correspondant à la ligne nodale fixée; mais leur intensité est relativement très faible. De plus, le diaphragme reproduit des sons de période un peu inférieure ou supérieure à celle du son spécial, mais l'intervalle extrême entre ces sons est assez petit et n'excède généralement pas un ou deux commas.

Ces réserves sont de la même nature que celles qu'on doit faire au sujet des *résonateurs* en Acoustique. Du reste, le rôle d'*analyseur* que le monotéléphone joue par rapport à ce qu'on peut appeler les *ondes électromagnétiques* est analogue à celui que joue un résonateur par rapport aux ondes sonores; si on leur communique, en effet, une série d'ondes successives ou simultanées de périodes différentes, chacun d'eux choisit, en quelque sorte, celle du son spécial qui correspond à sa forme géométrique et aux conditions dans lesquelles il est placé, et la renforce énergiquement.

Le monotéléphone peut donc s'appeler aussi bien *résonateur électromagnétique*.

II. Dans le dispositif qu'on vient de décrire, les mouvements transversaux prédominent, et il est aisé de voir l'effet qu'ils peuvent avoir dans un téléphone ordinaire; car, si l'on essaye de faire reproduire par un monotéléphone la parole articulée émise dans un transmetteur, ou bien on n'entend à peu près rien si le son *spécial* de l'appareil est hors de l'échelle où se meut la voix humaine (de l'ut_1 à l'ut_4) ou bien, dans le cas contraire, on n'entend que des sons d'un timbre modifié et des articulations émoussées, le tout noyé en quelque sorte dans la sonorité du son spécial toutes les fois qu'il se fait entendre.

Mais il est très facile de produire l'effet inverse, de faire prédominer les mouvements moléculaires de résonance sur les transversaux, de rendre au monotéléphone le rôle pantéléphonique, de

lui faire reproduire tous les sons avec la même intensité et la parole articulée avec netteté.

Il suffit pour cela de mettre obstacle aux vibrations transversales d'ensemble, en fixant légèrement les bords ou plusieurs points du diaphragme, par exemple en y appuyant convenablement les doigts.

Le moyen le plus simple de faire l'expérience est le suivant : On reçoit dans le monotéléphone des sons différents successifs ou simultanés parmi lesquels se trouve ce son *spécial* ou des paroles articulées à peu près à la hauteur de ce son. On approche l'oreille du diaphragme : tant qu'elle en est à une certaine distance ou qu'elle l'effleure tout au plus, on entend seulement le son spécial; mais, si l'on appuie de plus en plus l'oreille sur le diaphragme, le son spécial s'affaiblit peu à peu et l'on finit par entendre tous les sons avec une égale intensité, ainsi que la parole articulée sans altération sensible du timbre. Par cette seule opération très simple, on a rendu aux mouvements de résonance la prédominance sur les transversaux et à l'appareil la propriété pantéléphonique que possède le téléphone ordinaire à diaphragme encastré.

ESSAI THÉORIQUE SUR LA DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE DANS LES SPECTRES DES SOLIDES (1);

PAR M. WLADIMIR MICHELSON.

Les dernières publications remarquables de M. Langley sur les spectres invisibles (2) et surtout la promesse d'un Mémoire spécial sur les radiations des solides à différentes températures m'engagent à publier, dès à présent, du moins en abrégé, quelques considérations théoriques sur ce sujet. J'espère donner une dis-

---

(1) Abrégé d'un article récemment publié dans le *Journal de la Société Physico-chimique russe*, t. XIX, n° 4, p. 79; 1887.

(2) S.-P. LANGLEY, *Sur les spectres invisibles* (*Ann. de Ch. et de Phys.*, décembre 1886, p. 433-506). *Voir* aussi *Amer. Journ. of Sc.*, t. XXXII, aug. 1886, ainsi que *Phil. Mag.*, t. XXI, p. 394-409, et t. XXII, p. 149-173.

cussion plus complète de la question, quand de nouvelles données des recherches spectro-bolométriques de M. Langley me mettront à même de confronter ma théorie à l'expérience d'une manière plus détaillée.

1. *Hypothèses et loi générale.* — La continuité absolue des spectres émis par les solides ne peut être expliquée que par une irrégularité complète des vibrations de leurs atomes. La discussion de la distribution de l'énergie radiante entre les radiations simples de différente période est donc du ressort du calcul des probabilités.

Considérons un solide homogène isotrope, dont tous les atomes se trouvent dans des conditions identiques, n'étant plus groupés, pour ainsi dire, en molécules distinctes. Chaque atome a une position fixe d'équilibre vers laquelle il est constamment repoussé par les atomes environnants et autour de laquelle il décrit des oscillations infiniment petites. J'exprime ce fait en supposant que chaque atome se meut librement à l'intérieur d'une couche sphérique élastique de rayon infiniment petit ρ, qui a pour centre la position d'équilibre. L'atome rebondit de la surface intérieure de cette sphère d'après les lois du choc des corps parfaitement élastiques, conserve sa vitesse absolue pendant la durée de quelques trajets libres, et puis change de vitesse par suite d'une action non symétrique des atomes environnants.

Proposons-nous de trouver, dans cette hypothèse, quelles seront les trajectoires les plus probables de l'atome à l'intérieur de sa sphère de déplacement. Admettons que, pour la position initiale de l'atome, toutes les distances possibles de la position d'équilibre sont également probables; alors la probabilité que cette distance soit contenue entre les limites r et $r + dr$ sera donnée par

$$(1) \qquad \frac{dr}{\rho}.$$

Prenons le rayon ON (*fig.* 1) de la sphère passant par la position initiale M de l'atome pour axe polaire. Désignons l'angle NMP que fait la direction du mouvement de l'atome avec cet axe par φ. Admettons, comme on le fait dans la théorie des gaz, que toutes les directions sont également probables. Alors la proba-

bilité que φ soit contenu entre les limites φ et $\varphi + d\varphi$ sera

$$\tfrac{1}{2}\sin\varphi\, d\varphi.$$

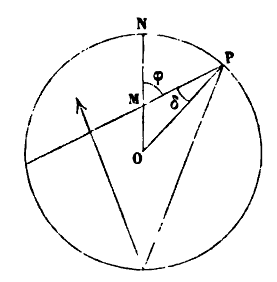
Nommons δ l'angle d'incidence MPO. Cet angle est lié à φ par la relation

$$r\sin\varphi = \rho\sin\delta.$$

Comme la même valeur δ correspond aux valeurs φ et $\pi - \varphi$ de l'angle φ, la probabilité qu'un atome dont la distance initiale au centre de sa sphère est entre r et $r + dr$ rencontre la surface sphérique sous un angle d'incidence entre δ et $\delta + d\delta$ est donnée par l'expression

$$(2) \qquad \sin\varphi\, d\varphi = \frac{\rho^2}{r^2}\,\frac{\sin\delta\cos\delta\, d\delta}{\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2}\sin^2\delta}}.$$

Fig. 1.



On obtient la même probabilité *pour un atome quelconque* en multipliant cette expression par $\frac{dr}{\rho}$ et en étendant la somme à toutes les valeurs de r possibles pour un δ donné, c'est-à-dire en intégrant d'après r, entre les limites $\rho\sin\delta$ et ρ,

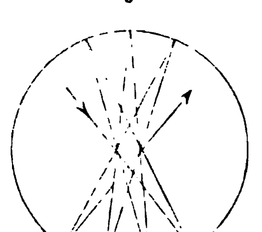
$$(3) \qquad w_\delta = \int_{\rho\sin\delta}^{\rho} \frac{\rho}{r^2}\,\frac{\sin\delta\cos\delta\, d\delta}{\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2}\sin^2\delta}}\, dr = \left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)\cos\delta\, d\delta.$$

Il est évident que cette probabilité a un maximum pour $\delta = 0$. Cela veut dire que les mouvements selon les diamètres des sphères de déplacement sont les plus probables. Il arrivera le plus souvent qu'entre deux perturbations voisines chaque atome

décrira des trajectoires s'éloignant peu de la forme stellaire (*fig.* 2).

Si nous supposons que chaque changement périodique dans le mouvement d'un atome produit une onde de même période dans l'éther environnant, et si nous considérons que les ondes produites par les mouvements radiaux indiqués plus haut seront non seulement les plus fréquentes, mais aussi les plus intenses, nous pouvons admettre, comme première approximation, que ce sont ces mouvements seuls qui déterminent la composition des radiations émises par notre solide.

Fig. 2.



Mais la période τ de vibration correspondant à ce mouvement radial est évidemment liée à la vitesse instantanée v de l'atome par la relation

$$\tau = \frac{4\rho}{v}. \tag{4}$$

Cette relation peut être employée pour la transformation de la formule connue de Maxwell, qui exprime la distribution la plus probable des forces vives entre un grand nombre de points matériels quelconques échangeant continuellement leurs vitesses par le moyen de forces ayant un potentiel ([1]). Si nous désignons par N le nombre total d'atomes, par m la masse de chacun d'eux, par e la base des logarithmes népériens, par $k = \frac{3}{2m\overline{v}^2}$ une constante

([1]) *Voir* sur ce sujet : L. Boltzmann, *Ueber die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung,* etc. (*Sitzungsber. der Wiener Akad. der Wiss.* Bd. LXXVI, p. 373-435, October 1877) ; ainsi que Watson, *A Treatise on the kinetic theory of gases.* Oxford, 1876, p. 12, etc.

inversement proportionnelle à la force vive moyenne $\frac{m\overline{v^2}}{2}$ d'un atome, la loi de Maxwell donne le nombre des atomes dont les vitesses seront contenues entre les limites v et $v + dv$, ce nombre est

$$\nu_v = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}(km)^{\frac{3}{2}} e^{-kmv^2} v^2\, dv. \qquad (5)$$

En remplaçant d'après (4), v par $\frac{4\rho}{\tau}$, on obtient

$$\nu_\tau = \frac{256N}{\sqrt{\pi}} \rho^3 (km)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{16km\rho^2}{\tau^2}} \tau^{-4}\, d\tau. \qquad (6)$$

Cette formule donne le nombre des atomes dont les périodes *principales* de vibration sont entre les limites τ et $\tau + d\tau$. C'est la loi probable de la distribution des durées de vibration entre les atomes de notre solide.

A cause de la loi de la superposition des mouvements vibratoires on peut admettre que l'intensité d'une radiation simple de durée τ doit être :

1° Proportionnelle au nombre ν_τ des atomes de la source rayonnante vibrant dans la même période;

2° Proportionnelle à une fonction de la force vive de ces mêmes atomes. A cause de la relation (4) et de la grande valeur de $\frac{1}{\tau}$ pour toutes les radiations que nous aurons à considérer, cette fonction peut être réduite à une puissance de $\frac{1}{\tau^2}$;

3° Enfin en raison directe d'une fonction inconnue de la température absolue du corps. Cette fonction constitue un facteur qui doit représenter le renforcement ou l'affaiblissement moyen occasionné à chaque onde *primitive* par l'ensemble des vibrations *résultantes* [1] et par l'absorption dans le corps rayonnant lui-même. Nous désignerons cette fonction par $f(\vartheta)$.

---

[1] Ce sont les ondes résultantes qui, d'après l'analyse de M. Helmholtz, doivent se former toutes les fois que le carré de l'élongation n'est pas à négliger. Elles expliquent, d'après cet auteur, le phénomène des sons de Sorges et de Tartini

Ainsi donc, en désignant par A et p des constantes positives, nous posons l'intensité de l'ondulation éthérée simple de période τ

$$(7) \qquad I_\tau = A v_\tau \left(\frac{1}{\tau^2}\right)^p f(\vartheta).$$

Considérant, selon l'usage, la température absolue ϑ comme proportionnelle à la force vive moyenne d'un atome, nous pouvons remplacer dans la formule (6) la constante k par $\frac{M}{\vartheta}$, où M est indépendant de ϑ. Introduisons ensuite cette expression (6) dans l'équation (7). Alors, en posant, pour abréger,

$$(8) \qquad A\frac{256N}{\sqrt{\pi}}\rho^3(Mm)^{\frac{3}{2}} = B, \qquad 16\rho^2 Mm = c.$$

nous aurons

$$(9) \qquad I_\tau = B\vartheta^{-\frac{3}{2}} f(\vartheta) e^{-\frac{c}{\vartheta\tau^2}} \tau^{-(2p+4)}\, d\tau.$$

Remplaçons ici la variable τ par la variable $\lambda = V\tau$, où λ est la longueur d'onde éthérée et V la vitesse de la propagation de la lumière. Après cela désignant toujours les coefficients constants convenablement modifiés par B et c, nous aurons

$$(10) \qquad I_\lambda\, d\lambda = B\vartheta^{-\frac{3}{2}} f(\vartheta) e^{-\frac{c}{\vartheta\tau^2}} \lambda^{-(2p+4)}\, d\lambda.$$

Cette formule donne l'intensité d'une radiation simple de longueur d'onde λ en fonction de cette longueur et de la température absolue de la source.

C'est vers une loi de ce genre que doit tendre la distribution de l'énergie radiante dans chaque spectre, à mesure que sa continuité devient de plus en plus parfaite, c'est-à-dire à mesure que la condensation de la source augmente, et que les absorptions électives sur le trajet des rayons sont diminuées. Pour avoir une loi plus complète, il faudrait encore déterminer la valeur de p et la forme de $f(\vartheta)$; mais notre formule va donner quelques résultats intéres-

---

(Combinationstöne). Dans le cas que nous considérons elles doivent se former surtout à la surface du corps rayonnant, les forces qui ramènent les atomes dans leurs positions d'équilibre n'y étant pas symétriques dans toutes les directions.

sants, sans même que nous ayons besoin de faire une telle spécialisation.

Il est évident que, sous cette forme générale, notre loi embrasse, comme cas particuliers, toutes les lois d'émission empiriques proposées jusqu'à présent, telles que les lois de Newton, de Dulong et Petit et de M. Stefan.

Si nous attribuons à $\mathfrak{S}$ une valeur constante et que nous prenions λ pour abscisse, I_λ pour ordonnée, l'équation (10) sera celle de la courbe d'énergie dans le spectre normal continu d'une source solide à la température $\mathfrak{S}$. Ce sont ces courbes que M. Crova a nommées *courbes isothermiques* (1). Pour étudier les propriétés générales de ces courbes, je prends la dérivée de l'expression I_λ en supposant $\mathfrak{S}$ constante.

2. *Limites du spectre.* — Il est aisé de voir, d'après la formule (10) et sa dérivée, que si $f(\mathfrak{S})$ et p ont des valeurs finies, on aura toujours pour $\lambda = 0$ et $\lambda = \infty$

$$I_\lambda = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{dI_\lambda}{d\lambda} = 0.$$

Cela signifie que toutes les courbes d'énergie représentées par l'équation (10) sont tangentes à l'axe des λ à l'origine des coordonnées, et qu'elles ont cet axe pour asymptote. Aux deux extrémités du spectre, l'énergie rayonnante diminue jusqu'à zéro; mais, tandis que, vers le bout violet, l'évanouissement est presque subit, à cause de la diminution rapide du facteur $e^{-\frac{c}{\mathfrak{S}\lambda^2}}$, l'énergie moins réfrangible s'étend indéfiniment vers le côté des λ croissantes. Ce fait a été observé récemment par M. Langley (2).

3. *Maximum d'intensité.* — Chacune des courbes représentées par l'équation (10) ne présente qu'un seul maximum défini par la

(1) A. CROVA, *Etude des radiations*, etc. (*Ann. de Chim. et de Phys.*, [5], t. XIX, p. 472).

(2) S.-P. LANGLEY, *Sur les spectres invisibles* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, déc. 1886.)

condition

$$\lambda_{max} = \sqrt{\frac{c}{p+2}} \frac{1}{\sqrt{\vartheta}}. \tag{11}$$

On voit que la position de l'intensité maxima dans nos spectres dépend de la température, et la formule (11) donne la loi de cette dépendance : *Quelle que soit la loi d'émission, la longueur d'onde correspondant à l'énergie maxima est inversement proportionnelle à la racine carrée de la température absolue de la source.*

Les seules mesures expérimentales, à ma connaissance, qui aient été publiées jusqu'à présent sur ce sujet sont contenues dans un diagramme récent de M. Langley ([1]). Pour comparer ces données à la relation $\vartheta\lambda_{max}^2 =$ const. équivalente à (11), j'ai tiré de ce diagramme, par un procédé graphique, les valeurs suivantes de λ_{max} :

Températures.			
c.	ϑ.	λ_{max}.	$\vartheta\lambda_{max}^2$.
°		μ	
178	451	4,90	10828
330	603	4,05	9891
525	798	3,63	10515
815	1088	3,27	11634

Quoique la constance de $\vartheta\lambda_{max}^2$ soit loin d'être parfaite, cependant, ayant en vue la manière dont ces quatre valeurs ont été obtenues et l'incertitude de l'appréciation des températures élevées, on peut dire que les observations paraissent confirmer notre théorie.

4. *Mesure des températures.* — Supposant que cette loi soit justifiée par des expériences plus nombreuses, elle nous fournira une méthode très simple pour mesurer les températures élevées des corps rayonnants ([2]). Cette méthode serait supérieure à la méthode spectro-photométrique élaborée par M. Crova, en ce qu'elle ne dépendrait pas du choix des teintes comparées et donnerait non des *degrés optiques,* mais les températures absolues.

([1]) *Loc. cit.*, p. 462.

([2]) L'idée d'une méthode semblable, toutefois sans aucune loi déterminée, a été énoncée par M. Crova, *loc. cit.*, p. 479.

Connaissant la constante de l'équation (11), il suffirait, pour déterminer la température d'un corps incandescent, de mesurer la longueur d'onde correspondant à l'intensité maxima de son spectre normal.

Si l'on tient compte autant que possible des absorptions subies par les rayons solaires et que l'on admette que la densité considérable et la masse énorme du Soleil doivent donner à son spectre primitif toutes les quantités des spectres continus, l'on peut appliquer cette méthode au calcul de la température du Soleil. D'après les observations de M. Langley (1), le maximum d'intensité dans le spectre solaire observé au delà de notre atmosphère serait situé près de $\lambda = 0^{\mu},5$. Donc, si, d'après la Table précédente, on fait en nombre rond $\vartheta\lambda^2_{max} = 10000$, on obtient pour la température absolue du Soleil 40000° environ. Il faut remarquer que cette méthode ne suppose qu'une analogie dans la distribution de l'énergie dans le spectre primitif du Soleil et celui du noir de fumée, tandis que le pouvoir émissif total peut être bien différent pour ces deux corps.

5. *Énergie rayonnante totale.* — En calculant l'aire de chaque courbe représentée par l'équation (10), j'obtiens l'énergie rayonnante totale du spectre

$$(12) \qquad E = \int_0^\infty I_\lambda\, d\lambda = \frac{1}{2} B c^{-\left(p+\frac{3}{2}\right)} \Gamma\left(p + \frac{3}{2}\right) f(\vartheta)\vartheta^p,$$

Γ désignant l'intégrale eulérienne de seconde espèce.

Comparons cette formule à celle qu'on obtient en éliminant λ entre les équations (10) et (11), c'est-à-dire à l'intensité maxima du spectre

$$(13) \qquad I_{max} = B\left(\frac{p+2}{ec}\right)^{p+2} f(\vartheta)\vartheta^{p+\frac{1}{2}}.$$

Abstraction faite des coefficients constants, les expressions (12) et (13) ne diffèrent qu'en ce que la seconde contient un facteur

(1) S.-P. Langley, *Researches on solar heat, a report of the Mount-Whitney expedition*, p. 144, Pl. XV, curve III. Washington, 1884.

$\sqrt{\vartheta}$ de plus. Donc l'intensité maxima augmente, avec la température, plus rapidement que l'énergie rayonnante totale, et leur rapport

$$(14)\qquad \frac{I_{max}}{E} = \frac{2c^{-\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(p+\frac{3}{2}\right)}\left(\frac{p+2}{e}\right)^{p+2}\sqrt{\vartheta}$$

croît en raison directe de la racine carrée de la température absolue de la source.

Multipliant les équations (11) et (14), on obtient

$$(15)\qquad \frac{I_{max}\lambda_{max}}{\varepsilon} = \frac{2e^{-(p+2)}}{\Gamma\left(p+\frac{3}{2}\right)}(p+2)^{p+\frac{3}{2}} = \text{const.}$$

Cette relation intéressante montre que *l'énergie rayonnante totale émise par un solide est dans un rapport constant au produit de l'énergie maxima du spectre normal par la longueur d'onde correspondante,* ou, autrement dit, que l'aire de chaque courbe d'énergie est en raison directe de l'aire du rectangle ayant pour côtés les coordonnées du sommet de cette courbe (*voir* plus loin, *fig.* 3). Ce rapport constant ne dépend que de la valeur de p qui, probablement, est la même pour tous les corps; car, dans nos équations, c'est cette valeur qui caractérise le mode d'action entre les atomes pondérables et l'éther environnant.

Cette relation, qui n'exige point la connaissance de la température, se prêterait mieux à une vérification expérimentale que les relations précédentes. Pour le moment, on ne possède pas de données directes pour faire une telle vérification. Ce n'est que d'une manière bien imparfaite que j'ai pu tirer, en mesurant les ordonnées et les aires des tracés de M. Langley, les valeurs relatives suivantes de I_{max} et de E.

ϑ.	λ_{max}.	I_{max}.	E.	$\frac{I_{max}\lambda_{max}}{E}$.
	μ			
451..........	4,90	5,2	182	0,140
603..........	4,05	21,5	532	0,163
798..........	3,63	39,7	1074	0,134
1088..........	3,27	64,9	1730	0,123

Vu l'imperfection du procédé de vérification, les nombres de la

dernière colonne, qui devraient être égaux d'après notre théorie, ne sont pas trop défavorables à celle-ci.

6. *Tracé des courbes.* — Pour pouvoir tracer les courbes d'énergie, il faut donner des valeurs spéciales à p et à $f(\vartheta)$. Si, par exemple, l'on admet avec M. Stefan (1) que l'énergie rayonnante émise par un corps est en raison directe de la quatrième puissance de sa température absolue, on pourra poser

$$p = 1, \qquad f(\vartheta) = K\vartheta^3,$$

après quoi l'équation (10) prendra la forme

$$I_\lambda = B_1 \vartheta^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{c}{\vartheta\lambda^2}} \lambda^{-6}. \tag{16}$$

Ayant déterminé les deux constantes B_1 et c de cette équation d'après un diagramme du spectre normal invisible du noir de fumée à 178°C., donnée par M. Langley (2), j'ai calculé et tracé les courbes théoriques (16) pour cette température et pour 327°C = 600° abs. (*fig.* 3).

On voit que ces courbes ont toutes les qualités que M. Langley attribue (3) aux courbes obtenues par voie d'expérience, à savoir :

1° L'énergie rayonnante, représentée par les ordonnées tout en diminuant des deux côtés, s'étend indéfiniment vers le côté des ondes moins réfrangibles.

2° Quand la température augmente, toutes les ordonnées croissent, mais dans des proportions inégales : celles qui représentent l'énergie des ondes plus réfrangibles augmentent toujours plus rapidement que celles qui correspondent aux ondulations plus longues.

3° De là le fait observé indépendamment, que l'ordonnée maxima se déplace progressivement vers la région plus réfrangible. Plus haut, nous avons indiqué la loi probable de ce déplacement.

---

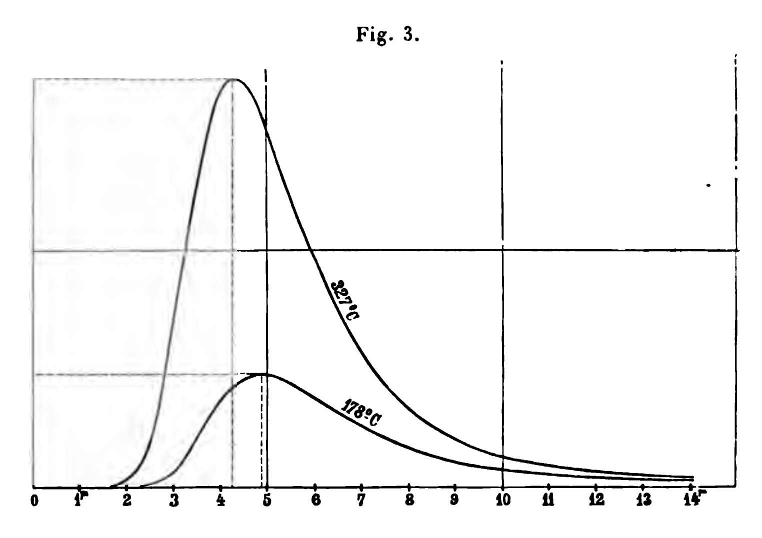
(1) STEFAN, *Sitzungsber. der Wien. Akad.*, t. LXXIX, p. 391 ; 1879.

(2) *Ann. de Chim. et de Phys.*, déc. 1886, p. 439, fig. 1, et *Phil. Mag.*, t. XXII, *Pl. IV*.

(3) *Ibid.*, p. 471-472, et *Phil. Mag.*, t. XXI, p. 403-404.

4° Les courbes théoriques du spectre normal, ainsi que les courbes prismatiques de M. Langley, ne sont pas symétriques : la plus grande partie de leurs aires se trouve du côté droit de l'ordonnée maxima, c'est-à-dire du côté des ondes moins réfrangibles.

Fig. 3.



5° Conformément à cela, la chute de chaque courbe est plus rapide du côté des ondulations plus courtes. Pour les deux cas dont nous donnons les diagrammes, toute chaleur sensible disparaît avant que les courbes aient atteint les limites du spectre visible; il n'y a que des chaleurs obscures.

7. *Courbe solaire.* — J'ai aussi essayé de comparer mes courbes théoriques, quant à leur forme générale, à la courbe de l'énergie solaire au delà de l'atmosphère. Sur la *fig.* 4 les points séparés correspondent aux nombres donnés par M. Langley, dans le n° 9 de la table 120 de son Œuvre : *Researches on solar heat,* etc.; la courbe ponctuée a été tracée d'après la courbe III de la *Pl. XV* du même Ouvrage, et le trait continu donne la courbe théorique représentée par l'équation

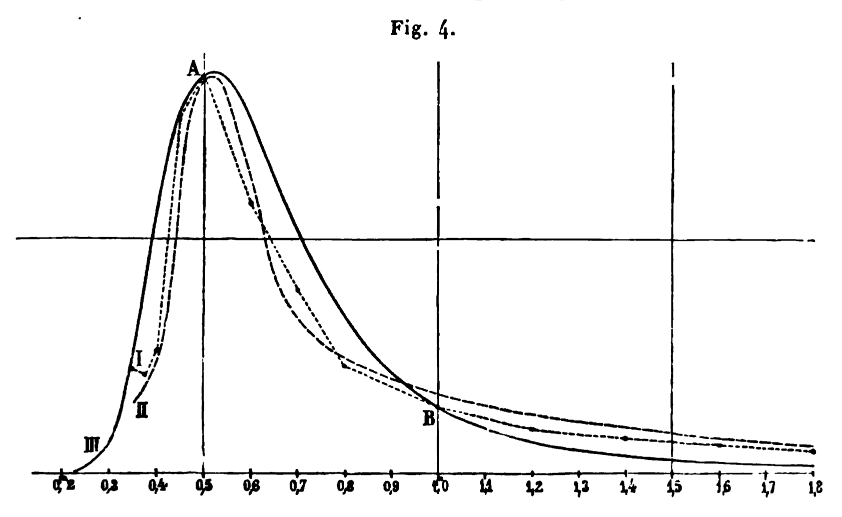
$$I_\lambda = A e^{-\frac{M}{\lambda^2}} \lambda^{-6}, \tag{17}$$

et passant par les deux points observés A et B.

Pour nous rendre compte de la différence entre la théorie et

l'observation (différence plus considérable cette fois-ci que dans le cas précédent), rappelons-nous : 1° que non seulement l'équation (17), mais aussi la formule plus générale (10), ne peuvent être considérées que comme une première approximation; 2° que ces formules ont été déduites pour des solides et non pour des corps tels que le Soleil; et enfin 3° que, dans notre atmosphère ainsi que dans les régions plus froides des gaz environnant le Soleil, il doit se produire le phénomène de la *dégradation* de l'énergie rayonnante. Grâce à cet effet, qui n'a point été éliminé par

Fig. 4.



M. Langley, une partie des radiations plus réfrangibles doit se transformer en ondulations plus longues, ce qui tendra à modifier le diagramme spectral justement dans le sens qui est indiqué par l'observation.

Tout en reconnaissant le caractère provisoire des idées ébauchées dans cet article, j'espère qu'il sera possible de leur donner plus de développement et de précision, une fois que nous serons en possession de données expérimentales plus complètes qui pourront nous guider dans cette étude. On pourra alors exprimer par une formule suffisamment exacte la loi de la distribution de l'énergie radiante en fonction de la longueur d'onde et de la température de la source. Une telle formule sera d'une grande utilité dans toutes les questions qui se rattachent à l'étude des spectres.

DESSAU. — Ueber Metallschichten, welche durch Zerstäuben einer Kathode entstehen (Sur les dépôts métalliques provenant de la désagrégation de l'électrode négative); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 353; 1886.

Les dépôts métalliques qu'on observe fréquemment dans les tubes de Geissler au voisinage de l'électrode négative possèdent des propriétés optiques intéressantes sur lesquelles M. Kundt a rappelé récemment l'attention en y découvrant une double réfraction. L'auteur a fait sur ces dépôts quelques nouvelles observations. Voici d'abord les couleurs qu'ils présentent quand on les regarde par transparence.

Or.................	Vert légèrement bleuâtre
Argent............	Bleu légèrement violet
Cuivre.............	Vert sale
Platine............	Gris bleu
Fer et nickel........	Gris

Les moindres traces d'oxygène qu'on a laissées dans le tube de Geissler donnent naissance à des dépôts d'oxyde, même avec l'argent, l'or et le platine, sans que d'ailleurs l'électrode elle-même soit oxydée.

Dans la lumière réfléchie et sous des incidences très obliques, on aperçoit un ou deux anneaux de Newton dont la disposition peut renseigner sur la nature de la dispersion dans la couche métallique. Malheureusement le phénomène d'interférence qu'on observe en un point déterminé ne dépend pas seulement de l'épaisseur et de l'indice du dépôt, mais encore du changement de phase par réflexion sur chacune des faces. En admettant que ce changement de phase soit de la même fraction de λ pour toutes les couleurs, comme l'a trouvé M. Wernicke sous l'incidence normale, on trouve que *le platine, le fer, le nickel* et *l'argent* ont une *dispersion normale, le cuivre* et *l'or* une *dispersion anormale.*

Les dépôts d'oxyde obtenus en présence de l'oxygène sont doublement réfringents comme les dépôts métalliques; la double réfraction persiste quand on chauffe, à moins que la chaleur ne provoque l'oxydation du dépôt métallique ou la réduction du dépôt

d'oxyde. Enfin, le rayon qui se propage le plus vite est en général polarisé dans le plan qui passe par le centre du dépôt; on trouve cependant l'inverse avec l'oxyde de fer. CH. RIVIÈRE.

S. v. WROBLEWSKI. — Ueber die Darstellung des Zusammenhanges zwischen dem gasförmigen und flüssigen Zustande der Materie durch die Isopyknen (Rapports entre l'état liquide et l'état gazeux de la matière mis en évidence à l'aide des lignes d'égale densité); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 428; 1886.

Pour M. v. Wroblewski, la température critique ne saurait constituer une limite entre deux états distincts de la matière : il remarque que les lois de variation des coefficients de compressibilité ou de dilatation ne subissent aucune perturbation à cette température; d'autre part, il ne lui semble nullement démontré qu'à cette température la chaleur latente de vaporisation devienne nulle; il croit même pouvoir conclure de quelques-unes de ses observations sur l'acide carbonique que la vaporisation ne peut se faire au point critique sans absorption de chaleur.

L'auteur propose donc de chercher ailleurs une ligne de démarcation entre les deux états. Si l'on représente graphiquement la variation des tensions maxima en fonction de la température, on obtient une courbe qui ne peut être tracée que jusqu'au point critique; mais supposons qu'au delà de ce point on remplace les tensions maxima par les pressions sous lesquelles, pour chaque température, le produit du volume par la pression est minimum; on obtient une ligne qui, chose remarquable, se place dans le prolongement de la première. L'ensemble des deux courbes constitue donc en réalité une seule et même ligne que M. v. Wroblewsky appelle *courbe fondamentale* et qui peut être prolongée jusqu'aux températures les plus élevées; on peut, à toute température, regarder l'état liquide comme défini par une pression supérieure à l'ordonnée de cette courbe, l'état gazeux par une pression inférieure.

Supposons maintenant que, sur le même diagramme, on trace les lignes d'égale densité : celles qui correspondent aux faibles densités se placent au-dessous de la courbe des tensions maxima et viennent s'y raccorder par la partie inférieure du plan; celles

qui correspondent aux densités considérables se placent au-dessus; enfin celle qui est relative à la densité du point critique se place dans le prolongement de la courbe des tensions maxima et semble devoir se confondre avec la courbe des pv minima. Comme conclusion, l'auteur propose de substituer à la notion de température critique celle de *densité critique;* pour l'acide carbonique, cette densité est exactement égale à 0,5; malheureusement, même pour ce corps qui a été le plus étudié au point de vue de la compressibilité, nos connaissances sont encore insuffisantes pour établir avec certitude, dans des limites quelque peu étendues, le tracé des lignes d'égale densité. CH. RIVIÈRE.

ED. HAGENBACH. — **Fortpflanzung der Electricität in Telegraphendraht** (Propagation de l'électricité dans un fil télégraphique); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 377; 1886.

Dans le circuit d'une pile, on a placé deux diapasons rigoureusement isochrones, l'un sert d'interrupteur et l'autre est commandé par le premier. Si, entre les deux diapasons, on intercale un long fil télégraphique, il s'établit entre leurs vibrations une différence de phase qu'on peut mesurer assez exactement par la méthode optique de Lissajous. Si les diapasons sont reliés directement par une résistance négligeable, la différence de phase n'est pas nulle, comme on pourrait s'y attendre au premier abord, elle conserve une petite valeur dépendant de la façon dont le courant agit dans chacun d'eux, mais la quantité dont cette différence de phase augmente après intercalation d'un fil télégraphique doit donner exactement la mesure du retard que le courant met à s'établir à l'extrémité de la ligne.

Conformément à la théorie, ce retard est sensiblement proportionnel au carré de la longueur de la ligne, comme le montrent les résultats numériques ci-joints. Les expériences ont été faites sur la ligne de Bâle à Lucerne, qu'on fermait soit à Lucerne, soit aux stations intermédiaires ; la longueur l du circuit est exprimée en kilomètres de fil de fer de 4^{mm}, le temps t en secondes.

Ligne fermée.	l.	$10^{10}\frac{t}{l^2}$.
Lucerne	284,8	217
Olten	157,5	210
Lissah	115,8	226
Liestal	97,6	227
Pratteln	85,6	148

L'auteur fait suivre l'exposé de ses recherches d'un historique détaillé de la question : il compare en particulier les valeurs du quotient $\frac{t}{l^2}$ qu'ont obtenues les divers expérimentateurs ; ces valeurs présentent des divergences considérables, qui sont nécessairement produites, conformément à la théorie, d'une part par la diversité des phénomènes qui ont servi à révéler, à l'extrémité de la ligne, l'existence du courant, d'autre part par les différences qu'ont présentées les conducteurs employés au double point de vue de leur résistance et de leur capacité électrique.

CH. RIVIÈRE.

S. KALISCHER. — Ueber Palmieri's Versuche betreffend die Frage einer Electricitätsentwickelung bei der Condensation von Wasserdampf (Sur les expériences de Palmieri au sujet de la prétendue production d'électricité par la condensation de la vapeur d'eau); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 407; 1886.

L'auteur critique les expériences récentes par lesquelles M. Palmieri a cru démontrer que la condensation de la vapeur d'eau produisait de l'électricité. Ses propres expériences continuent de lui donner des résultats négatifs, et il se trouve d'accord en cela avec M. Magrini, de Florence. CH. RIVIÈRE.

KARL SCHMIDT. — Ueber die Reflexion an der Grenze krystallinischer elliptisch polarisenden Medien (Réflexion à la surface de milieux qui polarisent elliptiquement la lumière); *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 451; 1886.

L'auteur étudie expérimentalement, à l'aide du compensateur de Babinet, la réflexion sur le quartz ; ses observations portent en particulier sur des quartz taillés de telle sorte que les rayons

réfractés provenant d'un rayon tombant sous l'incidence de polarisation se propagent précisément suivant l'axe du cristal : on observe ainsi la réflexion elliptique dans des limites où les rayons réfractés sont eux-mêmes polarisés elliptiquement.

Les résultats obtenus dans ce dernier cas, identiques pour le quartz droit et pour le quartz gauche, sont consignés dans le Tableau suivant :

i représente l'angle d'incidence, *k* le rapport de la vibration réfléchie polarisée perpendiculairement au plan d'incidence à la vibration polarisée parallèlement à ce plan, δ la différence de phase de ces deux vibrations exprimée en demi-longueurs d'ondulation.

i.	*k*.	δ.
° ′		
0. 0	1,0	0,0
55.50	0,0218	0,062
56. 5	0,0164	0,063
56.20	0,0109	0,097
56.35	0,0047	0,132
56.50	0,0006	0,331
57. 5	0,0012	0,690
57.20	0,0048	0,880
57.35	0,0112	0,930
57.50	0,0186	0,950
90. 0	1,0	1,0

En comparant ces résultats avec les indications de diverses théories de la réflexion, l'auteur ne trouve un accord satisfaisant ni avec la théorie appliquée par Voigt aux milieux absolument transparents, ni avec la théorie exposée par Ketteler dans un récent Mémoire. Ch. Rivière.

W.-W.-J. NICOL. — On the vapour-pressures of water from salt-solutions (Sur les pressions de la vapeur d'eau émise par les dissolutions salines); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXII, p. 502; 1886.

La mesure des tensions de la vapeur d'eau a été faite par l'auteur à l'aide de la méthode de Regnault, c'est-à-dire que la température de la dissolution était maintenue constante, et la pression variée jusqu'à ce que l'ébullition eût lieu.

Les expériences ont porté seulement sur quatre sels ne contenant pas d'eau de cristallisation, savoir NaCl, KCl, AzO^3Na, AzO^3K. Les dissolutions étaient faites de façon à renfermer n molécules de sel pour 100 molécules d'eau. Les mesures relatives à chaque sel avaient lieu successivement pour diverses valeurs de n, et, pour chaque valeur de n, à des températures variant de 5° en 5° depuis 70°C. jusqu'à 95°C. Dans chaque cas, l'effet restrictif produit sur la tension de la vapeur d'eau, par la présence d'une molécule de sel dans la dissolution soumise à l'expérience, était mesuré par la valeur de $\frac{p-p'}{n}$, où p et p' sont les tensions de la vapeur émise, à la température de l'expérience, par l'eau pure, et par la dissolution considérée.

L'examen des variations de $\frac{p-p'}{n}$, corrélatives des variations de température ou de concentration, a conduit M. Nicol aux conclusions suivantes :

Relativement à la grandeur de ces variations, les quatre sels sont toujours placés dans le même ordre, savoir : NaCl, KCl, AzO^3Na, AzO^3K. De sorte que, disposées dans cet ordre, les variations forment une série, tantôt croissante, tantôt décroissante, et dont les termes sont de signes différents. Ainsi :

1° Quand la température reste constante et que la concentration augmente, il y a augmentation de l'effet restrictif de chaque molécule de sel dans le cas des deux premiers sels, diminution dans le cas des deux derniers.

2° Quand la concentration reste constante et que la température augmente, il y a au contraire diminution de l'effet restrictif de chaque molécule de sel dans le cas du premier sel, inaltération dans le cas du second, et augmentation dans le cas des deux derniers.

3° Quand la température et la concentration augmentent à la fois, il y a diminution sensible de l'effet restrictif dans le cas des deux premiers sels, diminution faible ou nulle avec le troisième, et augmentation marquée avec le quatrième.

M. Nicol, remarquant que les quatre sels sont encore disposés dans le même ordre si l'on a égard aux variations de leur solubilité

avec la température, conclut en outre qu'il y a une relation entre ces variations de solubilité et les faits mentionnés dans les conclusions précédentes. Il montre comment une théorie de la dissolution qu'il a autrefois proposée permettrait en effet d'expliquer ces faits. H. CREVAUX.

W. RAMSAY et SYDNEY YOUNG. — Influence of change of condition from the liquid to the solid state on vapour pressure (Influence du passage de l'état liquide à l'état solide sur la pression de la vapeur); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXIII, p. 61; 1887.

Fischer avait exprimé la tension de la vapeur de benzine en fonction de la température, par deux relations de la forme

$$p = a + bt + ct^2,$$

l'une relative à la vapeur émise par la benzine liquide, l'autre relative à la vapeur émise par la benzine solide. Il en avait déduit que la tension de vapeur de la benzine liquide n'est pas identique à la tension de vapeur de la benzine solide au point de fusion de ce corps.

L'inexactitude de cette déduction tient à ce que les formules de Fischer ne concordent pas bien avec les expériences aux basses températures et disparaît si l'on utilise les résultats expérimentaux au calcul des constantes de deux relations de la forme suivante

$$\log p = a + b\alpha^t + c\beta^t,$$

indiquée par Biot, ou de la forme plus simple

$$\log p = a + b\alpha^t.$$

MM. Ramsay et Young représentent leurs propres résultats relatifs à la benzine par deux relations de cette dernière forme. Les constantes sont :

Pour la benzine liquide,

$$a = 4,72452; \quad \log b = 0,5185950; \quad \log \alpha = \bar{1},996847125 :$$

la constante b est négative ;

Pour la benzine solide,

$$a = 4,82602; \quad \log b = 0,5784772; \quad \log \alpha = \bar{1},9959086:$$

la constante b est négative, et ici $t = t^{\circ}$ C. + 10.

H. Crevaux.

William RAMSAY et Sydney YOUNG. — On the nature of liquids, as shown by a study of thermal properties of stable and dissociable bodies (Nature des liquides déduite des propriétés des corps stables et des corps dissociables); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXIII, p. 129; 1887.

MM. Ramsay et Young cherchent à établir que l'état liquide ne diffère de l'état gazeux que par un simple rapprochement des molécules, et non par un groupement moléculaire, ainsi que le pensait Naumann.

Ils étudient dans ce but les densités des vapeurs saturées et les chaleurs de vaporisation de substances stables, telles que l'alcool et l'éther, et de substances dissociables telles que le peroxyde d'azote, l'acide acétique et le chlorure d'ammonium. Ils trouvent que les densités des vapeurs saturées de l'alcool et de l'éther croissent à mesure que la température s'élève vers le point critique. En même temps, les chaleurs de vaporisation diminuent. Dans le cas de l'acide acétique, au contraire, la densité de la vapeur saturée passe par un minimum vers 150°, et la chaleur de vaporisation passe par un maximum vers 110°.

Les auteurs estiment qu'il est difficile de concevoir que l'augmentation de la densité de vapeur de l'acide acétique à partir de 150°, vers de hautes ou vers de basses températures, puisse être due à une même cause dans des conditions aussi radicalement différentes. Une haute température est en effet une condition défavorable à un groupement moléculaire, tandis que la haute pression correspondante favorise un rapprochement des molécules. Une basse température, au contraire, favorise un groupement moléculaire, tandis que la faible pression correspondante nuit à un rapprochement des molécules. C'est pourquoi ils admettent que, dans le cas des substances stables, de même que dans le cas de l'acide acétique à de hautes températures, les variations de densités

des vapeurs saturées sont dues uniquement à un rapprochement des molécules, c'est-à-dire à une cause physique, tandis que, dans le cas de l'acide acétique à de basses températures, l'anomalie présentée par la densité de vapeur est due partiellement à une cause physique, partiellement à un groupement des molécules, c'est-à-dire à une cause chimique.

Ainsi, dans la vapeur émise par les substances stables, il n'existerait pas de molécules complexes. Le fait que les volumes spécifiques du liquide et du gaz sont sensiblement égaux au voisinage du point critique prouverait d'ailleurs qu'il n'y a pas de groupement moléculaire au moment de la condensation.

Les auteurs concluent en disant que la différence entre les liquides et les gaz est une différence de degré et non d'espèce, qu'elle est quantitative et non qualitative. H. Crevaux.

J.-J. COLEMAN. — On liquid diffusion (Sur la diffusion des liquides); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XIII, p. 1; 1887.

La diffusion d'un grand nombre de substances minérales est étudiée par le procédé appelé par Graham *Jar diffusion*. L'auteur compare la diffusibilité d'un certain nombre de substances prises dans l'ordre de la classification des éléments suivant la loi périodique de M. Mendelejeff.

Il prend d'abord des composés de même genre d'éléments appartenant à chaque série horizontale, c'est-à-dire d'éléments dont les poids atomiques sont voisins, leurs volumes atomiques pouvant être variables, ainsi que les poids moléculaires de leurs composés. Il trouve que, pour chaque série, la diffusibilité varie dans le même sens que les volumes moléculaires des composés.

M. Coleman prend ensuite des substances isomorphes de même volume moléculaire, mais de poids moléculaires différents ou bien des composés d'éléments appartenant, dans la classification de M. Mendelejeff, à une même série verticale. Il montre que, si l'augmentation de volume moléculaire entraîne une augmentation dans la diffusibilité, l'augmentation de poids moléculaire a, par contre, une tendance à la retarder. H. Crevaux.

THOMAS GRAY. — On silk v wire suspensions in galvanometers, and on the rigidity of silk fibre (Sur les fils de suspension en soie v dans les galvanomètres, et la rigidité des fibres de soie); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXIII, p. 46; 1887.

R.-H.-M. BOSANQUET. — Silk v wire (Fil de soie v); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXIII, p. 149; 1887.

A la suite d'une Note de M. Bosanquet proposant la suppression des fibres de soie comme suspension dans les galvanomètres et l'adoption, pour cet usage, de longs fils métalliques, M. Th. Gray publie les résultats d'expériences qu'il a faites sur la rigidité de torsion de simples fibres de soie. Des nombres obtenus, il conclut que, dans les mesures galvanométriques, l'erreur résultant de cette rigidité est généralement négligeable, même dans le cas de galvanomètres très sensibles, tels que ceux de Thomson, et que le mode actuel de suspension dans ces galvanomètres serait encore le meilleur.

En étudiant, dans un espace vide, la rigidité de torsion des mêmes fibres soutenant un anneau horizontal de cuivre, MM. Th. Gray et Bottomley arrivent à ce résultat que, dans les conditions ordinaires, l'effet du frottement de l'air est très grand en comparaison de l'effet de la viscosité même de la fibre.

M. Bosanquet pense que les fibres de soie possèdent une torsion de structure mise en évidence par l'expérience suivante : Une fibre de soie soutenant un petit poids fixé à une aiguille prend une position d'équilibre variant lentement pendant quelques jours. C'est pour éliminer l'influence de cet élément perturbateur à caractère inconstant que M. Bosanquet propose la suppression des fils de soie comme fils de suspension dans les galvanomètres.

H. CREVAUX.

H. TOMLINSON. — The permanent and temporary effects on some of the physical properties of iron, producted by raising the temperature to 100° C., (Effets permanents et temporaires produits sur quelques-unes des propriétés physiques du fer, par un échauffement à 100° C.); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXIII, p. 245; 1887.

Frottement interne du fer. — Une série d'échauffements à 100° C., suivis de refroidissements lents, diminue beaucoup, et d'une façon permanente, le frottement interne d'un fil de fer.

Un échauffement à une température ne dépassant pas 100°C. produit une diminution temporaire dans le frottement interne du fer. Cette diminution est maxima à 98°C. Le frottement interne est alors si faible que, s'il intervenait seul dans la diminution d'amplitude des petites oscillations de torsion du fil, il faudrait 3000 vibrations pour que l'amplitude fût réduite à la moitié de sa valeur primitive.

Élasticité de traction et de torsion du fer. — Par un échauffement à 100°, suivi d'un refroidissement, ces deux élasticités subissent un accroissement permanent et deviennent maxima. Si ensuite on échauffe de nouveau un fil de fer à 100°, on constate une diminution temporaire de 20, 3 pour 100.

Vitesse du son dans le fer et l'acier. — M. Tomlinson prouve que la hauteur du son résultant des vibrations longitudinales d'un fil de fer ou d'acier s'abaisse quand la température s'élève. La vitesse du son dans le fer ou l'acier irait alors en diminuant par une élévation de température ne dépassant pas 100°C., contrairement à ce qu'avait annoncé Wertheim. Et ce fait est d'accord avec les résultats mentionnés ci-dessus relativement à l'élasticité longitudinale du fer ou de l'acier, à savoir que cette élasticité subit une diminution temporaire par une élévation de température, pourvu que le fil ait été préalablement échauffé à 100°C., puis refroidi lentement, et laissé en repos pendant un temps assez long. Si, quelquefois, on a observé une augmentation d'élasticité par un échauffement de 0°C. à 100°C., c'est que les précautions précédentes n'avaient pas été observées.

L'auteur rappelle le fait déjà observé de la diminution de hauteur du son rendu par un diapason, quand la température s'élève. Les changements de dimensions du diapason ne sont pas suffisants pour expliquer ce fait. Du coefficient de dilatation de l'acier et des variations de l'élasticité longitudinale avec la température, il déduit les variations de hauteur du son rendu par un diapason déterminé. Il trouve un accord suffisant entre les résultats ainsi obtenus et ceux que l'expérience fournit directement.

H. Crevaux.

G. Carey FOSTER. — **Note on a methode of determining coefficients of mutual induction** (Note sur une méthode de détermination des coefficients d'induction réciproque); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXIII, p. 121; 1887.

Cette méthode simplifie beaucoup le procédé de détermination des coefficients d'induction réciproque, fondé sur l'emploi d'un galvanomètre balistique. Elle nécessite l'emploi d'un condensateur dont la capacité soit exactement connue.

Soit à mesurer, en valeur absolue, le coefficient d'induction réciproque M de deux bobines A et B. (Il sera facile de construire la figure d'après le texte.)

1° On place A dans le circuit d'une pile, ce circuit comprenant d'ailleurs une boîte de résistance et un interrupteur. Vis-à-vis de A, on place la bobine B dont le circuit comprend un galvanomètre balistique G. En ouvrant ou fermant à l'aide de l'interrupteur le circuit de la pile, il se produit dans B un courant d'induction. L'aiguille du galvanomètre subit alors une impulsion par suite du passage d'une quantité Q d'électricité, donnée par la relation

$$Q = M\frac{\gamma}{r},$$

où γ est l'intensité du courant traversant la bobine A, et r la résistance totale du circuit B.

2° La bobine B est enlevée, et un circuit secondaire, comprenant le galvanomètre G et un condensateur de capacité C, est fixé sur le circuit principal comprenant la bobine A, aux deux extrémités de la boîte de résistance. Si R est la résistance introduite par la boîte de résistance et γ' la nouvelle intensité dans le circuit principal, en établissant, puis interrompant ce circuit, le galvanomètre subit une impulsion due à la décharge du condensateur, c'est-à-dire au passage d'une quantité Q′ d'électricité, telle que

$$Q' = \gamma' CR.$$

On modifie la résistance R de telle façon que le galvanomètre subisse dans les deux cas la même impulsion. On a alors

$$M\frac{\gamma}{r} = \gamma' CR,$$

d'où

$$M = \frac{\gamma'}{\gamma} CRr.$$

Il faut naturellement, dans les deux expériences précédentes, placer dans le circuit de la pile un galvanomètre qui permette d'évaluer γ et γ'.

En combinant les deux arrangements précédents, M. Foster arrive à une disposition qui permet, par une seule expérience, d'obtenir l'égalité d'impulsion du galvanomètre balistique, soit de la part du circuit induit B, soit de la part du condensateur. La disposition est telle que ces deux courants, lancés dans le galvanomètre G, y arrivent en même temps et en sens inverse. Il suffit alors de modifier une résistance de telle façon que l'aiguille du galvanomètre G reste au repos. De plus, cette disposition est telle que l'on ait $\gamma = \gamma'$, c'est-à-dire $M = CRr$. Le galvanomètre destiné à fournir γ et γ' peut alors être supprimé.

H. Crevaux.

TABLE DES MATIÈRES.

OCTOBRE 1887.

12610 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — NOVEMBRE 1887.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (Seine

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les quinze premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886 se vendent séparément. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............	15 fr.
Autres pays....	17

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. CH. BRISSE, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. BOUTY, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. BRISSE, rue de Bécon, 55, à Courbevoie (Seine).

ÉTUDE DE LA VITESSE DU SON DANS LES TUYAUX DE PETIT DIAMÈTRE;

PAR M. J.-B. BAILLE.

Newton a donné la formule déterminant la vitesse de propagation du son dans les gaz, $a = \sqrt{\frac{g p_0}{\delta_0}(1 + \alpha t)}$.

En calculant cette formule, on obtient le nombre $279^m,95$ par seconde, à 0°, très inférieur au nombre obtenu par l'expérience directe, qui est de $330^m,6$.

On fait concorder la formule théorique avec les résultats de la mesure directe, en multipliant l'expression de Newton par le facteur $\sqrt{\frac{C}{c}}$, rapport des chaleurs spécifiques des gaz.

Pour justifier cette correction, Laplace fait observer que le gaz, comprimé par la transmission du son, s'échauffe, et que ce dégagement subit de chaleur n'a pas le temps de se transmettre aux corps voisins, de sorte que le gaz ne conserve pas une température constante, mais son état se transforme adiabatiquement.

Cette explication, qui met d'accord la théorie et l'expérience, indique que, si l'on pouvait à chaque instant enlever au gaz la chaleur dégagée par la compression, on retrouverait le nombre de Newton.

C'est ce que j'ai essayé de faire en mesurant la vitesse du son dans un gaz enfermé dans un tuyau de petit diamètre.

Déjà, en classant les expériences de M. Regnault à ce point de vue, on peut apprécier une diminution dans la vitesse de propagation du son, à mesure que le diamètre du tuyau décroît.

Ainsi, en ne conservant que les vitesses d'une onde affaiblie par un long parcours, M. Regnault a trouvé (¹) :

Dans un tuyau de	$1^m,10$	de diamètre,	une vitesse	minimum	....	$330^m,30$
» »	0,30	»	»	»	....	329,25
» »	0,108	»	»	»	....	324,25

Cette décroissance de la vitesse indique bien que le gaz, échauffé

(¹) Cours de M. Potier à l'École Polytechnique.

par la compression, cède aux parois voisines une portion de sa chaleur d'autant plus grande que les parois sont plus rapprochées, c'est-à-dire que le tuyau est plus étroit ([1]).

1° *Expériences.* — J'ai fait trois séries d'expériences dans le sens que j'indique.

I. La première série a été faite dans un tuyau de 6^{cm} de diamètre. Une longueur totale de $299^m,87$, composée de parties rectilignes de 25^m réunies par des courbes de 2^m de diamètre, était formée par des bouts de tubes en laiton, maintenus par des manchons de même métal.

Ce long tube a été installé dans un grenier de l'École municipale de Physique et de Chimie, dans le but d'habituer les élèves aux mesures délicates.

Les extrémités de ce tube étaient fermées par des membranes minces qui, par leur déplacement, établissaient un contact électrique.

Sur un cylindre enregistreur, étaient inscrits les signaux fournis par les membranes et les vibrations d'un diapason soigneusement étudié, marquant le $\frac{1}{100}$ de seconde.

Le plus petit mouvement d'une membrane se transmet à travers les 300^m de tuyau jusqu'à l'autre extrémité, de sorte que, au lieu de produire un son, je me contentais de choquer légèrement une des membranes; quelques précautions, faciles à prendre, empêchaient les agitations de l'air autour de l'appareil, et évitaient les signaux perturbateurs. L'expérience est très facile et très simple à faire.

([1]) A la suite des Travaux de M. Helmholtz, plusieurs physiciens allemands (Kundt, Schnebeli, Seebeck, etc. Voir *Annales de Poggendorff*, 1868-1870) ont recherché la vitesse du son dans les tubes, en employant la méthode des tuyaux sonores. Les résultats, assez concordants, montrent que la vitesse du son diminue avec le diamètre du tuyau, et d'autant plus que le son est plus grave. Mais il faut remarquer d'abord que la méthode des tuyaux sonores ne permet pas des mesures très précises, et ensuite que la production d'un son continu est accompagnée de condensations et de dilatations plus rapides que ne peuvent l'être des échanges de chaleur entre le gaz et la paroi solide. Aussi les vitesses obtenues sont toujours comprises entre 330^m et 320^m.

Le calcul de Newton s'applique à la propagation d'un ébranlement unique, de forme quelconque, sonore ou non, dans un long tuyau : c'est ce que j'ai essayé de réaliser.

On peut procéder de trois façons différentes :

1° Ou bien enregistrer les signaux formés par chacune des deux membranes terminant le tube [durée de la propagation en $\frac{1}{100}$ de seconde].

13 *avril* 1887 : $\theta = 12°,0$.

93,5		
96,25	94,75	$V_\theta = 316^m,3$,
94,3		$V_0 = 309^m,8$,
94,7		

2° Ou bien fermer une des extrémités du tuyau par un bouchon, et recevoir sur la première membrane l'onde réfléchie, après un double parcours du tuyau. Il faut alors avoir soin de donner un choc un peu plus fort et d'écarter très légèrement, après le choc, la pointe qui doit recevoir le contact de la membrane, le signal de départ se faisant par rupture et le signal d'arrivée par établissement de courant.

13 *avril* : $\theta = 12°,0$.

188,25		
190,1	189,83	$V_\theta = 315,7$,
187,2		$V_0 = 309,2$.
191,75		

3° Ou bien laisser l'extrémité ouverte et recevoir l'onde réfléchie sur paroi ouverte, revenant, après un double parcours, aspirer la membrane du départ.

13 *avril* : $\theta = 12°,0$.

189,5		
190		
190	189,90	$V_\theta = 315,6$,
190		$V_0 = 309,1$.
190,9		
189,0		

Ces trois façons différentes d'opérer ont été employées concurremment et ont donné de très bons résultats, identiques les uns aux autres, comme on le voit par le relevé de la série des observations précédentes.

Il est à remarquer que, dans le deuxième mode opératoire, on étudie une onde parcourant deux fois le tuyau en sens contraire.

L'identité des résultats indique bien que le déplacement d'air occasionné par le choc de la membrane, bien qu'ajoutant une vitesse à celle de la propagation, est complètement négligeable.

Il semble de plus, dans les relevés des observations précédentes, que les nombres fournis par les moyennes sont suffisamment identiques, et approchés à près de $\frac{1}{1000}$. En réalité, l'approximation n'est que de $\frac{1}{100}$, car les nombres particuliers entrant dans la moyenne n'ont que cette approximation. On aurait pu certainement aller plus loin, mais il eût fallu alors avoir une complication d'appareils que ne comportait pas ce genre de recherches.

Bien qu'on ne puisse pas trop compter sur le chiffre des décimales, il est intéressant de vérifier, dans les nombres ci-dessus, les remarques faites par M. Regnault sur la diminution de vitesse de la propagation du son, après un long parcours (pour 300^{m}, $309^{m},8$ et pour 600^{m}, $309^{m},2$) (¹).

II. La deuxième série d'expériences a été faite sur un tube de laiton de 5^{mm} de diamètre et d'une longueur de 79^{m}.

Les difficultés expérimentales sont très grandes; le frottement du gaz sur les parois du tube éteint rapidement l'onde envoyée, et il faut une compression très énergique au début pour qu'on puisse recevoir un signal à l'autre extrémité du tube.

Je me suis servi d'un réservoir d'air comprimé ou dilaté; et un robinet manœuvré très rapidement mettait, pendant une durée très courte (environ $\frac{1}{20}$ de seconde) le tube en communication avec le réservoir.

L'onde déterminée par cette compression ou cette dilatation brusque se propageait dans le tuyau et allait actionner une membrane placée à l'extrémité du tube. La durée était enregistrée par deux électro-aimants entre le commencement de l'ouverture du robinet et le mouvement de la membrane.

En prenant toutes les précautions indiquées par des essais suc-

---

(¹) Ces premiers résultats ont déjà été communiqués à l'Association française pour l'avancement des Sciences (Grenoble, août 1885).

cessifs, on peut arriver à une constance très satisfaisante dans la durée de cette propagation, ainsi que le prouve le relevé des observations suivantes :

24 *mars* : $\theta = 11°,0$ ($\frac{1}{3}$ *atmosphère environ*).

Durée en $\frac{1}{100}$ de seconde.

Compression.		Aspiration		
27,5		27,5		
27,5		27,5		$V_\theta = 287^m,07$,
27,4		27,7		
27,5	27,51	27,5	27,53	
27,6		27,6		$V_0 = 281^m,4$.
27,4		27,5		
27,7				

Ce nombre se rapproche assez de celui de Newton.

J'ai cru un instant que les différences provenaient du défaut de conductibilité des tubes de cuivre; car, théoriquement, la conductibilité calorifique des parois devrait être infinie, non seulement par rapport à l'air, mais même absolument; et je me servais de tubes en laiton, décapés à l'intérieur, dont la conductibilité calorifique pouvait ne pas être très grande.

C'est pour contrôler cette idée que j'ai fait la troisième série d'expériences dans un tube de verre.

III. Une longueur de $61^m,40$ de tubes de verre, dont le diamètre moyen était $4^{mm},3$, était mise en communication avec le réservoir d'air comprimé et la membrane qui avait servi à la deuxième série.

L'expérience ne présente aucune difficulté.

J'ai obtenu les nombres suivants :

21 *mars*, 1887 : $\theta = 5°,0$ ($\frac{1}{3}$ *atmosphère environ*).

Compression.		Aspiration.		
21,8		21,5		
21,4		21,4		$V_\theta = 287^m,92$,
21,4	21,50	21,7	21,60	
21,3		21,8		$V_0 = 282^m,4$.
21,4				
21,7				

Bien que ce nombre soit dans le sens indiqué, je ne crois pas qu'on puisse en tirer quelque conséquence sur les conductibilités relatives du laiton, du verre et de l'air; l'approximation des résultats ne dépassant pas $\frac{1}{100}$.

2° *Causes d'erreurs; membranes.* — C'est qu'en effet la constance des résultats partiels n'est obtenue qu'en prenant toujours les mêmes précautions; mais, aussitôt qu'on change quelque chose dans la disposition de l'appareil, les résultats diffèrent; et, comme la durée du phénomène étudié n'était pas très longue, la plus petite erreur avait une grande importance.

On doit observer d'abord que toutes les causes d'erreur accidentelles ou systématiques ont pour effet d'augmenter la durée enregistrée et par conséquent de diminuer la vitesse de la propagation.

Il est très facile d'arriver au nombre de Newton et même à un nombre inférieur. Mais, si l'on n'y prend garde, les résultats obtenus sont illusoires.

Ainsi, comme première remarque, il faut avoir soin, quand on fait les expériences, par compression ou dilatation, de ramener rapidement l'air enfermé dans le tuyau à la pression atmosphérique qui existait avant la brusque ouverture du réservoir.

Dans la production du son, la compression ne laisse aucune trace et la pression atmosphérique, un instant troublée, se rétablit aussitôt. Ici il faut se rapprocher de ces conditions : si l'on contrarie la rentrée de l'air extérieur dans l'appareil, non seulement on ne peut pas admettre que la compression produite soit équivalente à un son, mais de plus on augmente la durée de la transmission, comme on le voit par le relevé suivant de la durée de la propagation dans le tube de cuivre de 5^{mm}.

Pression extérieure	rendue aussitôt par le robinet ordinaire		26,5
»	»	contrariée par un long tube en caoutchouc	28,0
»	»	non rendue (robinet fermé)	29,5

Ces différences de quelques centièmes de seconde ne pourraient être négligeables que si la durée étudiée était elle-même très grande. Or le robinet employé avait un coude et une longueur de $0^{m},02$ d'entrée de l'air; et il est à craindre que, de ce fait, la

durée de la propagation soit augmentée de quelques millièmes.

En second lieu, la membrane a une influence considérable, à laquelle on ne fait ordinairement pas assez attention. Les membranes dont je me servais étaient des plaques de caoutchouc ayant $0^{mm},6$ d'épaisseur, et légèrement tendues sur une bague de cuivre. Une bande de papier d'étain collée sur la surface établissait le contact électrique. Le tube apportant la compression arrivait jusqu'au centre de la membrane.

Les modifications les plus insignifiantes apportées à l'état de cette membrane se traduisaient par un accroissement de la durée de la propagation.

Ainsi, si la membrane n'est pas assez tendue, elle n'a pour ainsi dire plus de position d'équilibre stable, et elle est alors animée de mouvements propres perturbateurs, dans lesquels on peut ne pas toujours se reconnaître.

Si elle est trop tendue, elle exige une force plus grande pour être mise en mouvement. Ce qu'il faudrait enregistrer, c'est le début de l'arrivée de l'onde.

Mais la compression, au moment où elle arrive, a une intensité trop faible pour actionner la membrane, et l'on n'enregistre que l'arrivée d'une compression déjà notable.

Aussi tout ce qui augmente l'inertie de la membrane a une influence énorme sur la durée de la propagation.

Dans le Tableau suivant ont été relevées les durées minima de la propagation (tube de verre) suivant les poids de la membrane.

	Poids total.	Durée.
Membrane seule	$5^{gr},5$	22,0
» chargée......	5,9	22,3
» »	6,7	24,0
» »	8,0	30,0
» »	35,0	50,0

La membrane devient de plus en plus paresseuse et insensible. Elle se déplace difficilement et revient à sa première position plus difficilement encore. Il faut environ quinze minutes pour que, dans le dernier cas (charge 35^{gr}), elle revienne seule à son point de départ.

On diminue ce temps perdu, en ouvrant derrière la membrane

un robinet qui rétablit la pression atmosphérique sur les deux faces. On ne risque plus alors de commencer une nouvelle observation avant le retour à l'état d'équilibre.

On ne peut donc pas considérer une membrane, même la plus petite et la moins lourde possible, comme obéissant instantanément à la première impulsion (¹).

Le mouvement de la membrane n'est pas non plus indifférent à considérer.

Si ce mouvement est un frémissement sur place, une sorte de déplacement dans le sens du rayon, comme cela arrive pour des compressions très faibles, le contact électrique ne s'établit pas.

Il faut une compression suffisante pour gonfler la membrane et la déplacer normalement à la surface.

Mais alors la distance de la pointe qui établit le courant peut être l'occasion d'un retard. Ainsi (le zéro étant le point où le courant ne passe pas encore, mais où une loupe ne laisse voir aucun vide entre les contacts), on a pour la durée de la propagation (tube de cuivre de 5^{mm}) :

Intervalle entre les contacts	$\overset{mm}{0}$	26,5
» » »	0,5	30,5
» » »	2	48,5

Il est évident que cette augmentation de la durée dépend des dimensions et des poids de la membrane; mais l'erreur introduite ainsi n'est pas toujours négligeable et elle peut expliquer plusieurs perturbations rencontrées dans les expériences de cette nature.

Enfin le mode même d'émission de l'onde n'est pas indifférent à la durée de la propagation du son dans les petits tuyaux. Si la compression exercée est centrale ou latérale, il se produit des frottements ou des remous différents, au moins sur les premières tranches, et cette dissymétrie s'accuse par un accroissement dans la durée de propagation.

(¹) J'ai essayé de remplacer le mouvement de la membrane par un autre phénomène : les franges d'interférence de M. Fizeau se déplacent instantanément à la plus petite variation de pression de l'air derrière l'une des fentes. Mais ce phénomène n'est pas plus sensible que la membrane et l'inscription n'est pas automatique.

On peut constater ce fait en ouvrant le robinet par fractions. Le robinet employé présentait une ouverture de 5^{mm} de diamètre, comme le tube auquel il donnait accès. En limitant par un butoir la course de la clef, on peut avoir une ouverture totale de 20^{mmq} environ, ou d'une fraction quelconque, par exemple 2^{mmq} ou 4^{mmq}. On peut même enregistrer la durée de la compression, qui doit toujours être très courte. Lorsque l'ouverture est totale, cette durée de la compression n'a aucune influence sur la vitesse du son; mais, dans le cas contraire, la pression n'a pas le temps de s'établir régulièrement, et la durée de propagation ne correspond plus qu'à une pression inférieure à celle indiquée par le manomètre.

Des nombreuses expériences faites à ce sujet, je tirerai le Tableau suivant (longueur parcourue $93^{m},05$). La première colonne indique la pression en atmosphères à laquelle est dû le mouvement (différence de pression entre le réservoir et l'extérieur); les suivantes, la durée en centièmes de seconde, d'abord de l'ouverture du réservoir, puis de la propagation, suivant trois fractions d'ouverture du robinet.

	2^{mmq}.		4^{mmq}.		20^{mmq}.	
Pression.	Ouverture.	Propagation.	Ouverture.	Propagation.	Ouverture.	Propagation.
atm						
2,00 .	8,0	32,50	5,5	32,25	9,5	31,25
0,50 .	8,0	38,90	8,6	33,00	8,8	31,50
0,50 .	23,5	34,75	»	»	24,7	31,80
0,25 .	6,5	39,75	8,0	34,70	12,5	33,00
—0,38 .	13,5	41,20	»	»	10,0	34,00

On voit de plus, par le relevé des signaux enregistrés, que la durée de propagation est bien plus régulière avec l'ouverture totale. Enfin il est à remarquer que ces perturbations auraient été bien moins visibles si la longueur du tuyau eût été moindre.

3° *Étude de l'onde.* — De tout ce qui précède on peut conclure que, dans les petits tuyaux, les perturbations prennent une importance considérable, et se traduisent par des effets de même ordre que le phénomène principal.

Aussi m'a-t-il été facile de vérifier et de compléter les résultats

indiqués par M. Regnault relatifs aux diverses causes qui altèrent la vitesse du son.

1° Les sons les plus intenses se propagent plus vite que les autres.

En mettant dans le réservoir d'air une pression de plus en plus forte, je détermine une compression plus énergique, et par suite une onde plus intense.

Dans le Tableau suivant, ont été rassemblées, d'abord les différences de pression entre l'extérieur et le réservoir, pressions évaluées avec les précautions ordinaires, en centimètres de mercure, puis la durée en centièmes de seconde de la propagation de cette compression à travers le tube de cuivre de 79^m, moyenne de plusieurs observations concordantes; et enfin la vitesse du son qui en résulte, ramenée à 0°.

Pression.		Durée de propagation.	V_0 (1).
atm	c		
5...........	380	»	304,6*
4...........	304	»	301,0*
3...........	228	25,9	299,4
2...........	152	26,4	293,7
1...........	76	26,9	288,2
	57	27,2	285,0
	40	27,5	281,9
	26	27,7	279,9
	16	28,3	274
	11	28,9	268,3
	6	29,6	261,9
	2	31,65	244,9
	1	34,95	221,8
	0,5	∞ (2)	
Aspiration....	— 1	30,8	251,7
»	— 5	29	267,3
»	— 20,5	27,7	279,9
»	— 27,1	»	281 *
»	— 56,2	»	293,3*

Comme on le voit, à mesure que la compression devient moins

(1) Les nombres marqués * ne sont pas absolument comparables aux autres : ils ont été obtenus avec une longueur de tubes différente.

(2) La compression ne se transmet plus.

intense, la vitesse de propagation diminue, sans tendre vers une limite fixe. La seule remarque que l'on puisse faire à ce sujet, c'est qu'une compression mesurée par un accroissement de pression de 40^{cm} à 25^{cm} de mercure se propage avec une vitesse à peu près constante, dans l'appareil tel qu'il était installé (79^{m} de longueur, etc.). Aussi, dans les expériences précédemment décrites, ai-je toujours pris des pressions effectives d'environ $\frac{1}{3}$ atmosphère.

2° La vitesse du son diminue à mesure que la longueur parcourue augmente. — En prenant cette vitesse à 0°, après plusieurs longueurs de tuyaux, on obtient les résultats suivants :

Longueur parcourue.	2^{atm}.	$0^{atm},5$.
$\overset{m}{56,75}$	295,1	292,8
79,00	293,7	281,9
93,10	283,1	275,6

Dans les expériences de M. Regnault, ce qui occasionnait la diminution de vitesse était le frottement du gaz sur lui-même : ici c'est le frottement du gaz sur le solide, résistance beaucoup plus forte, mais produisant le même effet.

4. *Effet de la viscosité.* — Comment faut-il donc concevoir l'action des parois du tube étroit? D'après les observations précédentes, il est évident que ces parois agissent non seulement parce qu'elles absorbent la chaleur dégagée par la compression, mais encore parce qu'elles arrêtent les vibrations des tranches d'air enfermées dans le tuyau. Aux environs des parois solides, l'air devient visqueux, il perd en partie ses propriétés théoriques, et surtout sa mobilité.

Une onde comprimée ou dilatée se propage longtemps dans l'air indéfini ou dans un large tuyau avec une vitesse constante; elle conserve sa longueur : à peine perd-elle une partie de son intensité. Dans un tuyau étroit au contraire, elle se transforme rapidement, elle se propage avec une vitesse de moins en moins grande et elle perd ses caractères d'intensité ou de longueur, de sorte qu'à l'arrivée l'onde ne peut plus être considérée comme identique à ce qu'elle était au départ.

D'abord la pression diminue rapidement. En mettant un manomètre près de la membrane, on peut lire la hauteur à laquelle le mercure est lancé à l'arrivée de la compression. Cette hauteur peut être prise comme la pression maximum de l'onde arrivant ; au départ, la pression est celle du réservoir.

On constate que la perte de pression est énorme.

Puis, ce qui est fort important, la durée de la compression s'accroît beaucoup.

Le temps pendant lequel le robinet reste ouvert est la durée de la compression au départ, et celui pendant lequel la membrane repoussée établit le contact électrique peut être pris comme mesure de la durée de la compression à l'arrivée, bien qu'il lui soit notablement inférieur. Cette deuxième durée a été toujours plus longue que la première, ainsi qu'on peut le voir dans le Tableau suivant (longueur $56^{m},73$) :

Pression (en centimètres de mercure)		Durée de l'onde (en $\frac{1}{100}$ de seconde)	
au départ.	à l'arrivée.	au départ.	à l'arrivée.
380	12,0 cm	10,8	131,6
304	9,6	11,5	128,5
152	7,2	12,5	123,8
38	0,2	7,0	72,0
	3,5	15,8	119,5
19	0,15	5,75	18,1
	3,6	20,0	98,6
— 25	— 1,4	15,8	131,0
	— 0,6	8,5	123,8

On savait bien que, lorsqu'un gaz s'échappe d'un réservoir par un long ajutage, la durée d'écoulement est augmentée.

Mais ce n'est pas le phénomène observé ici. La petite masse d'air qui sort du réservoir est lancée dans le tube avec une certaine pression, elle comprime de proche en proche toutes les tranches d'air, et elle sort dans l'atmosphère du côté par où elle est entrée, et avant même que la compression soit arrivée à la membrane finale. De plus, la compression est suivie d'un retour immédiat à la pression atmosphérique. Une pareille onde se rapproche autant que possible d'une véritable onde sonore.

Or on envoie une onde comprimée ayant une durée de $0^s,07$ et une pression de 38^{cm}; et après un parcours de $56^m,73$ dans un tuyau de laiton de 5^{mm} de diamètre, on recueille une onde ayant au moins une durée de $0^s,72$ et une pression de $0^{cm},2$.

Si l'on pouvait bien voir ce qui se passe dans un tube en caoutchouc mince, on observerait la compression passer en gonflant le tube, sous forme d'une grosse olive, volume engendré par une boucle de sinusoïde, dont la longueur représente la durée, et l'épaisseur l'intensité de la compression. Après un parcours dans le tube étroit, cette olive devient dissymétrique de plus en plus longue, et de moins en moins épaisse.

L'action des parois du tube est donc complexe : le tube joue à peu près le rôle d'une filière qui allonge et rétrécit les fils étirés.

De ce que l'onde est affaiblie et altérée, il résulte que les sons, s'ils pouvaient traverser un tuyau étroit, ne conserveraient ni leur intensité ni leur hauteur, et même leurs distances respectives seraient également altérées.

C'est qu'en effet l'air intérieur visqueux a été dérangé dans sa position par le passage d'une compression, et il ne retrouve pas immédiatement son équilibre : il se produit là des remous et des mouvements propres, des condensations et des dilatations partielles qui mettent un certain temps à s'éteindre et qui sont d'autant plus grands que la compression a été plus énergique.

Cet état particulier de l'air enfermé dans le tube se traduit par le fait suivant.

Une deuxième onde, envoyée immédiatement après la première, se propage avec une vitesse beaucoup plus lente, et même, elle ne se transmet plus du tout, si la première compression a été assez énergique.

Une troisième onde n'arrive à se propager qu'au bout d'une attente très longue. Elle se confond et se mélange avec les mouvements intérieurs, réflexions et remous, occasionnés par les premières ondes, tant que ces mouvements intérieurs ne sont pas éteints.

Pression.	Durée séparant les deux ondes.	Durée de la propagation de la 1re.	de la 2e.
atm 4,00	26,5	32,0	∞
»	130,5	31,9	∞
2,00	30,25	32,2	110,4
0,50	23,5	32,5	85,4
0,25	30,25	33,0	78,0

Longueur parcourue....... 93m,10

On a une image approximative de ce qui se passe dans ce tube étroit, plein d'air, en regardant tomber une goutte d'eau dans une éprouvette pleine d'huile. Si l'on a eu soin de faire barboter quelques bulles d'air dans la masse, on se rend très facilement compte des mouvements très lents, mais très étendus, que détermine, dans le liquide visqueux, le passage d'une goutte d'eau.

Les gouttes affectent la forme d'ellipsoïdes tombant par leur petit axe et s'aplatissant à mesure qu'elles approchent du fond : car la résistance à la chute est verticale; tandis que, dans les tubes, la résistance due à la viscosité est parallèle à la longueur du tube : à part cet effet, qui paraît être inverse, toutes les autres circonstances se retrouvent dans la chute des gouttes d'eau.

En particulier, deux gouttes égales et se succédant à très peu d'intervalles se séparent de plus en plus, et la dernière est grandement retardée par le remous qui suivait la première.

Résumé. — La vitesse du son donnée par le calcul de Newton doit être considérée encore comme une propriété idéale et limite.

Les conditions hypothétiques du calcul sont bien difficiles à réaliser, pour ne pas dire davantage : d'un côté, la chaleur dégagée par la compression, de l'autre la viscosité des gaz au contact des parois solides, altèrent les mesures et nécessitent des corrections qui, dans ce dernier cas, ne sont pas faciles à analyser.

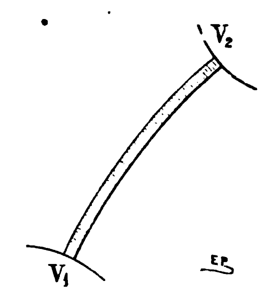
J'ai essayé, dans les expériences précédentes, de mettre en évidence quelques-uns des effets de cette viscosité du gaz, effets qui sont de même nature et aussi de même ordre que dans les liquides.

DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE DE LA PROPOSITION DE MAXWELL RELATIVE A L'ACTION MÉCANIQUE QUI S'EXERCE ENTRE DES CORPS ÉLECTRISÉS;

PAR M. R. BLONDLOT.

On sait que Maxwell a démontré que l'action mécanique qui s'exerce entre des corps électrisés peut être expliquée en admettant que le milieu diélectrique qui les sépare est le siège de tensions et de pressions distribuées d'une certaine manière. La démonstration de Maxwell est longue et assez difficile; c'est pour cette raison que j'ai cru bien faire en publiant la suivante, qui est très courte, et n'exige pour être comprise que la connaissance des éléments de l'électrostatique.

Soit un nombre quelconque de conducteurs électrisés, situés d'une manière quelconque. L'énergie électrique du système de



ces conducteurs a pour expression $\frac{1}{2}\Sigma VQ$, V et Q désignant le potentiel et la charge de l'un quelconque d'entre eux. Si nous désignons par s un élement de surface pris sur l'un quelconque des conducteurs, l'expression de l'énergie relative à cet élément est $\frac{1}{2}Vs\mu$, μ étant la densité électrique; or on sait que les éléments de surface de tous les conducteurs peuvent se grouper deux à deux, chacun d'eux ayant son correspondant sur un autre conducteur : si nous considérons deux de ces éléments correspondants, l'un sur un conducteur dont le potentiel est V_1, l'autre sur un conducteur dont le potentiel est V_2, l'énergie de l'ensemble des éléments est $\frac{1}{2}(V_1 - V_2)s\mu$, les quantités s et μ se rapportant au premier des deux. Par suite, l'énergie totale du

système est $\Sigma\frac{1}{2}(V_1 - V_2)s\mu$, le signe Σ s'étendant à toutes les paires d'éléments correspondants.

Considérons le tube de force qui joint les deux éléments correspondants que nous avons considérés. Posons $V_1 - V_2 = n\,\delta V$, n étant très grand, et menons les surfaces équipotentielles correspondant aux potentiels $V_2 + \delta V, V_2 + 2\,\delta V, \ldots, V_2 + (n-1)\,\delta V$; ces surfaces découpent le tube en cellules.

Si l'on désigne par F la force électrique dans le champ tout contre l'élément s, on a

$$\mu = \frac{F}{4\pi},$$

et, par suite, l'énergie du système prend la forme $\frac{1}{8\pi}\Sigma\,\delta V\,nsF$.

Or sF est le flux de force à travers la base de la première cellule; le flux de force est du reste le même à travers les bases de toutes les cellules du tube : on peut ainsi remplacer nsF par la somme des flux de force à travers les bases des n cellules. Si nous appelons ω et ε la base et la hauteur de l'une quelconque d'entre elles, $nsF = \sum \omega \frac{\delta V}{\varepsilon}$, le signe Σ s'étendant à tout le tube considéré. L'énergie totale du système de conducteurs peut donc s'écrire $\frac{1}{8\pi}\sum \delta V \sum \omega \frac{\delta V}{\varepsilon}$, le premier signe Σ s'étendant à tous les tubes de force, et le second à toute l'étendue de l'un d'eux; on peut la représenter plus simplement par

$$\frac{1}{8\pi}\Sigma\omega\frac{(\delta V)^2}{\varepsilon},$$

le signe Σ s'étendant à toutes les cellules du champ électrique.

Imaginons maintenant que l'on fasse éprouver au système de conducteurs un changement infiniment petit quelconque, en modifiant à la fois la position et la forme de chaque conducteur. D'après un théorème connu, le travail des forces électriques lors de ce changement est égal à l'accroissement qu'eût éprouvé l'énergie du système en supposant que l'on eût maintenu constants les potentiels de tous les conducteurs, c'est-à-dire, d'après l'expression ci-dessus, en remarquant que δV est constant, à

$$\sum \omega \left(\frac{\delta V}{\varepsilon}\right)^2 \frac{1}{8\pi} \times (-d\varepsilon) + \sum d\omega \frac{1}{8\pi}\left(\frac{\delta V}{\varepsilon}\right)^2 \varepsilon;$$

or, si l'on suppose que (par un mécanisme qu'on pourra chercher à déterminer ultérieurement), chaque cellule exerce sur ses deux bases une tension égale par unité de surface à $\frac{1}{8\pi}$ multiplié par le carré de la force en ce point, et sur sa surface latérale une pression de même grandeur par unité de surface, on reconnaît dans la première somme le travail des tensions lors de la déformation arbitraire supposée, et dans la seconde le travail des pressions. Le travail des forces électriques coulombiennes étant ainsi égal pour un changement infiniment petit quelconque du système à celui des tensions et pressions ci-dessus définies, le système de ces tensions et pressions est mécaniquement équivalent à celui des forces électriques. En d'autres termes, on peut expliquer les actions mutuelles entre les conducteurs électrisés en supposant qu'il existe en chaque point du champ une tension dans la direction de la force et une pression dans toute direction perpendiculaire, égales toutes deux à $\frac{1}{8\pi}F^2$; c'est la proposition de Maxwell.

SUR UNE EXPÉRIENCE RELATIVE A LA VISION DANS LES MICROSCOPES;

PAR M. G. MESLIN.

Lorsqu'on regarde dans un microscope, on aperçoit souvent dans la tache éclairée qui constitue le champ l'image des cils qui bordent l'œil; cette image est droite ou renversée suivant l'oculaire que l'on emploie et suivant la distance de l'œil à cet oculaire.

Cette expérience s'explique aisément par des considérations analogues à celles que nous avons développées dans une Note précédente sur une *Expérience relative à la vision* [1].

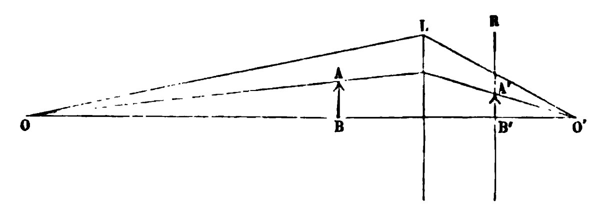
Les différents rayons qui tombent sur le miroir du microscope peuvent être considérés comme émanés de ce miroir; ils vont, après avoir traversé l'objectif, passer par l'image de ce miroir donnée par l'objectif; à cause de la convergence de ce dernier, cette image se réduit sensiblement à un point O_1.

---

[1] *Voir* p. 341 de ce volume.

On a donc un cône de rayons émanant du point O_1; ce cône est modifié par l'oculaire sur lequel il tombe et est transformé en un cône convergent vers un nouveau point O. C'est ce point O qui joue le même rôle que la petite ouverture O dans l'expérience indiquée précédemment.

Si le point O est situé en avant de l'œil (c'est-à-dire si l'oculaire est peu convergent, ou si l'œil est assez éloigné de l'oculaire), O′ sera derrière la rétine, le cil AB donnera une tache A′B′ *droite* que l'œil verra *renversée*.



Si le point O est situé en arrrière de l'œil (c'est-à-dire si l'oculaire est très convergent et si l'œil en est très rapproché), O′, qui est l'image de O donnée par l'œil, sera situé en avant de la rétine; ce sera la seconde nappe du cône qui découpera sur la rétine une image dans laquelle A′B′ sera *renversée;* par conséquent l'œil la verra *droite*.

Ce sont là, en effet, les apparences que l'on observe.

On voit avec beaucoup de netteté les points qui sont situés contre la cornée transparente.

C'est ainsi qu'à chaque clignement des paupières on voit des stries produites par le liquide lacrymal qui est amené sur la cornée à chacun de ces mouvements.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

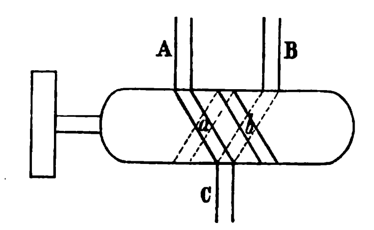
Tomes XXVII, XXVIII, XXIX; 1886.

I. — Mécanique et Physique moléculaire.

GREINER et FRIEDRICHS. — Nouvelle pompe à mercure, t. XXIX, p. 672-673.

Caractérisée par un robinet à deux trous parallèles obliques *a*, *b*. En faisant tourner le robinet de 180°, on met en communication

avec le sommet C du tube barométrique les extrémités A du tube



d'aspiration, ou B du tube d'expulsion.

E. LOMMEL. — Balance aérostatique pour l'évaluation du poids spécifique des gaz, t. XXVII, p. 144.

Une balance porte à l'extrémité de l'un de ses bras un ballon de verre soutenu par un fil de suspension. Ce ballon est plongé dans un vase de verre, fermé par une plaque rodée, à travers laquelle est ménagé un petit trou pour le passage du fil; il a été équilibré dans l'air. Un tube amène dans le vase le gaz dont on veut évaluer la densité. Il suffit alors de rétablir l'équilibre en ajoutant ou enlevant des poids, et si l'on connaît le volume du ballon, on détermine sans peine la densité du gaz par rapport à l'air.

R. EÖTVÖS. — Relation entre le volume moléculaire et la tension superficielle des liquides, t. XXVII, p. 448-459.

On sait que M. van der Waals a proposé de comparer les propriétés physiques et chimiques des corps, non, comme on le fait d'habitude, à la même pression et à la même température, mais à des températures différentes, déterminées par ces propriétés elles-mêmes. Ainsi M. van der Waals considère comme températures correspondantes pour les différents corps celles qui, dans l'échelle absolue, sont des parties aliquotes égales de la température critique.

M. Eötvös part d'une définition à peu près équivalente des températures correspondantes. Soient v le volume moléculaire d'un liquide, u celui de sa vapeur saturée; on appellera *températures*

correspondantes des températures telles que l'on ait

$$\frac{v_1}{u_1} = \frac{v_2}{u_2}.$$

Si les vapeurs peuvent être assimilées à des gaz parfaits (¹), $\frac{up}{T}$ est une même constante pour toutes, et par suite

$$\frac{v_1 p_1}{T_1} = \frac{v_2 p_2}{T_2}, \tag{1}$$

p_1 et p_2 désignant les forces élastiques maximum des vapeurs saturées aux températures correspondantes T_1 et T_2. On voit par la formule (1) que la définition des températures correspondantes, donnée par M. Eötvös, se trouve effectivement en accord avec celle de M. van der Waals.

Considérons maintenant une portion de la surface d'un liquide qui comprend n molécules. Cette surface a pour expression $nv_1^{\frac{2}{3}}$ et elle supporte une pression totale

$$np_1 v_1^{\frac{2}{3}}.$$

D'autre part, la tension superficielle totale le long d'une ligne contenant m molécules est

$$mv^{\frac{1}{3}}\alpha_1,$$

α_1 désignant la tension superficielle par unité de longueur. Pour un deuxième corps dans un état correspondant, ces expressions deviennent

$$np_2 v_2^{\frac{2}{3}} \quad \text{et} \quad mv_2^{\frac{1}{3}}\alpha_2.$$

M. Eötvös admet que les forces moléculaires sont correspondantes, c'est-à-dire que l'on doit avoir

$$\frac{mv_1^{\frac{1}{3}}\alpha_1}{np_1 v_1^{\frac{2}{3}}} = \frac{mv_2^{\frac{1}{3}}\alpha_2}{np_2 v_2}$$

(¹) On sait combien cette hypothèse s'écarte de la vérité pour les vapeurs saturées.

ou

$$(2) \qquad \frac{\alpha_1}{p_1 v_1^{\frac{1}{3}}} = \frac{\alpha_2}{p_2 v_2^{\frac{1}{3}}}.$$

On aurait de même, en désignant par μ_1 et μ_2 les poids moléculaires, par L_1, L_2 les chaleurs latentes (¹),

$$(3) \qquad \frac{\mu_1 L_1}{\alpha_1 v_1^{\frac{2}{3}}} = \frac{\mu_2 L_2}{\alpha_2 v_2^{\frac{2}{3}}}.$$

La manière dont ces relations sont établies suppose que les molécules du liquide et de la vapeur ont la même constitution, c'est-à-dire qu'elles comprennent un même nombre d'atomes, ce qui a bien lieu au point critique, mais qui peut être faux à des températures plus basses. Il sera donc doublement utile de soumettre au contrôle de l'expérience ces formules établies à la faveur de tant d'hypothèses arbitraires.

Si l'on combine les relations (1) et (2), on en tire les deux relations nouvelles

$$(4) \qquad \frac{\alpha_1 v_1^{\frac{2}{3}}}{T_1} = \frac{\alpha_2 v_2^{\frac{2}{3}}}{T_2},$$

$$(5) \qquad \frac{\alpha_1^3}{p_1^2 T_1} = \frac{\alpha_2^3}{p_2^2 T_2}.$$

D'après van der Waals, deux corps qui sont dans des états correspondants pour deux températures T_1 et T_2 se retrouvent dans des états correspondants quand ces températures reçoivent des accroissements proportionnels à T_1 et T_2. Il suit donc de l'équation (4) que

$$T_1 \frac{d}{dt}\left(\frac{\alpha_1 v_1^{\frac{2}{3}}}{T_1}\right) = T_2 \frac{d}{dt}\left(\frac{\alpha_2 v_2^{\frac{2}{3}}}{T_2}\right),$$

d'où

$$(6) \qquad \frac{d}{dt}\left(\alpha_1 v_1^{\frac{2}{3}}\right) = \frac{d}{dt}\left(\alpha_2 v_2^{\frac{2}{3}}\right).$$

C'est à vérifier cette dernière formule que s'attache M. Eötvös.

Les valeurs des constantes capillaires α sont empruntées en

(¹) Formules proposée dès 1858 par Waterston.

partie à deux Mémoires de M. R. Schiff ([1]), en partie déterminées par l'auteur lui-même à l'aide d'une méthode optique. Celle-ci consiste essentiellement à observer la direction que prennent deux rayons réfléchis provenant de deux rayons incidents parallèles, dont la distance est connue. Connaissant l'équation de la surface capillaire, on en déduit aisément la valeur de α.

Voici les principaux résultats publiés par M. Eötvös :

Éther.		$\frac{d}{dt}(\alpha v^{\frac{2}{3}})$.
Éther	0° à 62°	0,228
»	62 à 120	0,226
»	120 à 190	0,221
Bromure d'éthylène	20 à 99	0,227
»	99 à 213	0,232
Chloroforme	20 à 60	0,230
Mercure-méthyle	20 à 99	0,228
Oxychlorure de carbone.	3 à 63	0,231
Acide carbonique	3 à 31	0,228
Sulfure de carbone	22 à 78	0,237
Acide sulfureux	2 à 60	0,230

L'eau, l'alcool et les acides gras font exception. Pour l'alcool, on trouve les valeurs suivantes :

21° à 78°	0,104
78 à 108	0,136
108 à 138	0,159
138 à 168	0,183
168 à 199	0,202
199 à 236	0,226

Il semble résulter de la comparaison de ces nombres et des précédents que les hypothèses de M. Eötvös ne sont applicables à l'alcool qu'à de très hautes températures. Aux températures inférieures à 199°, les molécules liquides seraient plus compliquées que celles de la vapeur.

Pour l'eau, de 100° à 110°, on trouve la valeur 0,228 à la condi-

([1]) R. Schiff, *Liebig's Annalen*, et *Beiblätter*, t. VIII, p. 457, et t. IX, p. 559; 1884-85.

tion de doubler la molécule. A la même condition, l'acide acétique donne 0,211.

A. ZOTT. — Perméabilité relative de divers diaphragmes; leur emploi pour la dialyse, t. XXVII, p. 229-289.

Voici d'abord une Table des perméabilités relatives de divers dialyseurs pour une solution à 5 pour 100 de chlorure de sodium.

Perméabilités relatives.

Baudruche...........	1,000	1^{mm},5 d'argile α....	0,008
Vessie de porc.......	0,77	4^{mm} de bois de sapin.	0,0025
Papier parchemin....	0,5	12^{mm} de grès.........	0,001
2^{mm} de cuir..........	0,025	12^{mm} de charbon.....	0,0007
2^{mm} de papier mâché..	0,02	4^{mm} d'érable........	0,0006
0^{mm},75 d'asbeste......	0,012	6^{mm} de marbre......	0,00015
3^{mm} de liège.........	0,009	Caoutchouc........	0,0001
1^{mm},25 d'argile β.....	0,013		

Nous citerons encore les conclusions suivantes :

La diffusion se fait mieux à travers une membrane soumise à l'action du vide; on doit faire le vide de temps en temps, et renouveler le plus souvent possible l'air extérieur.

La diffusion des mélanges s'effectue comme si les substances mêlées étaient seules; leur séparation s'effectue donc d'autant mieux qu'elles possèdent des vitesses de diffusion plus différentes. La distinction des matières colloïdes et cristalloïdes proposée par Graham paraît un peu artificielle; elle ne suffit pas à prévoir dans tous les cas comment se diffuseront les éléments d'un mélange.

A. WINKELMANN. — Expériences de cours sur la diffusion des gaz, t. XXVII, p. 479-480.

Pour montrer que la diffusion est plus rapide dans l'hydrogène que dans l'air, on peut dresser côte à côte deux tubes barométriques de même longueur, et introduire dans l'un de l'air, dans l'autre de l'hydrogène, de façon que les ménisques mercuriels soient à la même hauteur; puis faire passer de l'éther successivement dans chacun d'eux. Le mercure baisse beaucoup plus rapidement dans le tube à hydrogène que dans l'autre.

A. KÖNIG. — Nouvelle méthode pour évaluer le module d'élasticité, t. XXVIII, p. 108-111.

On évalue d'ordinaire le module d'élasticité par la flexion d'une barre prismatique de longueur connue, appuyée par ses deux extrémités. Au lieu de mesurer directement, au cathétomètre, la flèche de flexion, il revient au même de déterminer, ainsi que l'a proposé M. Kirchhoff, l'angle que fait avec l'horizon la tangente aux extrémités de la barre [1].

A cet effet, M. König fixe normalement, aux deux extrémités de la barre, deux miroirs, et observe, à l'aide d'une lunette munie d'un réticule, l'image d'une règle verticale fournie par la double réflexion.

Le nombre de divisions qui passent sous le fil du réticule, par la flexion de la barre, permet de calculer l'angle φ cherché et par suite le module E

$$E = \frac{3}{4}\,\frac{l^2}{a^3 b}\,\frac{Q}{\operatorname{tang}\varphi}.$$

Q désigne le poids qui produit la flexion; l, a et b sont les trois dimensions de la barre prismatique.

J. KIEWIET. — Sur l'élasticité de flexion du zinc, du cuivre, de l'étain purs et de leurs alliages, t. XXIX, p. 617-654.

Les conclusions de ce Mémoire sont presque entièrement négatives :

1° Le coefficient d'élasticité d'une substance n'est pas constant; pour les alliages, il dépend de leur état, qui peut changer beaucoup avec le mode de fusion;

2° Le coefficient d'élasticité entre 0° et 100° peut être considéré comme une fonction linéaire de la température; mais, de l'étude de la variation thermique du coefficient d'élasticité des métaux simples, on ne peut déduire la variation du coefficient d'élasticité d'un alliage donné.

---

(1) KIRCHHOFF, *Pogg. Ann.*, t. CVIII, p. 369; 1859.

3° La densité d'un alliage s'écarte peu de la densité calculée par la règle des mélanges.

4° Pour aucun des corps étudiés, le rapport μ de la contraction transversale à la dilatation longitudinale n'a la valeur $\frac{1}{3}$ admise par Poisson.

L. GRAETZ. — Variation du coefficient d'élasticité du caoutchouc avec la température, t. XXVIII, p. 354-364.

M. Graetz suppose que le rapport μ de la contraction transversale à la dilatation longitudinale ne varie pas avec la température. Cela posé, l'étude de la variation du coefficient d'élasticité se ramène à celle du coefficient d'élasticité de torsion, lié au premier par une formule bien connue.

Pour toutes les variétés de caoutchouc étudiées, le coefficient d'élasticité de torsion croît quand la température s'élève, d'après des formules empiriques à deux termes, dont les coefficients changent d'une variété à une autre.

C. PULFRICH. — Sur le résidu élastique d'un tube de caoutchouc et son influence sur la constante μ, t. XXVIII, p. 87-108.

Le rapport μ de la contraction transversale à la dilatation longitudinale du caoutchouc est indépendant du résidu élastique. Sa valeur moyenne, déterminée par la méthode de Wertheim, à l'aide d'un tube de caoutchouc rempli de liquide, est

$$\mu = 0,45.$$

R. MAURER. — Élasticité des gelées, t. XXVIII, p. 628-653.

D'expériences faites par diverses méthodes et dont les résultats sont en somme assez mal concordants, M. Maurer croit pouvoir conclure que le rapport μ de la contraction transversale à la dilatation longitudinale a pour valeur

$$\mu = 0,5$$

pour les gelées formées de gélatine pure unie à des quantités d'eau variant de deux à cinq fois son poids.

R. HENNIG. — Recherches sur l'homogénéité du laiton, du zinc, du cuivre et du fer, t. XXVII, p. 321-376.

En général, dans un lingot métallique, la densité décroît de l'extérieur à l'intérieur; la différence est insensible pour le zinc et très faible pour le cuivre (2 à 3 pour 1000); elle peut s'élever à 1 pour 100 pour la fonte de fer, et de 4 à 6 pour 100 pour le laiton. Tout travail mécanique augmente l'homogénéité : par exemple, les différences de densité se réduisent à 1 pour 100 dans le gros fil et dans la tôle de laiton, et elles deviennent insensibles dans les fils fins.

O. SCHUMANN. — Épaisseur de la couche d'air absorbée par des surfaces de verre, t. XXVII, p. 91-94.

M. Schumann a mesuré avec le plus grand soin la longueur d'une colonne de mercure dans un tube capillaire, primitivement rempli d'air ou d'acide sulfureux, avant et après y avoir fait le vide. Il a aussi essayé de chauffer le tube pour éliminer, dans le vide, les dernières traces de gaz. Dans aucun cas, il n'a pu constater de différence appréciable entre ces longueurs. Il en conclut que l'épaisseur de la couche absorbée ne peut être supérieure à $0^{cm},000007$.

K. NOACK. — Influence de la température et de la concentration sur la fluidité du mélange de deux liquides, t. XXVII, p. 289-300.

Ces recherches ont été effectuées par la méthode de Poiseuille sur des mélanges d'alcool éthylique et d'eau. En voici le résultat exprimé en unités C. G. S.

Température.	Quantité d'alcool en centièmes. 0.	8,21.	16,60.	25,23.	34,58.	38,98.	43,99.	49,12.	53,36.	64,64.	75,75.	87,45.	99,72.
0°	55,22	34,90	22,05	15,48	**13,66**	13,83	14,15	14,98	15,82	19,58	24,55	34,01	55,50
5	65,66	42,80	28,48	20,56	**17,93**	**17,93**	18,13	18,97	19,93	23,50	29,08	39,12	61,21
10	76,49	51,35	35,61	26,42	22,98	**22,78**	22,85	23,66	24,71	28,14	34,24	44,87	67,57
15	87,71	60,57	43,43	33,06	28,82	28,40	**28,30**	29,06	30,15	33,50	40,04	51,26	74,58
20	99,32	70,45	51,95	40,48	35,44	34,77	**34,49**	35,13	36,25	39,58	46,47	58,28	82,24
25	111,33	80,99	61,16	48,68	42,84	41,90	**41,41**	41,92	43,02	46,38	53,55	65,93	90,55
30	123,73	92,20	71,07	57,66	51,02	49,79	**49,06**	49,41	50,45	53,90	61,26	74,22	99,52
35	136,53	104,26	81,67	67,42	59,99	58,43	**57,45**	57,59	58,55	62,13	69,60	83,15	109,15
40	149,72	116,58	92,98	77,96	69,75	67,83	66,57	**66,48**	67,31	71,09	78,58	92,71	119,42
45	163,29	129,77	104,97	89,28	80,28	78,00	76,43	**76,06**	76,74	80,77	88,21	102,91	130,35
50	177,26	143,62	117,67	101,37	91,71	88,92	87,02	**86,34**	86,83	91,17	98,46	113,74	141,93
55	191,63	158,13	131,06	114,25	103,71	100,59	98,34	**97,33**	97,58	102,28	109,36	125,21	154,16
60	206,40	173,30	145,14	127,90	116,60	113,03	110,40	109,01	**109,00**	114,12	120,89	137,31	167,05

On remarque un minimum de fluidité pour des concentrations comprises entre 34,58 et 53,36 d'alcool pour 100. Ce minimum se déplace à mesure que la température s'élève. D'autre part, il résulte des observations de Mendeleeff (¹) que le maximum de contraction correspond, pour toutes les températures, à 46 pour 100 d'alcool, c'est-à-dire à la composition $C^2H^6O^2 + 3H^2O$. Pourrait-on expliquer les anomalies observées par M. Noack en admettant que l'hydrate à 3 équivalents d'eau existe en proportion plus ou moins considérable dans tous les mélanges d'alcool et d'eau? Cette hypothèse paraît insuffisante pour rendre compte du déplacement du maximum de fluidité avec la température.

K. NOACK. — **Fluidité de l'acide acétique pur et dissous, t. XXVIII, p. 666-684.**

Ces expériences ont été réalisées par la même méthode que les précédentes. Les résultats sont consignés dans les Tableaux suivants :

Température.	Teneur en acide acétique 0.	14,82.	29,90.	44,85.	64,85.	69,85.	74,77.	79,32.
0°...	55,56	40,44	31,10	25,18	20,10	19,64	19,44	19,11
5...	66,07	48,48	37,31	30,43	24,48	23,60	23,13	22,83
10...	77,00	56,99	44,01	36,08	29,18	27,91	27,21	26,94
15...	88,35	65,98	51,22	42,13	34,19	32,59	31,68	31,44
20...	100,11	75,45	58,92	48,58	39,50	37,63	36,53	36,32
25...	112,29	85,39	67,12	55,43	45,13	42,03	41,78	41,59
30...	124,88	95,80	75,82	62,68	51,07	48,79	47,41	47,25
35...	137,88	106,69	85,02	70,33	57,33	54,91	53,43	53,29
40...	151,31	118,04	94,72	78,38	63,89	61,39	59,84	59,72
45...	165,14	129,87	104,91	86,83	70,76	68,23	66,64	66,54
50...	179,40	142,18	115,60	95,68	77,95	75,43	73,83	73,75
55...	194,07	154,95	126,80	104,93	85,44	83,00	81,41	81,34
60...	209,15	168,20	138,48	114,58	93,25	90,92	89,38	89,33

(¹) MENDELEEFF, *Pogg. Ann.*, CXXXVIII, p. 103 et 230; 1869.

Température.	Teneur en acide acétique. 85,48.	89,82.	94,70.	98,52.	99,35.	99,75.	94,80.
0°...	20,45	22,71	28,28	42,00	46,04	57,44	57,96
5...	24,31	26,54	33,88	48,85	52,62	62,33	62,54
10...	28,53	30,82	39,58	55,69	59,32	67,56	67,55
15...	33,11	35,56	45,48	62,52	66,14	73,13	72,99
20...	38,05	40,74	51,58	69,33	73,08	79,05	78,86
25...	43,35	46,38	57,89	76,13	80,14	85,32	85,16
30...	49,01	52,47	64,40	82,91	87,32	91,92	91,88
35...	55,03	59,02	71,11	89,68	94,62	98,88	99,04
40...	61,41	66,01	78,03	96,43	102,04	106,17	106,62
45...	68,15	73,46	85,15	103,17	109,58	113,82	114,64
50...	75,25	81,36	92,46	109,89	117,24	121,80	123,08
55...	82,71	89,71	99,99	116,60	125,02	130,13	131,95
60...	90,53	98,51	107,71	123,29	132,92	138,81	141,25

Les courbes construites avec ces nombres montrent que le minimum de fluidité, pour toutes les températures, correspond à peu près à 77 pour 100 d'acide acétique, c'est-à-dire à la composition $C^2H^4O^2 + H^2O$.

E. WARBURG et T. IHMORI. — Sur le poids et sur la cause de la mince couche d'eau qui se dépose sur le verre et sur d'autres corps, t. XXVII, p. 481-507.

C'est un fait bien connu que le verre ordinaire placé dans une atmosphère non saturée se recouvre d'une mince couche d'eau, suffisante pour que le verre n'isole plus. On possède d'assez nombreux travaux relatifs à cette couche d'eau, dont on a cherché à expliquer la production par des phénomènes capillaires. Cette manière de voir est incompatible avec les résultats des expériences de MM. Warburg et Ihmori.

A l'aide d'une petite balance très délicate dont on étudiait la position d'équilibre par la méthode de la réflexion, et que l'on plaçait dans une cloche sur la platine de la machine pneumatique, on a pu évaluer le poids de la couche d'eau déposée sur le verre par la vapeur d'eau pure à une pression quelconque, et même déterminer la loi de la condensation ou de la vaporisation de cette couche.

La vapeur d'eau était produite par l'évaporation de l'eau con-

tenue dans un petit tube dont on réglait la température à l'aide d'un bain-marie d'éther traversé lui-même par un courant d'air. On pouvait, à volonté et par un jeu convenable de robinets, absorber cette vapeur d'eau à l'aide d'un ballon contenant de l'acide phosphorique anhydre.

Voici maintenant les résultats de ces recherches :

1° On n'a pu manifester par des pesées la formation d'une couche d'eau quelconque à la surface de corps insolubles tels, par exemple, que le platine. La cause de la formation de la couche d'eau est donc spéciale au verre. Elle doit être cherchée dans l'absorption de l'eau par l'alcali toujours en excès dans le verre ordinaire, et non dans une action capillaire proprement dite.

2° Si l'on a soin de rincer le verre à l'eau bouillante et qu'on le dessèche bien ensuite, ou encore si, par voie électrolytique, on recouvre la surface du verre, exposée à la vapeur d'eau, d'une couche mince de silice, le verre cesse de condenser la vapeur d'eau en quantité appréciable. Or, ces opérations n'ont pu avoir d'autre effet que d'enlever, de la couche superficielle de verre, l'excès d'alcali soluble dans l'eau.

On peut donc admettre que la vapeur d'eau est condensée par l'alcali libre ou faiblement combiné, et que la couche d'eau doit cesser de s'accroître lorsque la pression de la vapeur, à la surface de la couche, devient égale à la force élastique maximum de la dissolution alcaline formée.

3° Soient θ et θ_1 les températures du réservoir d'eau et de la cloche où se fait l'expérience, p et p_1 les forces élastiques maxima correspondantes, m le poids de la couche d'eau à l'instant où l'équilibre est établi (après vingt-cinq minutes environ) (¹), on trouve

$$m = \frac{ap}{(b+1)p_1 - p};$$

a et b sont deux constantes.

(¹) Cet équilibre est suivi d'une nouvelle condensation plus lente, attribuée par les auteurs à une action consécutive de l'eau sur le verre qu'elle recouvre; d'où résulterait la mise en liberté d'une nouvelle quantité d'alcali.

4° Dans le vide, la couche d'eau condensée est complètement évaporée en une minute au plus. Les auteurs rendent compte de cette particularité, facile à prévoir dans leur hypothèse.

5° En remplaçant le verre par du sel gemme, on a obtenu des couches d'eau beaucoup plus épaisses; la pression de la vapeur est toujours demeurée inférieure à la force élastique maximum de la vapeur émise par une solution saturée de sel gemme. Cette singularité s'explique par la présence d'une petite quantité de chlorure de magnésium dans le sel gemme. Le chlorure de magnésium joue ici le même rôle que jouait l'alcali libre dans le cas du verre.

T. IHMORI. — Absorption de la vapeur de mercure par la mousse de platine, t. XXVIII, p. 81-86.

M. Ihmori a étudié l'absorption de la vapeur de mercure par la mousse de platine, à l'aide de la même petite balance que M. Warburg et lui avaient employée à l'étude de l'absorption de la vapeur d'eau par le verre.

L'absorption de la vapeur de mercure n'est jamais complète, car la mousse de platine ne suffit pas à faire disparaître les raies spectrales de la vapeur de mercure dans un tube de Geissler. Toutefois, elle est d'autant plus considérable que la température est plus élevée; sa mesure fournit aisément une limite inférieure y de la force élastique maximum p de la vapeur de mercure aux basses températures. Les valeurs de p indiquées par divers expérimentateurs sont d'ailleurs très discordantes, ainsi qu'on s'en convaincra par le Tableau suivant :

	p.			y.
t.	Regnault (¹).	Hagen (²).	Hertz (³).	Ihmori.
°	mm	mm	mm	
0,0.......	0,020	0,015	0,00019	0,00033
10,0.......	0,0268	0,018	0,00050	»
13,3.......	»	»	0,00069	0,00106
15,0.......	»	»	0,00080	0,00110
20,0.......	0,0372	0,021	0,0013	»

(¹) REGNAULT, *Relation des expériences*, etc., t. II, p. 506-525; 1862.
(²) HAGEN, *Wied. Ann.*, t. XVI, p. 610; 1882.
(³) HERTZ, *Wied Ann.*, t. XVII, p. 193; 1882.

F. MEISSNER. — Dégagement de chaleur produite en humectant une poudre solide, t. XXIX, p. 114-131.

Pouillet (1) reconnut, en 1822, que les poudres organiques ou inorganiques s'échauffent quand on les humecte. Les recherches de Pouillet ont été reprises depuis par divers expérimentateurs et, en particulier, par M. Junck (2) en 1865. Ce dernier savant avait trouvé que, quand on baigne du sable avec de l'eau, il s'échauffe si la température initiale du sable et de l'eau est supérieure à 4°, et qu'il se refroidit dans le cas contraire.

M. Meissner s'est efforcé de réaliser des conditions telles que le dégagement de chaleur ne pût être attribué à une action chimique. A cet effet, il a choisi, comme substance pulvérulente, la silice précipitée du silicate de potasse par l'acide chlorhydrique; celle-ci, soumise à une série de lavages à l'eau et à l'acide chlorhydrique, est calcinée avant chaque série de recherches. Il a aussi opéré avec le charbon, le sable, la magnésie, etc.; il a substitué à l'eau, l'alcool ou la benzine; mais, dans tous les cas et à toutes les températures, c'est un échauffement qu'il a observé, contrairement aux observations de M. Junck.

Le dégagement de chaleur qui se produit est toujours considérable. M. Meissner écarte l'hypothèse d'une action chimique, d'une compression du liquide au voisinage des surfaces solides, etc. Il ne s'explique pas nettement sur la cause à laquelle le phénomène doit être attribué.

II. — Acoustique.

A. TŒPLER. — Expériences de cours sur la propagation des ondes, t. XXVIII, p. 447-453.

M. Tœpler emploie un organe sensible aux ondes condensantes, insensible aux ondes dilatantes, qu'il dispose de la manière suivante : Sur le trajet du tube où l'onde se propage se trouve percé

(1) Pouillet, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. XX, p. 141; 1822.
(2) Junck, *Pogg. Ann.*, t. CXXV, p. 292; 1865.

un très petit trou et, devant ce trou, un petit bec de gaz brûlant avec une flamme éclairante. Le passage d'une onde condensante produit un souffle qui ramène la flamme au bleu; une onde aspirante est sans effet.

Cela posé, on disposera, le long des murs de l'amphithéâtre, un long tube de laiton mince (80^m à 100^m), dont une extrémité A peut être laissée ouverte ou se fermer par un bouchon conique. A l'autre extrémité B se trouve un ballon de caoutchouc qu'on comprime brusquement dans la main pour produire une onde condensante, tandis qu'on le laisse revenir sur lui-même pour obtenir l'onde dilatante. Deux petits becs sensibles sont disposés près des extrémités.

Si l'on comprime brusquement le ballon, et qu'on le laisse aussitôt revenir sur lui-même, on produit une onde condensante suivie aussitôt d'une onde dilatante, mais cette dernière sera sans effet. En fermant l'extrémité A, on observe que la flamme correspondante passe au bleu à intervalles réguliers, par suite du passage de l'onde condensante primitive et des ondes réfléchies successives. Il en est de même de la flamme B. Ces deux flammes alternent et l'on peut régler un métronome de manière que les changements de A coïncident avec les chocs 1, 3, 5, ...; ceux de B avec 2, 4, 6. Connaissant la longueur du tube, on en déduit la vitesse de propagation d'une onde condensante : celle-ci, dans une expérience de M. Tœpler, s'est trouvée égale à 299^m; l'expérience met donc en évidence l'influence considérable des parois sur la vitesse de propagation.

Pour montrer la diminution d'amplitude des ondes réfléchies, il suffit d'adapter, au bouchon de A, un petit manomètre dont on note les excursions successives.

Le lecteur trouvera aisément les diverses modifications dont l'expérience est susceptible, selon qu'on laisse A ouvert, que l'on ouvre B, en retirant brusquement le ballon après la production de l'onde, etc.

J. LAHR. — La théorie des voyelles de Grassmann, soumise au contrôle de l'expérience, p. 94-119.

M. Grassmann a publié en 1877 une théorie des voyelles (¹) dont il dit avoir déjà énoncé les principes en 1854, cinq ans avant les travaux de Helmholtz. En voici les traits essentiels :

Les voyelles *ou* (²), *u* (³), *i* forment une série caractérisée par la présence d'un seul harmonique. Si ces voyelles sont émises sur le ton la_1, l'harmonique renforcé ne peut être supérieur à ut_3 pour *ou*, à mi_4 pour *u*; pour *i*, il n'y a point de limite.

La voyelle *a* est accompagnée d'une série nombreuse d'harmoniques d'intensité à peu près égale.

Les autres voyelles peuvent être considérées comme formées par la superposition de *a* avec l'une des précédentes. Ainsi *o* peut être défini comme *a* + *ou*, *eu* (⁴) comme *a* + *u*, *e* comme *a* + *i*.

Pour soumettre la théorie de Grassmann au contrôle de l'expérience, M. Lahr a d'abord réalisé des expériences, soit sur la résonance de la cavité buccale disposée pour produire les diverses voyelles sur un ton déterminé, soit sur le timbre produit par une série de diapasons convenables vibrant simultanément : ce sont des méthodes bien connues, déjà employées par Helmholtz et sur lesquelles nous n'insisterons pas. Plus curieuses sont les expériences réalisées à l'aide du phonographe. En voici les principaux résultats :

1. Si l'on prononce *ou* dans l'entonnoir du phonographe, tandis que l'instrument tourne avec une vitesse moyenne, et que l'on augmente la vitesse de rotation pour faire parler le phonographe, le son *ou* se change en *u*; il se change en *i* si la vitesse est encore plus grande. Si l'on prononce *u*, le son se change en *ou* par une vitesse moindre, en *i* par une vitesse plus considérable.

o se change en un *o* très grave par une vitesse moindre, en *eu* ou en *e* par une vitesse plus considérable.

(¹) GRASSMANN, *Wied. Ann.*, t. I, p. 606.
(²) *u* allemand.
(³) *ü* allemand.
(⁴) *ö* allemand.

a conserve sensiblement son caractère quand on augmente la vitesse ; il vire vers *o* quand la vitesse diminue suffisamment.

2. On peut agrandir les impressions produites sur les feuilles d'étain du phonographe, les reporter sur papier, et les étudier. A cet effet l'auteur combine deux tambours de Marey, dont l'un porte sur sa membrane un style qui s'appuie sur le tracé du phonographe, tandis que l'autre, en communication avec le premier, porte un long levier qui marque sa trace sur un cylindre tournant enduit de noir de fumée.

Les courbes ainsi tracées sont périodiques et peuvent par conséquent être représentées par la série de Fourier. Il suffit de diviser une oscillation complète en un certain nombre de parties, seize ou vingt-quatre par exemple, et de prendre pour inconnues les amplitudes des harmoniques successifs, d'où l'on déduit leurs intensités.

Le Tableau suivant résume les résultats obtenus par M. Lahr. L'intensité du son fondamental fa_1 est prise égale à 1; on a indiqué par des numéros les harmoniques successifs, jusqu'au douzième; a^* signifie *a* grave, a^o un son intermédiaire à *a* et à *o*.

Voyelles.	1.	2.	3.	4.	5.	6	7.	8.	9.	10.	11.	12.
ou.........	1	**0,284**	0,030	0,011	0,010	"	"	"	"	"	"	"
ou.........	1	**0,268**	0,025	0,067	0,070	0,106	0,005	"	"	"	"	"
u.........	1	0,114	**0,872**	0,080	0,003	0,019	0,005	0,006	"	"	"	"
u.........	1	"	"	0,008	0,008	**0,421**	0,015	0,019	"	"	"	"
u.........	1	0,618	0,037	0,032	0,083	0,072	"	"	"	"	"	"
i.........	1	0,044	0,009	0,006	0,002	**0,338**	0,049	0,025	0,032	0,030	0,002	0,014
i.........	1	0,076	0,027	0,032	0,025	"	0,005	**0,192**	"	"	"	"
a^*.........	1	**1,288**	**1,128**	**2,214**	**1,625**	**2,376**	**1,587**	**2,896**	**0,340**	**0,290**	0,048	"
a.........	1	**0,880**	**0,909**	**1,840**	**1,375**	**1,800**	**2,107**	0,048	**0,405**	0,090	"	"
a.........	1	**0,604**	**0,999**	**1,232**	**1,250**	**1,800**	**2,450**	**1,786**	"	"	"	"
a^o.........	1	**13,200**	0,225	**9,968**	0,558	**7,740**	0,490	**1,382**	0,243	0,170	"	"
a^3.........	1	**13,222**	0,270	**19,200**	**5,150**	**29,736**	0,147	"	"	"	"	"
o.........	1	**24,416**	1,404	**22,848**	1,000	1,260	0,196	"	"	"	"	"
o.........	1	**16,000**	0,882	**27,520**	1,550	0,216	0,049	"	"	"	"	"
è (*ä*)......	1	1,052	**27,220**	**7,328**	**25,650**	**31,716**	**9,075**	**11,840**	**4,293**	1,620	0,121	0,003
è (*ä*)......	1	0,372	**8,163**	2,976	**22,500**	**30,132**	**9,114**	**13,376**	"	"	"	"
eu (*ö*).....	1	0,750	**3,896**	**2,560**	**1,250**	0,072	0,019	0,241	"	"	"	"
eu (*ö*).....	1	0,928	**1,998**	0,432	**2,350**	**0,900**	0,147	0,038	0,064	0,020	0,012	0,005
é.........	1	**1,014**	0,081	0,112	0,002	"	**0,887**	**0,384**	**0,324**	0,050	0,024	"
é.........	1	**0,704**	0,027	0,048	0,008	0,006	0,008	**1,145**	**2,107**	0,129	0,040	"

M. Lahr signale divers résultats obtenus, à l'aide d'une méthode analogue à la sienne, par MM. Jenkin et Ewing ([1]) et par M. Schneebeli ([2]), d'où il résulte que l'intensité relative des harmoniques contenus dans les voyelles *o* et *ou* change avec la hauteur absolue de la note fondamentale.

Les conclusions auxquelles s'arrête M. Lahr sont les suivantes :

1° Le caractère essentiel de la voyelle *ou* c'est le renforcement d'un seul harmonique. Cet harmonique appartient d'ordinaire à l'octave dans laquelle on a coutume de parler et s'éteint si le son fondamental est trop haut. La limite pour laquelle cet harmonique disparaît coïncide à peu près avec celle où la voix perd son caractère grave et son intensité, et semble pour ainsi dire s'amollir.

2° Pour *u* l'harmonique caractéristique est plus renforcé que pour *ou*; l'ordre de cet harmonique n'est pas toujours le même, il est d'autant plus aigu que le son de *u* se rapproche davantage de *i*. Ces divers résultats sont bien d'accord avec la théorie de Grassmann.

3° La différence essentielle entre *ou* et *o* réside dans le nombre des harmoniques renforcés et dans leur intensité relativement au son fondamental. Le son *o* correspond au renforcement très grand de deux harmoniques au moins, le son *a*° au renforcement de trois ou quatre harmoniques.

4° *è* (*ä* allemand) se distingue des *a*° par le numéro d'ordre des harmoniques renforcés ; tandis que dans *a*° le premier harmonique est renforcé énergiquement; il est faible dans *è*, d'autre part les harmoniques supérieurs sont intenses jusqu'au huitième ou neuvième.

5° Le son *eu* (*ö* allemand) tient bien le milieu entre *u* et *a*, comme le veut la théorie de Grassmann; le premier harmonique est peu renforcé et les suivants le sont beaucoup moins que dans *a*.

6° Dans *é* comme dans *eu* (*ö*) les harmoniques supérieurs sont

---

([1]) Jenkin et Ewing, *Nature*, t. XVIII, p. 340 et 394.

([2]) Schneebeli, *Archives des Sciences physiques et naturelles*, 3e période, t. I.

peu intenses; les plus renforcés sont le premier, et des harmoniques d'ordre très élevé.

7° Enfin dans la voyelle *a* les huit premiers harmoniques sont presque également renforcés.

Ainsi, les voyelles diffèrent les unes des autres : 1° par le nombre; 2° par l'intensité; 3° par le numéro d'ordre des harmoniques renforcés. Comme le dit Grassmann, *leur complication est de même nature que celle des couleurs.*

III. — Chaleur.

C. BOHR. — Écarts de la loi de Mariotte présentés par l'oxygène sous de basses pressions, t. XXVII, p. 459-479.

M. Bohr enferme l'oxygène dans un tube barométrique de large section ($18^{mm},5$ ou 32^{mm} de diamètre) portant des divisions calibrées. Il évalue la pression par la différence de niveau du mercure dans ce baromètre et dans un baromètre parfait. Les cuvettes des deux baromètres sont les deux branches d'un tube en U communiquant avec l'atmosphère par l'intermédiaire d'un tube desséchant.

Toutes les expériences montrent une discontinuité pour une pression de $0^{mm},70$. M. Bohr en représente le résultat par les deux formules

$$(p+0,109)v = k \qquad (1)$$

pour les pressions supérieures à $0^{mm},70$,

$$(p+0,070)v = k \qquad (2)$$

pour les pressions inférieures.

Quand on part d'une pression un peu inférieure à $0^{mm},70$ et qu'on diminue le volume jusqu'à dépasser un peu cette pression, on observe que la pression ne se maintient pas constante; elle oscille d'une manière irrégulière pour se fixer, au bout de trois à cinq heures, à une valeur plus faible d'environ 10 pour 100. Si l'on vient alors à augmenter le volume, la pression demeure invariable jusqu'à ce que le volume primitif soit atteint; elle baisse ensuite conformément à la formule (2).

L'auteur croit pouvoir interpréter ces résultats par un changement d'état que l'oxygène éprouverait à la pression de $0^{mm},70$.

Il est regrettable que ces expériences n'aient pas été accompagnées de mesures correspondantes faites sur d'autres gaz, dans les mêmes conditions. On aurait ainsi écarté l'hypothèse d'une irrégularité dans la construction ou l'installation de l'appareil, de nature à rendre compte des effets observés. D'autre part, si la discontinuité observée par M. Bohr est réelle, ne pourrait-on pas aussi bien l'attribuer à la formation ou à la décomposition d'un oxyde de mercure aisément dissociable?

L. PEBAL et H. JAHN. — **Chaleur spécifique de l'antimoine et de quelques-unes de ses combinaisons, t. XXVIII, p. 584-605.**

Ces recherches se rapportent à l'antimoine, au trichlorure, au tribromure d'antimoine et aux combinaisons de l'antimoine avec les sels précédents, connues sous le nom d'*antimoine explosible* et obtenues par voie électrolytique.

Trois températures fixes ont été employées. Celle de l'ébullition de l'éther, celle d'un mélange réfrigérant de glace et de sel, et la température fournie par l'évaporation à l'air de l'acide carbonique solide. Cette dernière a été trouvée de $-78^{\circ},2$ à la pression de 743^{mm}.

Les mesures de chaleur spécifique atomique entre ces températures moyennes ont donné des valeurs d'abord décroissantes quand la température s'abaisse, puis croissantes pour les températures les plus basses.

Intervalle de température.		Chaleurs spécifiques atomiques. Antimoine métallique.	Chlore.	Brome.
$+33^{\circ}$	0°	5,99	6,34	6,52
0	−20	5,88	5,62	5,40
−20	−75	6,04	5,72	5,67

L'antimoine conserve sa chaleur spécifique atomique dans les combinaisons désignées sous le nom d'*antimoine explosible*. On remarquera que les chaleurs spécifiques atomiques du chlore et du brome restent égales entre elles à toutes les températures.

Ch. LUDEKING. — **Sur les chaleurs spécifiques, les poids spécifiques et les chaleurs d'hydratation des acides gras et de leurs mélanges avec l'eau, t. XXVII, p. 72-90.**

De l'ensemble des observations qu'il a faites sur les acides formique, acétique, propionique et butyrique, l'auteur croit pouvoir conclure que ces acides, pris à l'état liquide, sont des polymères des corps $C^nH^{2n}O^2$ dont on leur attribue la formule, et que le degré de polymérie change de l'un de ces acides à un autre.

Quand on ajoute de l'eau à l'acide formique, on observe d'abord un dégagement de chaleur, puis une absorption et enfin, pour les dilutions extrêmes, un nouveau dégagement de chaleur. Avec les acides acétique, propionique et butyrique on observe d'abord une absorption de chaleur, plus grande pour l'acide propionique que pour l'acide acétique, pour l'acide butyrique que pour l'acide propionique; pour une dilution plus grande, il y a dégagement de chaleur. M. Lüdeking pense qu'il faut expliquer ces anomalies et, en particulier, les absorptions de chaleur, par la dissociation progressive des molécules complexes $m(C^nH^{2n}O^2)$ sous l'influence de l'eau. Les observations sur les chaleurs spécifiques confirment cette manière de voir.

Je ferai remarquer que la conductibilité électrique des acides organiques et, en particulier, des acides gras dissous, présente une augmentation énorme avec la dilution ([1]), ce qui correspond certainement à un phénomène de dissociation de molécules électrolytiques complexes en molécules électrolytiques plus simples ([2]). L'étude des conductibilités fournit donc des renseignements en parfait accord avec ceux que l'on obtient à l'aide du calorimètre.

W. FISCHER. — **Tension de la vapeur saturée au-dessus d'une même substance à l'état liquide et à l'état solide, t. XXVIII, p. 400-432.**

Regnault ([3]) avait annoncé qu'il n'y aurait pas de différence sen-

---

([1]) Bouty, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 347-348; 1884.
([2]) Bouty, *Comptes rendus*, t. CIV, p. 1791; 1887.
([3]) Regnault, *Relation des expériences*, etc., t. I.

sible entre les tensions maxima p, P d'une vapeur saturée à une même température suivant qu'elle est en contact avec son liquide ou avec le solide correspondant. Plus tard Kirchhoff [1] démontra théoriquement que les coefficients différentiels $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dP}{dt}$ sont inégaux, et donna pour l'eau à zéro la valeur de la différence

$$\frac{dP}{dt} - \frac{dp}{dt} = 0^{mm},044.$$

On retrouve la même valeur par l'emploi de la formule connue des chaleurs latentes. Soient l et L les chaleurs latentes de vaporisation de la glace et de l'eau, s, σ et τ les volumes spécifiques de la vapeur du liquide et du solide, E l'équivalent mécanique de la chaleur,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{El}{T(s-\sigma)}, \qquad \frac{dP}{dt} = \frac{EL}{T(s-\tau)};$$

négligeant les quantités très petites σ et τ, on tire de là

$$\frac{dP}{dt} - \frac{dp}{dt} = \frac{E(L-l)}{Ts}.$$

En admettant que la chaleur latente L de vaporisation de la glace à 0° est la somme de la chaleur latente de fusion et de la chaleur latente de vaporisation de l'eau à 0°, on trouve

$$\frac{dP}{dt} - \frac{dp}{dt} = 0^{mm},044.$$

M. Fischer emploie deux tubes barométriques A et B recourbés, les remplit d'eau et les purge d'air par une ébullition prolongée, jusqu'à ne laisser qu'une faible quantité d'eau dans la courbure. Les tubes sont alors placés, avec un baromètre parfait C, sur une cuvette contenant du mercure chaud; par refroidissement, le mercure pénètre dans les tubes, et l'appareil se trouve installé pour la mesure des forces élastiques maxima.

Les branches recourbées de A et de B plongent dans un même mélange réfrigérant; mais on a provoqué la congélation de l'eau

(1) Kirchoff, *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 201; 1858.

dans A, tandis qu'elle demeure surfondue dans B. La mesure de la différence des niveaux du mercure en A, B, C se fait au moyen d'un cathétomètre dont la lunette porte un micromètre oculaire; les mesures sont ainsi rendues plus rapides et l'on peut considérer la température comme invariable pendant la durée des trois lectures.

Les forces élastiques maxima mesurées ont pu être représentées par les formules empiriques

$$p = 4{,}628 + 0{,}32535\,t + 0{,}008705\,t^2,$$
$$P = 4{,}641 + 0{,}37190\,t + 0{,}011041\,t^2.$$

Les forces élastiques maxima à 0° sont sensiblement égales; mais on a

$$\left(\frac{dP}{dt} - \frac{dp}{dt}\right) = 0{,}04655,$$

valeur presque identique à la valeur calculée par la formule des chaleurs latentes.

On doit conclure de là que la chaleur latente de volatilisation de la glace à 0° est bien égale à la somme de la chaleur latente de fusion et de la chaleur latente de vaporisation de l'eau à 0°, ainsi que nous l'avons supposé. C'est d'ailleurs ce que l'on démontre directement en se fondant sur l'égalité observée des forces élastiques maxima de la glace et de l'eau à zéro, et par la considération d'un cycle fermé dans lequel l'eau se volatilise par extension de l'espace offert à la vapeur, puis se congèle; après quoi on ramène le volume de la vapeur à sa valeur primitive.

Pour la benzine pure, des expériences analogues ont conduit aux formules empiriques

$$p = 26{,}40 + 1{,}4295\,t + 0{,}04505\,t^2,$$
$$P = 24{,}985 + 1{,}6856\,t + 0{,}031339\,t^2;$$

les valeurs de p et P ne sont pas exactement égales au point de fusion ([1]), situé à $+5°{,}3$. La tension maximum P au-dessus de la benzine solide est, comme pour la glace, inférieure à p, mais le

([1]) *Voir* à ce sujet Ramsay et Young, p. 486 de ce volume.

point de rencontre des deux courbes de tension est au-dessus du point de fusion. A $+5^\circ,3$, la chaleur latente de vaporisation de la benzine solide est un peu moindre que la somme de la chaleur latente de vaporisation de la benzine liquide (108,17 d'après Mousson) et de la chaleur latente de fusion. Cette dernière a été mesurée directement par M. Fischer et trouvée égale à 30,085. L'application des principes de la théorie mécanique de la chaleur donne, pour la chaleur latente de vaporisation de la benzine solide, la valeur 136,7.

E. et L. NATANSON. — Sur la dissociation de la vapeur d'acide hypoazotique, t. XXVII, p. 606-622.

Dans un Mémoire antérieur ([1]), MM. Natanson ont déjà étudié la dissociation de l'acide hypoazotique. Ils reviennent aujourd'hui sur le même sujet, après avoir modifié leur méthode de mesure de la densité de l'acide hypoazotique, de manière : 1° à éviter tout contact entre ce gaz et des robinets de verre graissés ; 2° à ne faire intervenir dans le calcul que des volumes directement obtenus par calibrage ; ils comparent ensuite les résultats de leurs expériences avec les formules théoriques de la dissociation, proposées par W. Gibbs et Boltzmann.

Ces formules sont contenues dans la formule plus générale

$$p = \mathrm{A}\frac{d-\delta}{(2\delta-d)^2}, \tag{1}$$

d représentant la densité de la vapeur, p sa pression, δ et 2δ les densités théoriques limites, enfin A une fonction de la température. Gibbs et van der Waals s'accordent à poser

$$\mathrm{A} = \mathrm{M}e^{-\frac{a}{t}}t^b, \tag{2}$$

M, a et b étant des constantes. D'après Boltzmann $b=0$, d'après Gibbs $b=1$.

La forme générale des lignes isothermes fournies par les expé-

([1]) *Wied. Annalen*, t. XXIV, p. 454 ; 1885. Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 501.

riences de MM. Natanson est bien d'accord avec la théorie; mais cet accord ne va pas jusqu'à l'identification. Ni la formule de Boltzmann, ni celle de Gibbs ne suffisent à représenter *rigoureusement* les expériences.

A. WINKELMANN. — Variation de la conductibilité des gaz avec la température, t. XXIX, p. 68-113.

Ces expériences font suite à celles que l'auteur avait déjà publiées ([1]) en 1883. Elles ont été réalisées par la méthode de M. Christiansen ([2]). En voici les résultats :

1. Les valeurs du coefficient de variation de la conductibilité de l'air avec la température, obtenues par quatre séries indépendantes de mesures, ont varié de 0,00232 à 0,00181 et ont pour moyenne 0,00206. L'auteur avait trouvé 0,00206 en 1883.

2. Pour l'acide carbonique deux séries ont donné 0,00411 et 0,00313, dont la moyenne est 0,00366. Valeur obtenue en 1883, 0,00380.

3. Pour l'hydrogène, on a trouvé 0,00222 et 0,00191; moyenne, 0,00206. Le coefficient est le même que pour l'air, ainsi qu'on l'avait supposé en 1883.

4. La quantité de chaleur cédée par une plaque dans un espace rempli de gaz dépend de son orientation. Il en résulte une difficulté grave pour la mesure absolue des conductibilités.

IV. — Optique.

J. REINKE. — Méthode du spectrophore, t. XXVII, p. 444-448.

Dans les expériences, physiologiques par exemple, où l'on se propose d'étudier l'action des diverses parties du spectre sur un même corps, on est gêné soit par la trop faible intensité du spectre

([1]) *Wied. Ann.*, t. XIX, p. 649; 1883.
([2]) *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 23; 1881. (Voir *Journal de Physique,* 2e série, t. I, p. 235.)

normal fourni par les réseaux, soit par l'inégale dispersion dans les diverses régions du spectre prismatique.

Le spectrophore de M. Reinke se compose essentiellement d'une fente de largeur variable, qu'on promène dans les diverses régions du spectre, et d'une lentille cylindrique qui réunit en son foyer tous les rayons qu'elle reçoit. La fente est formée par les deux moitiés d'un écran, mobiles le long d'une échelle spéciale. Celle-ci porte les diverses raies du spectre espacées d'après la loi de dispersion du prisme que l'on emploie, et les longueurs d'onde s'y trouvent marquées. On règle l'appareil prismatique au minimum de déviation pour la raie E, et l'on projette le spectre sur l'écran de façon à amener les raies spectrales en coïncidence avec les raies de l'échelle. Cela posé, si l'on fait coïncider les bords de l'écran avec les divisions λ et λ' de l'échelle, la lentille cylindrique réunit en son foyer tous les rayons dont la longueur d'onde est comprise entre λ et λ'. On fera varier la largeur de la fente d'une extrémité à l'autre du spectre de manière à laisser λ — λ' constant.

G. KOBB. — Spectre du germanium, t. XXIX, p. 670-71.

λ.	Observations.	λ.	Observations.
6336,0......	»	5131,0......	Large, diffuse
6020,0......	Très forte	4813,0......	»
5892,0......	»	4742,0......	»
5255,5......	»	4684,5......	Nette, faible
5228,5......	»	4291,0......	Diffuse, faible
5209,0......	»	4260,5......	»
5177,5......	Large, diffuse	4225,5......	»
5134,0......	»	4178,0......	Diffuse, faible

A. HERITSCH. — Sur la radiophonie, t. XXIX, p. 665-670.

L'auteur s'élève contre l'explication des sons radiophoniques proposée par Graham Bell et consistant à admettre que les corps employés, le noir de fumée par exemple, lorsqu'ils sont soumis à une illumination périodique, dégagent et absorbent, aussi périodiquement, une partie de l'air condensé dans leurs pores. Les expériences radiophoniques avec une plaque de coke réussissent

aussi bien ou mieux au rouge qu'à la température ordinaire; et l'on sait qu'au rouge le charbon n'absorbe point de gaz.

M. Heritsch a obtenu des effets radiophoniques sensibles en soumettant à l'illumination périodique la partie brillante de la flamme d'une bougie recouverte d'un tube de verre, ou la partie brillante de la flamme d'une lampe à pétrole. Avec une lampe à alcool on n'a pu obtenir d'effets perceptibles que par l'illumination à la lumière solaire, dans les mois les plus chauds de l'année.

FR. STENGER. — Sur la fluorescence, t. XXVIII, p. 201-230.

M. Stenger rouvre encore une fois le débat relatif à la loi de Stokes, qui semblait clos définitivement par le Mémoire de M. Hagenbach (¹). De mesures qu'il a faites soit seul, soit sous le contrôle de M. Hagenbach, sur la fluorescéine, l'éosine et le rouge de Magdala, il conclut que la loi de Stokes n'est décidément pas applicable à ces substances, ainsi que M. Lommel (²) l'avait depuis longtemps annoncé.

Il considère la théorie de la fluorescence de Lommel (³) comme incomplète; elle serait peu compatible avec l'expérience, si l'on voulait admettre, avec son auteur, qu'un seul rayon excitateur éveille complètement un spectre fluorescent toujours identique à lui-même, mais cette dernière condition n'est pas indispensable pour l'établissement de diverses lois énoncées par M. Lommel.

D'expériences faites avec la fluorescéine, l'éosine et le rouge de Magdala, substances de composition bien déterminée, M. Stenger conclut que le maximum d'intensité dans le spectre fluorescent se déplace quand on change la nature du dissolvant. Le maximum d'absorption se déplace aussi dans le même sens, mais d'une moindre quantité. Ces deux maxima se rapprochent du violet, à mesure que l'indice de réfraction et le pouvoir dispersif du dissolvant sont plus considérables.

(¹) HAGENBACH, *Wied. Ann.*, t. VIII, p. 389; 1879. (Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 517-518.)

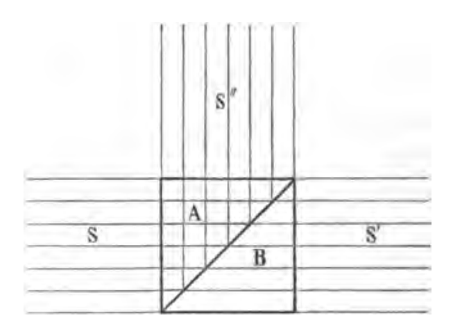
(²) LOMMEL, *Pogg. Ann.*, t. CXLIII, p. 29; 1871.

(³) LOMMEL, *Wied. Ann.*, t. XXV, p. 643. (Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 516.)

E. MACH et J. ARBES. — Recherches sur la réflexion totale et sur la dispersion anomale, t. XXVII, p. 436-444.

En 1875, MM. Mach et von Osnobischin (¹) ont proposé de substituer à l'emploi des prismes croisés de Kundt, pour l'étude de la dispersion anomale, la combinaison d'une *réflexion totale anomale et d'une réfraction normale*. On connaît les avantages spéciaux de la méthode de la réflexion totale pour la mesure des indices; elle n'exige pas l'emploi d'un prisme, et il suffit de posséder une lamelle mince de la substance à étudier. Ces avantages acquièrent une importance toute particulière, dans le cas des corps fortement absorbants qui présentent la dispersion anomale.

MM. Mach et von Osnobischin avaient indiqué plusieurs dispositions qui ont été perfectionnées depuis par MM. Mach et Arbes. Imaginons d'abord deux prismes de flint rectangulaires et isoscèles A, B que l'on rapproche par leur face hypoténuse et que l'on éclaire en S par la lumière solaire directe. La réflexion totale se produit alors sur la lame d'air qui sépare les deux prismes, et, si



l'on réunit par une lentille la lumière émergente S′ ou la lumière réfléchie S″, on obtient des images colorées complémentaires. Quand on fait tourner le système des deux prismes dans le sens des aiguilles d'une montre, l'image S′ passe du jaune au rouge et au noir, l'image S″ du bleu au blanc.

(¹) Mach et V. Osnobischin, *Anzeiger der Wien Akad.*, n° X; 1875.

A la lame d'air séparant A et B, on peut substituer une lame d'huile de cassia dont les indices, relativement au flint, sont tels que le violet est moins réfracté que le rouge, c'est-à-dire que l'huile de cassia présente la dispersion anomale par rapport au flint, comme la fuchsine la présente par rapport à l'air ou au vide. Dans ce cas, par une rotation dans le sens indiqué, l'image S' transmise passe du vert au bleu, au violet et au noir. Cet ordre de succession des couleurs suffit à manifester la dispersion anomale.

Si, au lieu d'employer la lumière naturelle, on concentre le faisceau incident en un cône ayant son sommet sur la face hypoténuse des prismes, on a un cône réfléchi et un cône transmis que l'on peut recevoir directement sur un écran. Dans le cas de la lame d'air, le cône réfléchi est limité par un contour bleu, le cône réfracté par un contour rouge. Ces apparences se renversent quand on remplace l'air par l'huile de cassia.

On peut encore, en conservant la dernière disposition, placer une fente horizontale *a* en avant de la lentille qui produit le faisceau convergent, rendre les arêtes réfringentes du double prisme verticales et recevoir les deux faisceaux émergent et réfléchi sur des lentilles, enfin sur des prismes à vision directe et à arêtes horizontales.

On obtient ainsi des spectres limités par une ligne oblique, dont l'inclinaison se renverse quand on substitue la lame d'huile de cassia à la lame d'air. Avec une lame d'une dissolution de fuchsine, les spectres sont limités par une ligne courbe formée de deux branches de courbure opposée, et tout à fait analogue à celle que M. Kundt obtient par la méthode des prismes croisés.

H.-W. VOGEL. — De quelques impressions colorées et de la photographie des couleurs naturelles, t. XXVIII, p. 130-135.

1. La couleur résultant du bleu et du jaune est quelquefois le rouge. Si l'on superpose deux cuves plates contenant des dissolutions alcooliques de chrysaniline et de bleu d'aniline, on peut obtenir un rouge de feu. Il suffit de régler la concentration de manière que les dissolutions examinées au spectroscope de poche laissent passer l'une le bleu et le rouge, l'autre le jaune et le rouge.

2. Certaines couleurs violettes doivent être rapportées à la combinaison du bleu et du rouge spectral. Une dissolution de violet de méthyle, le plus éclatant de tous les pigments violets, vire au bleu quand on arrête les rayons rouges par une dissolution d'oxyde de cuivre dans l'ammoniaque, bien que celle-ci laisse passer complètement le violet spectral. La même expérience réussit en prenant, comme source de lumière, un tube de Geissler contenant de l'azote : le tube paraît bleu, à travers la dissolution ammoniacale.

3. On connaît la méthode de reproduction des couleurs à l'aide de la Photographie, employée par MM. Ducos du Hauron [1]. M. Vogel propose de multiplier les épreuves photographiques au bromure d'argent, rendu sensible pour une portion déterminée du spectre. Ainsi l'on obtient de la sensibilité pour le rouge avec le bleu de naphtaline, pour l'orangé avec la cyanine, pour le jaune avec l'éosine, pour le bleu avec la fluorescéine. A cette sensibilité, due à la matière colorante, se joint la sensibilité propre du bromure d'argent pour le bleu; mais on peut faire abstraction de celle-ci, si on a le soin d'interposer une matière qui absorbe le bleu, comme une cuve de chrysaniline par exemple.

Le négatif obtenu sur chacune des plaques sensibles sera imprimé en couleur à l'aide d'un pigment complémentaire. On ne saurait mieux choisir pour la teinte de ce dernier qu'en prenant celle de la matière absorbante sensibilisatrice.

V. — Électricité.

L. SOHNCKE. — Électrisation de la glace par le frottement de l'eau, t. XXVIII, p. 550-560.

Quand de l'eau frotte contre de la glace sèche, l'eau s'électrise négativement, la glace positivement. La glace s'électrise aussi positivement par le frottement de l'acier, du laiton et du verre.

---

[1] Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 233.

A. FÖPPL. — Distribution de l'électricité à l'intérieur des conducteurs, t. XXIX, p. 591-597.

L'auteur attribue une élasticité au fluide électrique, c'est-à-dire qu'il admet qu'en dehors de la répulsion qui s'exerce suivant la loi de Coulomb, il y a encore une répulsion proportionnelle à la densité de l'électricité libre.

Soient ε_0 la densité électrique à l'intérieur d'un corps dit *non électrisé,* ε la densité à l'intérieur d'un corps électrisé positivement : on a

$$(1) \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon.$$

$\Delta\varepsilon$ est positif et représente la densité de l'électricité libre. La réaction élastique de celle-ci, rapportée à l'unité de surface, est

$$(2) \qquad p = c\,\Delta\varepsilon,$$

c étant une constante. La réaction élastique p s'exerce dans tous les sens avec une égale intensité; elle n'est fonction que des coordonnées.

Considérons un conducteur dont les dimensions sont très grandes par rapport à l'épaisseur de la couche électrique superficielle. Un point O sur la normale à une distance R de la surface est pris pour origine, et nous désignons par r la distance d'un point quelconque P de la normale au point O, par φ le potentiel en P. La surface pouvant être considérée comme plane, eu égard à la très faible épaisseur de la couche électrique, φ n'est fonction que de r, et l'équation de l'équilibre est

$$(3) \qquad \frac{dp}{dr} + \varepsilon\frac{d\varphi}{dr} = 0.$$

Substituant à p sa valeur, on obtient

$$\varphi = -c\int\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = C - c\log\varepsilon;$$

mais dans l'intérieur du conducteur

$$\varphi = \varphi_i, \qquad \varepsilon = \varepsilon_0,$$

$$(4) \qquad \varphi - \varphi_i = -c\log\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0},$$

Dans le cas pratique d'une sphère ou d'un cylindre de grand rayon ou encore d'un plan illimité, l'équation de Poisson peut s'écrire

$$(5)\qquad \frac{d^2\varphi}{dr^2} = -4\pi\,\Delta\varepsilon.$$

Si l'on remplace dans (5) $\Delta\varepsilon$ par sa valeur $\varepsilon - \varepsilon_0$, tirée de (4), on a

$$(6)\qquad \frac{d^2\varphi}{dr^2} = -4\pi\varepsilon_0\left(e^{\frac{\varphi_i-\varphi}{c}} - 1\right),$$

équation différentielle du second ordre qui donne, comme première intégrale,

$$\frac{d\varphi}{dr} = -\sqrt{8\pi\varepsilon_0\left(\varphi + ce^{\frac{\varphi_i-\varphi}{c}} + C\right)}.$$

La constante C se détermine par la condition qu'à l'intérieur du conducteur on doit avoir $\frac{d\varphi}{dr} = 0$. Posant, pour abréger,

$$\frac{\varphi_i - \varphi}{c} = z$$

et intégrant encore, on obtient

$$(7)\qquad r = C_1 + \sqrt{\frac{c}{8\pi\varepsilon_0}}\int\frac{dz}{\sqrt{e^z - z - 1}}.$$

C_1 est une nouvelle constante.

Il y a lieu de remarquer que z est toujours extrêmement petit. On pourra donc remplacer e^z par un développement en série où l'on ne conservera qu'un petit nombre de termes. L'intégrale contenue dans le second membre de (7) se ramène donc à une quadrature simple. Soient Z cette intégrale; Z_a sa valeur à la surface: on a

$$(8)\qquad R - r = Z_a - Z.$$

Si l'on réduit le développement de e^z à ses trois premiers termes, il vient

$$Z = \sqrt{\frac{c}{4\pi\varepsilon_0}}\log Z,$$

et l'équation (8) permet d'écrire la valeur de φ, en fonction de r.

L'épaisseur δ de la couche électrique est

$$\delta = \sqrt{\frac{c}{4\pi\varepsilon_0}} \log \frac{Z_a}{Z},$$

dans laquelle il faut attribuer à $\frac{Z_a}{Z}$ une valeur numérique arbitraire, en faisant Z assez petit pour que l'on puisse négliger la différence $\varphi_i - \varphi$ correspondante.

L'auteur se réserve de développer ultérieurement diverses autres conséquences de son hypothèse fondamentale.

HALLWACHS. — Recherches électrométriques, t. XXIX, p. 1-47.

A. Dans la théorie de l'électromètre à quadrants, on néglige d'ordinaire la différence de potentiel qui s'établirait, en vertu de la différence de nature des métaux ou de l'état différent des surfaces, entre les deux paires de secteurs, ou entre les secteurs et l'aiguille, si on les mettait directement en contact.

Soient V le potentiel communiqué de l'extérieur à l'aiguille, V_1 et V_2 les potentiels communiqués aux secteurs, q_{12} la différence de potentiel que prendraient les secteurs mis en communication métallique, $N|Q$ la moyenne des différences de potentiel qui s'établiraient entre l'aiguille et l'une ou l'autre des paires de secteurs, n la déviation de l'électromètre lue sur son échelle, α une constante instrumentale : la formule rectifiée de l'électromètre est

$$(1) \qquad n = \alpha(V_1 - V_2 + q_{1.2})\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2} + N\,|\,Q\right).$$

B. On peut employer l'électromètre à quadrants de diverses manières à la mesure des potentiels.

1° On peut porter l'aiguille à un potentiel élevé et mettre les secteurs en communication avec la source à faible différence de potentiel que l'on veut étudier (*Quadrantschaltung*).

2° On peut porter les deux paires de secteurs à de hauts potentiels égaux et contraires, mettre l'un des pôles de la source en communication avec la terre, l'autre avec l'aiguille (*Nadelschaltung*).

3° On peut enfin mettre à la terre l'un des couples de secteurs, et l'un des pôles de la source, et mettre l'autre couple et l'aiguille en communication avec le deuxième pôle de la source (*Doppelschaltung*). Cette dernière disposition est susceptible de quatre modifications : 1° suivant le pôle; 2° suivant le couple de secteurs que l'on met au sol. Soient n_1, n_2, n_3, n_4 les déviations correspondantes de l'électromètre; on trouvera aisément que

$$(2) \qquad n_1 - n_2 - n_3 + n_4 = 4\alpha \mathrm{VN} \mid \mathrm{Q}.$$

Pour $\mathrm{V} = 17$ volts, $\mathrm{N} \mid \mathrm{Q} = 1$ volt, on a trouvé $4\alpha \mathrm{VN} \mid \mathrm{Q}$ égal à 200 divisions de l'échelle, tandis que la déviation moyenne $\frac{n_1 + n_2 + n_3 + n_4}{4}$ était de 430 divisions. On voit quelle peut être l'importance de la correction à opérer, pour tenir compte des différences de potentiel des secteurs et de l'aiguille.

M. Hallwachs a employé la formule (2) à la mesure des forces électromotrices de contact. A cet effet, il a employé des aiguilles électrométriques formées soit de la même matière que les secteurs, soit de matières différentes. Il les a nettoyées avec le plus grand soin avant de procéder aux mesures. Les nombres qu'il a trouvés sont en bon accord avec ceux des derniers expérimentateurs qui se sont occupés de la question.

	Différences de potentiel en volts.		
	Zn | Cu.	Cu | Ag.	Zn | Pt.
Clifton (¹)...........	0,852	»	»
Pellat (²)...........	0,86	0,18	1,02
Hallwachs...........	0,843	0,178	1,06

C. Pour orienter convenablement l'aiguille par rapport aux secteurs, il suffit de mettre ceux-ci au sol, et de communiquer successivement à l'aiguille des potentiels égaux et contraires. Faisant dans la formule (1) $\mathrm{V}_1 = \mathrm{V}_2 = 0$, $\mathrm{V} = \pm \mathrm{P}$, on a

$$(3) \qquad \left\{ \begin{array}{l} n_1 = \alpha q_{1.2}(\ \ \mathrm{P} + \mathrm{N} \mid \mathrm{Q}), \\ n_2 = \alpha q_{1.2}(-\mathrm{P} + \mathrm{N} \mid \mathrm{Q}), \end{array} \right.$$

(¹) CLIFTON, *Proc. Roy. Soc.*, t. XXVI, p. 299.

(²) PELLAT, *Thèse de doctorat.* (Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 68.)

n_1 et n_2 peuvent être considérés comme égaux et de signe contraire si P est très grand par rapport à N | Q. On fera tourner le fil de suspension jusqu'à ce que cette condition soit satisfaite.

Les formules (3) permettent de déterminer directement $q_{1.2}$: il suffit de les ajouter membre à membre.

$$n_1 + n_2 = 2\alpha q_{1.2}P.$$

Connaissant q_{12} et N | Q on peut, au besoin, faire des mesures par une seule lecture, en appliquant la formule (1).

D. M. Hallwachs décrit un nouvel électromètre à quadrants, à cage métallique et à suspension unifilaire. Le fil de suspension est en fer; il a 33^{cm} de longueur et $0^{mm},077$ de diamètre; le couple directeur qu'il produit n'est pas supérieur à celui de la suspension bifilaire de l'électromètre Mascart. L'aiguille est en aluminium recouvert galvaniquement de laiton, de manière à réduire au minimum la différence de potentiel N | Q.

L'auteur termine son Mémoire par une discussion approfondie des diverses causes qui peuvent influer sur la sensibilité de l'appareil. Nous signalerons, en particulier, l'effet de la température qui modifie l'élasticité du fil de suspension et, par suite, son couple de torsion.

A. GROSSE. — Rhéostat à ruban, t. XXIX, p. 674-675.

Un fil de maillechort de $0^{mm},15$ de diamètre est enroulé autour d'un fil de coton; puis celui-ci est tissé en un ruban de 2^{cm} de large, de telle sorte que ses diverses parties soient isolées par la chaîne non conductrice du tissu. Au milieu et tout le long du ruban, une portion étroite reste à découvert. Une roulette ou un contact à glissière peut se déplacer le long du ruban (droit ou enroulé sur un manchon cylindrique), de manière à prendre telle résistance que l'on désire. 4^{m} de ce ruban représentent 1000 ohms.

F. KOHLRAUSCH. — Appareil pour la mesure de l'intensité de faibles courants, t. XXVII, p. 403-409.

Une aiguille aimantée verticale, qui ne plonge qu'en partie dans une bobine, est attirée quand on anime celle-ci par un cou-

rant de direction convenable. On peut fonder là-dessus la construction d'un appareil pour la mesure de faibles courants. L'aiguille aimantée sera suspendue à un ressort en spirale, en face d'une échelle divisée, et l'on graduera l'appareil par comparaison avec un galvanomètre connu.

E. COHN et L. ARONS. — Conductibilité et constante diélectrique, t. XXVIII, p. 454-477.

On admet d'ordinaire que la constante diélectrique μ d'un conducteur est infinie. D'après les auteurs, cette manière de voir n'est pas justifiée. A l'intérieur d'un corps isolant, on a

$$\mu \Delta V = -4\pi\rho. \tag{1}$$

Dans le cas des corps conducteurs, l'expérience prouve seulement qu'à l'état d'équilibre le potentiel est constant

$$\Delta V = 0,$$

et que la densité électrique ρ est nulle

$$\rho = 0,$$

L'équation (1) est donc satisfaite, quel que soit μ. Il en est de même de l'équation qui se rapporte à la densité électrique, à la surface de séparation de deux milieux.

D'ailleurs on doit remarquer qu'il n'y a pas de corps parfaitement isolants, et que la transition depuis des corps tels que la gomme laque jusqu'aux électrolytes proprement dits paraît se faire par degrés insensibles. On peut donc essayer d'assigner à un corps quelconque une conductibilité et une constante diélectrique déterminées. C'est ce qu'ont fait MM. Cohn et Arons, en choisissant pour ces expériences des corps liquides, afin de se mettre à l'abri du résidu électrique manifesté par les isolants solides.

La méthode employée par les auteurs consiste à étudier, à l'aide d'un électromètre, la charge d'un condensateur à liquide AB en relation avec l'un des pôles d'une pile constante de force électromotrice E. Un pendule interrupteur de Helmholtz permet de séparer le condensateur de la pile à un moment quelconque, de façon

à faire varier à volonté la charge. Les deux paires de secteurs de l'électromètre sont en relation l'une avec le sol, l'autre avec la deuxième armature B du condensateur.

Soient ω le potentiel de l'armature B à un moment donné, V le potentiel de l'aiguille de l'électromètre, e_1 la charge de la paire de secteurs en communication avec B,

$$e_1 = \gamma\omega - \chi V. \tag{2}$$

Soit e_2 la charge de l'armature B du condensateur

$$e_2 = C(\omega - E); \tag{3}$$

γ et χ sont les capacités de l'électromètre, C celle du condensateur.

L'application de la loi de Ohm donne encore l'équation

$$\frac{E - \omega}{W} = \frac{\partial(e_1 + e_2)}{\partial t}; \tag{4}$$

W est la résistance comprise dans le circuit du condensateur.

Substituons à e_1 et e_2 leurs valeurs ; on a, en remarquant que E et V sont des constantes,

$$\frac{E - \omega}{W} = (\gamma + C)\frac{\partial\omega}{\partial t}. \tag{5}$$

D'ailleurs, pour $t = 0$, $\omega = 0$; par suite,

$$\omega = E\left(1 - e^{-\frac{t}{(C+\gamma)W}}\right),$$
$$(C + \gamma)W = \frac{t}{\log\frac{E}{E - \omega}}. \tag{6}$$

Le condensateur peut être formé soit :

a. Du condensateur à liquide seul. La résistance W est celle w de la colonne liquide formant la lame diélectrique du condensateur ; la capacité C est celle c du condensateur à liquide :

$$C = c_f, \qquad W = w;$$

b. Du condensateur à liquide réuni en surface avec un con-

densateur à lame d'air de capacité c_1 :

$$C = c_f + c_1, \qquad W = w;$$

c. Du condensateur à liquide et d'une résistance r placée en dérivation :

$$C = c_f, \qquad W = \frac{wr}{w + r};$$

d. Du condensateur à liquide, du condensateur à air et de la dérivation :

$$C = c_f + c_1, \qquad W = \frac{wr}{w + r};$$

e. Du condensateur à air et de la dérivation :

$$C = c_1, \qquad W = r;$$

f. De la résistance r seule :

$$C = 0, \qquad W = r.$$

Chacune de ces combinaisons fournit une équation (6) et ces équations doivent toutes être satisfaites par le même système de valeurs de w et de c_f.

Les résistances r étaient formées de traits de graphite tracés sur une lame de verre. Quant au condensateur à liquide, il consistait en une cuvette cylindrique en laiton doré destinée à recevoir le liquide, et en un plateau de laiton doré reposant sur le fond de la cuvette par trois petites plaques de verre de $0^{cm},1412$ d'épaisseur. Ce plateau portait en son centre une tige métallique passant à travers un trou du couvercle de la cuvette.

Le premier résultat des expériences a été d'établir que les équations (6) fournissent effectivement des valeurs de w et de c_f constantes, quelles que soient la combinaison employée et la durée de charge. La résistance w ainsi mesurée se trouve identique à celle que donnent les procédés ordinaires de mesure de la résistance par des courants constants.

Le Tableau suivant donne, pour les divers liquides étudiés, la valeur de la constante diélectrique μ, déduite de la mesure de la

capacité, et celle du rapport λ de la conductibilité spécifique à celle du mercure ([1]).

Substances.		μ.	λ.
Xylol pur		2,23	$< 6,3 \cdot 10^{-17}$
Mélanges d'aniline et de xylol ([2])	N° 1	2,39	$5,34 \cdot 10^{-15}$
	N° 2	2,71	$7,26 \cdot 10^{-14}$
	N° 3	3,09	$4,46 \cdot 10^{-13}$
Mélange d'aniline et de benzine		2,82	$1,60 \cdot 10^{-13}$
Mélange de baume de Canada et de benzine		2,79	$1,83 \cdot 10^{-13}$
Huile de ricin		4,43	$7,7 \cdot 10^{-17}$

On voit par ce Tableau que, tandis que, par des additions successives d'aniline, la conductibilité du xylol pur s'est multipliée par 10000, la constante diélectrique n'a augmenté que de $\frac{1}{3}$ de sa valeur. Les nombres μ sont tous du même ordre de grandeur; ils n'ont aucune relation avec les λ correspondants. Les auteurs croient pouvoir en conclure que μ ne devient jamais infini.

Il est à remarquer que la conductibilité du mélange le plus conducteur employé par MM. Cohn et Arons n'est que 200 fois plus faible que celle des liqueurs électrolytiques les plus diluées, étudiées par M. F. Kohlrausch. Il semblerait donc que les résultats obtenus relativement à μ doivent être considérés comme applicables, tout au moins aux conducteurs électrolytiques.

G. QUINCKE. — Recherches électriques. Propriétés des liquides diélectriques soumis à des forces électriques considérables, t. XXVIII, p. 529-550.

Voici les conclusions du Mémoire de M. Quincke :

1° Il ne semble pas qu'il y ait de différence notable entre les valeurs de la constante diélectrique d'un liquide *mesurée par une même méthode* pour de grandes ou de faibles forces électriques. Mais, si l'on déduit cette constante de la mesure de l'attraction de deux plateaux soit dans l'air, soit dans le liquide, on trouve des valeurs de 10 à 50 pour 100 plus fortes que si on la déduit de l'observation de la charge du condensateur à travers un galvano-

---

([1]) Il serait intéressant de savoir si les quantités ainsi mesurées sont bien indépendantes de l'épaisseur de la lame isolante.

([2]) Les auteurs ne donnent pas la composition de ces mélanges.

mètre. M. Quincke ne fournit aucune interprétation de ce résultat.

2° La distance explosive, pour une différence de potentiel donnée, est plus faible dans un liquide diélectrique que dans l'air, et varie d'un diélectrique à un autre. La différence de potentiel nécessaire pour produire l'étincelle croît moins rapidement que la distance explosive. La pression correspondante, parallèlement aux lignes de force, diminue quand la distance explosive augmente. Pour des distances inférieures à 1^{mm}, elle varie de $0^{atm},04$ à $0^{atm},25$.

3° L'intensité d'un courant constant, à travers un liquide diélectrique, croît plus vite que la force électromotrice qui le produit. La loi de Ohm ne s'applique donc pas aux diélectriques. Quelques expériences indiqueraient qu'il se produit une décomposition électrolytique, quand la force exercée entre les électrodes dépasse une certaine limite, variable d'un électrolyte à un autre.

Il est intéressant de rapprocher les conclusions de ce Mémoire de celles qui découlent des recherches de MM. Cohn et Arons.

A. FÖPPL. — Sur la vitesse absolue du courant électrique, t. XXVII, p. 410-414.

Si l'on fait tourner dans son plan, autour d'un axe passant par son centre, un courant électrique circulaire, la vitesse de translation d'un point du fil s'ajoute à la vitesse absolue du courant dans le fil, ou s'en retranche, suivant le sens de la rotation. M. Föppl n'a pu constater aucune variation de l'action magnétique exercée par le courant suivant qu'il est en repos, ou animé d'une vitesse de rotation de 5^m par seconde. Comme l'action exercée correspond à 600 divisions d'une échelle, sur laquelle une variation de une division eût été sensible, M. Föppl en conclut que la vitesse absolue du courant, considéré comme le mouvement d'un seul fluide, dépasse 3^{km} par seconde. En perfectionnant les appareils, on pourrait, d'après l'auteur, élever beaucoup cette limite inférieure.

Au lieu d'un courant circulaire, M. Föppl faisait en réalité tourner une bobine autour de son axe. Les extrémités de cette bobine consistaient en un fil de cuivre et un ruban de zinc plon-

geant dans un tube plein d'eau acidulée et entraîné dans le mouvement de rotation de la bobine.

W. DONLE. — Contribution à l'étude des propriétés thermo-électriques des liquides, t. XXVIII, p. 574-604.

M. Donle poursuit les recherches de Wild sur les couples thermo-électriques purement liquides. Dans la plupart des expériences, l'un des liquides étudiés est contenu dans un tube fermé à son extrémité par des diaphragmes de papier parchemin plongeant dans le deuxième électrolyte; les électrodes de cuivre plongent directement dans celui-ci et sont maintenues à une température invariable, qui est celle de l'une des deux surfaces de contact des électrolytes.

L'auteur ne croit pas pouvoir garantir l'exactitude des nombres qu'il publie, quant à leur valeur absolue, mais il pense que l'on est en droit de tirer de ses expériences une série de conclusions dont voici les principales :

1. La force électromotrice thermo-électrique entre deux électrolytes n'est que grossièrement proportionnelle à la différence des températures, sauf pour une concentration particulière, variable d'un électrolyte à un autre.

2. En général, cette force électromotrice croît quand la concentration de l'un des électrolytes décroît.

Exemple :

$$CuSO^4 \mid Na^2SO^4; \quad ZnSO^4 \mid Na^2SO^4.$$

Exceptions :

$$H^2SO^4 \mid CuSO^4; \quad CuSO^4 \mid CuCl^2;$$
$$Na^2SO^4 \mid NaCl; \quad NaCl^2 \mid CuCl^2; \quad NaCl \mid AzH^4Cl.$$

3. Au contact d'un sulfate et d'un chlorure du même métal, le sulfate est toujours positif au point de vue thermo-électrique. Cette conclusion est applicable au couple $H^2SO^4 \mid HCl$.

4. Les chlorures des terres alcalines sont négatifs par rapport aux chlorures alcalins.

5. En général, le signe thermo-électrique des couples d'électrolytes coïncide avec le signe de la force électromotrice de contact correspondante.

C.-L. WEBER. — Conductibilité électrique de quelques alliages métalliques aisément fusibles, t. XXVII, p. 145-150.

Les expériences ont porté sur l'alliage de Rose, celui de Lippowitz et celui de Wood ([1]). Les coefficients de température de ces alliages, pris à l'état liquide, sont respectivement de 0,0007 pour le métal de Rose, de 0,0005 pour le métal de Lippowitz. En passant de l'état liquide à l'état solide, la résistance du premier décroît de 20 pour 100, celle du second de 50 pour 100. Cette diminution est bien inférieure à celle que l'on constate pour les métaux purs, comme l'étain ou le mercure.

Quand on laisse refroidir les alliages considérés au-dessous de leur point de fusion, on observe vers 20° ou 30° une nouvelle diminution, d'ailleurs beaucoup moindre, de leur résistance.

Quand on les échauffe à l'état solide, l'accroissement de résistance est régulier même au voisinage de 20° à 30° et jusqu'à une température notablement supérieure au point de solidification de l'alliage liquide. Le point de fusion ne coïncide effectivement pas avec le point de solidification, ainsi que l'avait déjà observé M. E. Wiedemann ([2]).

Les variations brusques de résistance ne peuvent correspondre qu'à un changement de structure moléculaire. Le changement qui a lieu vers 20° ou 30° n'avait pas été mis en évidence par les recherches calorimétriques de M. Spring ([3]).

([1]) Voici la composition de ces alliages :

Métal de Rose.		*Métal de Lippowitz.*		*Métal de Wood.*	
Bismuth	48,90	Bismuth	49,98	Bismuth	55,74
Étain	23,55	Étain	12,76	Étain	13,73
Plomb	27,54	Plomb	26,88	Plomb	13,73
		Cadmium	10,38	Cadmium	16,80

([2]) E. Wiedemann, *Wied. Ann.*, t. III, p. 327; 1878.

([3]) Spring, *Bull. Brux.*, t. XXXIX, p. 548; 1875.

F. AUERBACH. — Conductibilité électrique des poudres métalliques, t. XXVIII, p. 604-613.

M. Calzecchi-Onesti ([1]) avait annoncé qu'il y a une certaine densité critique des poudres métalliques au-dessous de laquelle elles ne conduisent pas. M. Auerbach infirme cette conclusion. Il signale, en particulier, les expériences qu'il a exécutées sur de la poudre d'argent très fine dont il a fait varier la densité par la pression ou le martelage depuis 0,070 jusqu'à 0,479 de la densité normale de l'argent métallique. Dans un intervalle assez large la résistance croît en progression géométrique quand la densité de la poudre décroît en progression arithmétique; on n'observe aucune discontinuité, tant que le tassement de la poudre peut être considéré comme régulier.

C. HEIM. — Conductibilité électrique de dissolutions sursaturées, t. XXVII, p. 643-656.

Quand on refroidit une dissolution saline jusqu'à la rendre sursaturée, on ne constate aucune variation brusque de la résistance électrique. La même formule, qui convient pour représenter la variation de la résistance avec la température pour la liqueur non saturée, convient aussi à la liqueur sursaturée.

La cristallisation de la solution sursaturée est accompagnée d'un accroissement marqué de la résistance. Quelques observations contraires s'expliquent ([2]), soit parce que la solution était à peine sursaturée, soit parce que les cristaux se seraient formés, non avant, mais après l'*instant* précis où la mesure a été effectuée.

E. KLEIN. — Conductibilité électrique des sels doubles, t. XXVII, p. 151-178.

L'auteur a étudié les sels suivants : $MgSO^4$, AzH^4SO^4, K^2SO^4, $FeSO^4$, $MnSO^4$, $NiSO^4$, Na^2SO^4, KCl, NaCl, les sels doubles

([1]) CALZECCHI-ONESTI, *Nuovo Cimento*, 3e série, t. XVI, p. 58, 1885; *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 573.

([2]) V. BEETZ, *Pogg. Ann.*, t. CXVII, p. 1; F. KOHLRAUSCH, *Wied. Ann.*, t. VI, p. 28.

et les mélanges correspondants, par la méthode et sous la direction de M. F. Kohlrausch. Voici les conclusions de son travail :

1. Si une dissolution étendue contient deux sels susceptibles d'en donner deux autres par l'échange de leurs acides, sa conductibilité est sensiblement la moyenne arithmétique des conductibilités des sels dont la présence dans la dissolution est la plus probable. Inversement, la mesure de la conductibilité permet de conclure quels sont les deux sels qui dominent dans la dissolution.

2. Pour les sels doubles, en dissolution étendue, la conductibilité est *toujours un peu plus petite* que la moyenne arithmétique des conductibilités des sels isolés dont la réunion forme le sel double. Dans les dissolutions concentrées, la conductibilité est *beaucoup plus petite*. On doit en conclure que le sel double est presque entièrement détruit dans les liqueurs étendues, tandis qu'il existe en proportions plus ou moins considérables dans les liqueurs concentrées. L'élévation de température facilite la dissociation.

Le Mémoire n'est accompagné d'aucun essai d'évaluation quantitative de la proportion des sels dans la dissolution.

E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

6e série, t. XI; août 1887.

U. Gayon. — *Sur un nouvel appareil à distillation*, p. 555.

T. XII; septembre 1887.

G. Thoulet. — *Étude expérimentale et considérations générales sur l'inclinaison des talus des matières meubles*, p. 33.

E. Bichat. — *Sur le tourniquet électrique et la déperdition de l'électricité par convection*, p. 64.

Octobre 1887.

M. Berthelot. — *Figure des appareils des alchimistes grecs*, p. 145.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXIV; août 1887.

LORD RAYLEIGH. — *Maintien des vibrations par des forces à double fréquence et propagation des ondes dans un milieu à structure périodique*, p. 145.

R.-H.-M. BOSANQUET. — *Production de changements soudains de la torsion d'un fil, par suite de changements de température*, p. 160.

CH.-V. BURTON. — *Valeur de f pour un gaz parfait*, p. 166.

W. SUTHERLAND. — *Loi des forces moléculaires*, p. 168.

SIR W. THOMSON. — *Stabilité du mouvement des fluides. Mouvement rectiligne d'un fluide visqueux entre deux plans parallèles*, p. 188.

W. RAMSAY et S. YOUNG. — *Sur l'évaporation et la dissociation;* 6e Partie. *Changement continu de l'état liquide à l'état gazeux à toutes les températures*, p. 136.

C.-V. BOYS. — *Addition au calorimètre de glace de Bunsen*, p. 214.

Septembre 1887.

C. NIVEN. — *Méthodes pour déterminer et comparer les coefficients de self-induction et d'induction mutuelle*, p. 225.

E.-C. RIMINGTON. — *Note sur la comparaison des capacités*, p. 238.

W.-E. AYRTON et G. PERRY. — *Note sur les verges fixées aux deux bouts*, p. 245.

H. TOMLINSON. — *Effet d'un changement de température sur la torsion et la détorsion des fils qui ont été soumis à une torsion permanente*, p. 253.

H. TOMLINSON. — *Effet remarquable produit en portant le fer au rouge clair, tandis qu'il est soumis à une déformation temporaire ou permanente*, p. 256.

SIR W. THOMSON. — *Stabilité du mouvement. Rivière large s'écoulant sur un lit plan incliné à l'horizon*, p. 272.

A. GRAY. — *Note sur une démonstration élémentaire de certains théorèmes relatifs au mouvement stationnaire de l'électricité dans un réseau de conducteurs*, p. 278.

Octobre 1887.

J. BUCHANAN. — *Les gaz chauds considérés comme conducteurs de l'électricité*, p. 297.

J. TROWBRIDGE. — *Oxygène dans le Soleil*, p. 302.

J. TROWBRIDGE et C.-C. HUTCHINS. — *Sur l'existence du carbone dans le Soleil*, p. 310.

J.-T. BOTTOMLEY. — *Dilatation et contraction par l'élévation ou l'abaissement de température dans des fils tendus*, p. 314.

C.-C. Hutchins et E.-L. Holden. — *Existence de certains éléments et découverte du platine dans le Soleil,* p. 325.

F.-Y. Edgeworth. — *Preuve empirique de la loi de l'erreur,* p. 330.

Sir W. Thomson. — *Propagation du mouvement laminaire à travers un liquide non visqueux vivement agité,* p. 342.

A. Grunwald. — *Relations remarquables entre le spectre de la vapeur d'eau et les spectres de lignes de l'hydrogène et de l'oxygène; sur la structure chimique des deux derniers et leur dissociation dans le Soleil,* p. 354.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXI, n° 8b; 1887.

A. v. Ettingshausen. — *Nouvelle action polaire du magnétisme sur la chaleur galvanique dans certaines substances,* p. 737.

W. Nernst. — *Forces électromotrices éveillées sous l'influence du magnétisme dans des plaques métalliques traversées par un courant de chaleur,* p. 760.

L. Boltzmann. — *Action du magnétisme sur les décharges électriques dans les gaz raréfiés,* p. 789.

A. Oberbeck et J. Bergmann. — *Observations sur la conductibilité électrique des métaux, au moyen de la balance d'induction,* p. 792.

A. Oberbeck. — *Théorie de la balance d'induction,* p. 812.

E. Pfeiffer. — *Observations sur la conductibilité électrique de l'eau pure et son coefficient de température,* p. 831.

F. Braun. — *Propriétés électriques du sel gemme,* p. 855.

C. Bender. — *Études sur les dissolutions salines,* p. 872.

E. Riecke. — *Deux recherches fondamentales sur la pyro-électricité,* p. 889.

F. Richarz. — *Sur le mode de production du bioxyde d'hydrogène dans l'électrolyse de l'acide sulfurique étendu,* p. 912.

H. Jahn. — *La loi de Ohm est-elle rigoureusement applicable aux électrolytes?* p. 925.

H.-E.-J.-G. du Bois. — *Polarisation circulaire magnétique dans le cobalt et le nickel,* p. 941.

G. Spiess. — *Glissement des étincelles électriques sur l'eau,* p. 975.

H. Hertz. — *Influence de la lumière ultra-violette sur la décharge électrique,* p. 983.

W.-C. Röntgen et J. Schneider. — *Compressibilité de dissolutions étendues de sel, et du sel marin solide,* p. 1000.

T. Ihmori. — *Absorption de la vapeur d'eau par les corps solides,* p. 1006.

J. Kallir. — *Eau de cristallisation contenue dans les sels de cobalt dissous,* p. 1015.

NOVEMBRE 1887.

TABLE DES MATIÈRES.

NOVEMBRE 1887.

(*Voir* la suite à la page 3.)

12880 Paris.— Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLAUD, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOURBOUZE, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, CAILLETET, CASPARI, CHAUTARD, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DECHARME, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ÉLIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GRIPON, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, RAYET, RAYNAUD, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI. — DÉCEMBRE 1887.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, 55, rue de Bécon, à Courbevoie (Seine).

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue de Bécon, n° 55, à Courbevoie (Seine). Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

RECHERCHES SUR LE POUVOIR INDUCTEUR SPÉCIFIQUE DES LIQUIDES;

PAR M. NEGREANO.

Objet des recherches. — L'objet principal de mes recherches consistait à déterminer les constantes diélectriques d'une série d'hydrocarbures, ayant des constitutions chimiques homologues; déterminer l'indice de réfraction de la substance, si c'est possible, à la même température où a été mesurée la constante diélectrique, en vue de la vérification de la loi de Maxwell; enfin, connaissant la densité du liquide et me servant de liquides purs, de poids moléculaire connu, comparer la constante diélectrique au poids moléculaire et à la densité.

J'ai été amené à cet ordre de recherches par le fait que les déterminations antérieures de la constante diélectrique diffèrent beaucoup d'un observateur à un autre, ce qui est dû particulièrement aux circonstances suivantes.

Les liquides sur lesquels on avait opéré étaient, généralement, la benzine plus ou moins pure, le pétrole et les huiles. Les divers échantillons de la même substance différaient, soit par leurs propriétés physiques, soit par leur composition chimique, et par suite la valeur de la constante diélectrique, obtenue à l'aide des méthodes différentes, devait être variable. Pour mettre en évidence les faits avancés, je transcrirai la valeur de la constante diélectrique de la benzine, obtenue par divers physiciens :

Silow (1875).............	2,198	
Quincke (1879)..........	2,050	(14°,40)
Palaz (1885).............	2,3377	(17°,2)

Une autre cause de divergence des résultats est peut-être le fait que, dans presque la totalité des observations, le liquide diélectrique touche les deux armatures métalliques du condensateur, et il y a, dans l'intervalle de la détermination, transport d'électricité d'une armature sur l'autre.

Ajoutons enfin, et ceci constitue une objection sérieuse, que dans le cas du liquide touchant les armatures, les surfaces chargées du condensateur augmentent par suite de la diffusion de l'électri-

cité sur les bords. Comme, pour obtenir la constante diélectrique du liquide, il fallait comparer les capacités du même condensateur à lame liquide et à lame d'air, la capacité du dernier est plus petite que celle dont on devrait se servir dans la comparaison et, forcément, la constante diélectrique sera trop grande.

Il faudrait donc faire une correction aux chiffres obtenus, correction dépendant de la nature et de la température du liquide, de la distance des armatures, etc. Pour se faire une idée de l'importance de cette correction, rappelons que Cavendish, en se servant de condensateurs plans de verre, dont les deux faces étaient garnies de lames d'étain, a trouvé que l'effet de la diffusion instantanée de l'électricité était le même que si les feuilles d'étain avaient été étendues de $1^{mm},75$, quand l'épaisseur du verre était de 5^{mm} environ, et de $2^{mm},25$, quand l'épaisseur se réduisait à $1^{mm},7$.

Ces causes d'erreur disparaissent, quand la lame diélectrique est séparée des armatures par deux lames d'air.

Disposition des expériences. Condensateur. — L'appareil dont je me suis servi dans les expériences, et qui a été construit par M. Ducretet, est un condensateur à cinq plateaux circulaires, disposés horizontalement et isolés sur des colonnes d'ébonite.

Comme les plateaux sont mobiles, on peut les retirer partiellement, et l'on peut avoir à volonté ou un condensateur simple à deux plateaux, ou un condensateur à plateaux multiples.

La *fig.* 1 en donne une idée.

Je décrirai successivement :

1° Les plateaux métalliques et la disposition employée pour les isoler complètement;

2° La cage qui protège les plateaux contre l'extérieur;

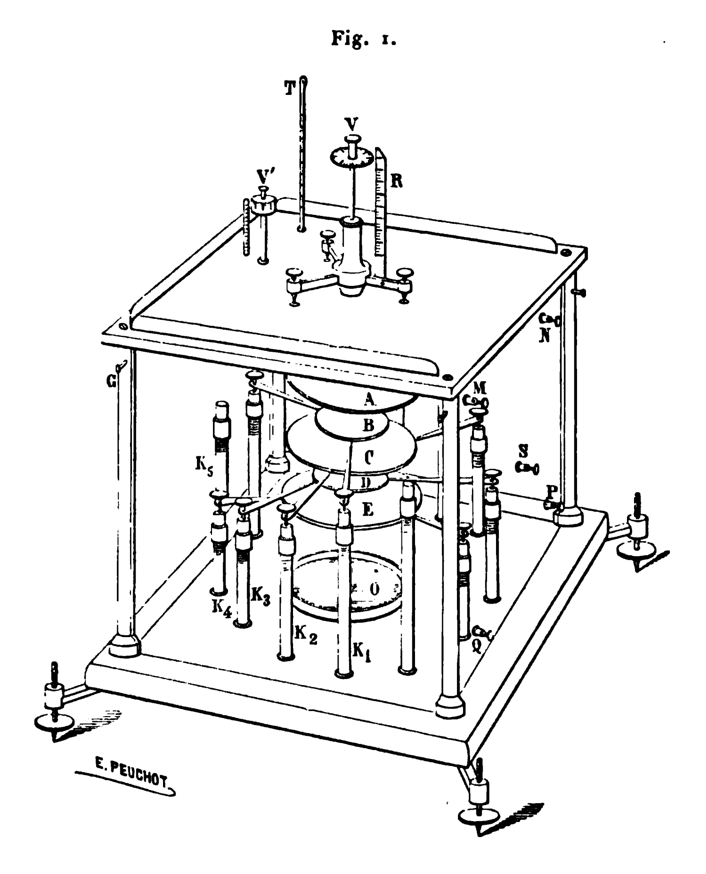
3° La disposition employée pour avoir une couche liquide d'épaisseur déterminée.

Plateaux métalliques (*fig.* 1). — Comme le plus souvent dans mes expériences je me servais de cinq plateaux; alors quatre, B, C, D, E, étaient placés à poste fixe, horizontalement, séparés par une distance d'environ 1^{cm}, et ce n'était que le plateau supé-

rieur A qui pouvait être déplacé verticalement, d'une quantité que l'on pouvait mesurer exactement.

Les deux plateaux extrêmes A, E et le plateau du milieu C étaient du même diamètre, 16^{cm} environ, les deux autres B et D n'avaient que 12^{cm} de diamètre et étaient placés respectivement

Fig. 1.



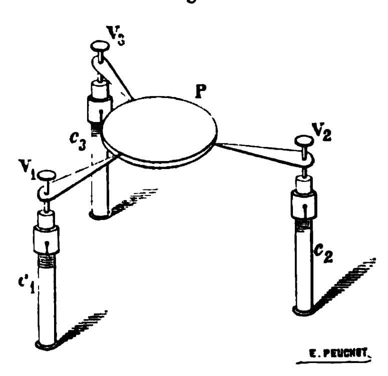
entre le plateau du milieu et les plateaux extrêmes. L'isolement de chacun des quatre disques horizontaux que l'on laissait à poste fixe, une fois l'appareil réglé, était obtenu à l'aide de trois colonnes en ébonite (*fig.* 2).

A cet effet, dans chaque disque P étaient fixées, dans l'épaisseur du disque et à des distances égales, trois petites vis métalliques, qui servaient à visser trois pièces en ébonite dont l'axe était con-

tenu dans un plan parallèle aux faces du disque. Ces pièces en ébonite allaient en s'élargissant, et vers leurs extrémités on avait pratiqué un écrou perpendiculaire à la direction de leurs axes. Des vis en ivoire V_1, V_2, V_3, pénétrant dans ces écrous, reposaient sur des colonnes en ébonite C_1, C_2, C_3 et permettaient d'obtenir l'horizontalité et le parallélisme des disques.

En outre, chacune des trois colonnes C_1, C_2, C_3 en ébonite, d'une hauteur égale, qui soutenaient chaque disque, était pourvue à sa partie supérieure de cylindres en ébonite, creusés à l'in-

Fig. 2.



térieur et pénétrant à frottement dans les colonnes en ébonite. Les cylindres allaient en s'élargissant vers la base; on avait, d'ailleurs, pratiqué dans chaque cylindre deux rainures verticales, jusqu'à la moitié de leur hauteur; on avait taillé la base en forme de vis; un anneau en ébonite, formant écrou, pouvait descendre et serrer le cylindre en ébonite, à différentes hauteurs sur la colonne.

A l'aide de ces dispositions, les plateaux métalliques pouvaient être placés à des distances qui variaient de 3^{cm} à $0^{cm},5$.

Cage de l'appareil (*fig.* 1). — Les plateaux sont protégés par une cage semblable à celle d'une balance ordinaire, dont le couvercle est en ébonite, le socle en bois, et les parois latérales formées par quatre glaces.

Le couvercle de la cage est un plateau carré et épais en ébonite, soutenu à ses extrémités par quatre fortes colonnes en ébonite.

Sur le couvercle repose un trépied en laiton V, qu'on peut rendre horizontal à l'aide des vis calantes dont les extrémités du trépied sont munies. A l'une des extrémités du trépied on a fixé verticalement une lame métallique en laiton R, à bord tranchant, graduée en millimètres. L'axe du trépied est traversé par une vis micrométrique dont le pas est d'un millimètre. La vis micrométrique porte un cercle gradué en 200 parties égales.

La vis se prolonge par une tige métallique destinée à soutenir le plateau supérieur mobile A. Toutefois, pour l'isoler complètement, on a interposé, entre la partie inférieure de la tige métallique et la partie centrale du plateau supérieur, un gros cylindre en ébonite.

On voit, de cette manière, que les déplacements du plateau supérieur peuvent être mesurés avec une approximation de $\frac{1}{200}$ de millimètre.

Sur l'une des glaces latérales, qui est fixe, on a disposé cinq bornes métalliques M, N, P, S, Q suffisamment éloignées, pour ne pas s'influencer, communiquant par des fils en cuivre respectivement avec chacun des plateaux.

Disposition adoptée pour avoir une couche liquide d'épaisseur déterminée. — Le liquide dont on veut déterminer la constante diélectrique est contenu dans une cuvette plate, d'un diamètre d'environ 18^{cm}, et interposé horizontalement entre le plateau mobile et le dernier plateau supérieur fixe, et reposant sur les trois pièces horizontales en ébonite qui soutiennent ce dernier plateau B.

La cuvette avait ses deux faces absolument planes et parallèles, et l'on voit que la cuvette et la couche diélectrique liquide étaient séparées des deux plateaux métalliques voisins par deux lames d'air.

On mesurait la couche liquide à l'aide de la disposition suivante : Le couvercle en ébonite est percé d'une ouverture par où pénètre une vis micrométrique V', continuée à la partie inférieure par une pointe en ivoire. Le pas de la vis est de $\frac{1}{2}$ millimètre; en outre, elle porte, à la partie supérieure, un tambour divisé en 25 parties égales. Il en résulte que l'épaisseur de la couche liquide peut être mesurée très exactement à $\frac{1}{50}$ de millimètre.

Pour avoir l'épaisseur de la couche liquide, il suffisait de noter

les positions de la vis, quand la pointe en ivoire touchait successivement la surface supérieure de la cuvette et du liquide. En regardant sous une grande incidence, on s'apercevait du point précis où la pointe de la vis et son image réfléchie venaient se toucher normalement.

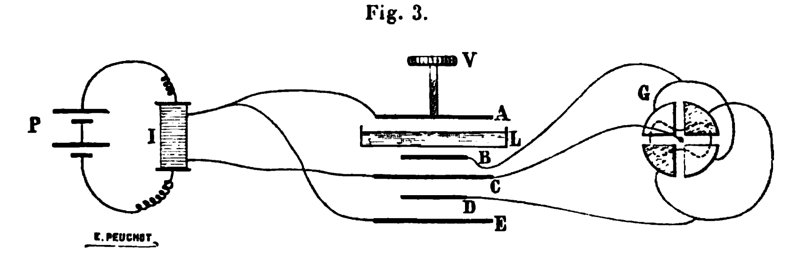
D'ailleurs sur la pointe en ivoire était tracée, à une certaine hauteur, une ligne de repère, ce qui permettait de mesurer au cathétomètre l'épaisseur de la couche liquide.

Une ouverture convenable, pratiquée dans le couvercle, permettait d'introduire un thermomètre sensible T, touchant par sa base le liquide.

Disposition des expériences. — Pour ces expériences, je me sers d'une petite bobine actionnée par 2 à 4 éléments Bunsen, de l'appareil ci-dessus décrit et finalement d'un électromètre à quadrants. Le modèle de l'électromètre que j'ai employé est celui de MM. Curie, à suspension unifilaire et métallique.

La *fig.* 3 donne une idée de la disposition expérimentale, qui

Fig. 3.



n'est d'ailleurs, à de légères modifications près, que celle indiquée par W. Thomson et Clerk Maxwell, et que Gordon a employée dans ses recherches expérimentales sur les isolants solides.

L'un des pôles de la bobine I est attaché, comme on le voit dans la figure, au plateau inférieur et fixe E, et au plateau supérieur et fixe A du condensateur, l'autre pôle au plateau central C; les plateaux intermédiaires B et D communiquent chacun respectivement avec l'une des paires de quadrants de l'électromètre; l'aiguille de l'électromètre communique elle-même avec le plateau central C. L'aiguille de l'électromètre porte, comme d'habitude, un petit miroir. On lisait les déviations de l'aiguille à l'aide de la projec-

tion d'un faisceau de lumière, réfléchi par le miroir sur une échelle en celluloïde de 500^{mm}. L'échelle était distante de l'électromètre d'environ 1^{m}.

Pour faire une mesure d'une constante diélectrique, on procédait de la façon suivante.

On s'assurait d'abord que l'aiguille de l'électromètre est bien symétrique par rapport aux quatre quadrants. On notait la division de l'image projetée sur l'échelle, quand l'aiguille était en repos. L'échelle était divisée en 500^{mm}, le zéro commençait à partir d'une extrémité; on s'arrangeait de façon que l'image lumineuse se projetât sur la division 250 de l'échelle. On réunissait ensuite le condensateur à l'électromètre, comme il vient d'être dit, et l'on observait si les déplacements de l'image se faisaient à droite ou à gauche de la position 250. En faisant mouvoir la vis micrométrique, qui commandait le déplacement du plateau supérieur, dans un sens ou dans l'autre, on ramenait l'image à 250 divisions.

Dans ces conditions, l'aiguille était également influencée par les deux paires de quadrants de l'électromètre.

L'aiguille étant ramenée de cette façon à zéro, on constate les faits suivants :

1° Opérant avec 2 éléments Bunsen fraîchement montés et faisant varier le nombre des interruptions par seconde de l'interrupteur de la bobine, l'image ne se déplace pas.

2° Faisant passer dans la petite bobine le courant de 3 ou 4 éléments Bunsen, on n'observe aucune déviation de l'image.

3° Déplaçant de $\frac{5}{100}$ de millimètre le plateau supérieur mobile, dans un sens ou dans l'autre, à partir de la position qui maintient l'aiguille de l'électromètre en repos, on constatait sur l'échelle un déplacement de 5^{mm}, à droite ou à gauche de la position moyenne de l'image. C'était dans le cas où la bobine était actionnée par 2 éléments Bunsen. On constate, en outre, que si l'on augmente le nombre des éléments, pour des déplacements égaux du plateau supérieur, le déplacement de l'image sur l'échelle est beaucoup plus considérable.

On voit donc que, dans les conditions où l'on a opéré, on n'avait à se préoccuper ni de la durée de la charge, ni de la différence de potentiel du condensateur.

L'aiguille étant au repos et le condensateur en communication avec l'électromètre, on notait la position du plateau supérieur. On introduisait ensuite la cuvette, en ayant soin de la placer bien horizontalement. L'image se déplaçait sur l'échelle; on la ramenait à la même position de repos, en élevant le plateau supérieur d'une quantité qu'on pouvait mesurer, comme on l'a vu, avec une approximation de $\frac{1}{200}$ de millimètre. On introduisait ensuite dans la cuvette le liquide diélectrique, dont on mesurait l'épaisseur. L'image se déplaçait; on continuait à élever le plateau supérieur, jusqu'à ce que l'image revînt à la même position de repos.

On avait tous les éléments pour mesurer les constantes diélectriques de la lame, qui forme le fond de la cuvette et du liquide diélectrique.

Soient e' et e les deux épaisseurs; a, b, c les positions du plateau supérieur, qui déterminent l'équilibre de l'äiguille, avant l'introduction de la cuvette, après l'interposition de la cuvette et enfin après l'introduction du liquide.

Il est évident que, si l'on considère les quatre plateaux inférieurs, comme restant à distance fixe et exerçant, par suite, entre eux, les mêmes actions, on pourrait envisager le plateau supérieur fixe et le plateau mobile, dans les trois positions a, b, c, comme formant successivement trois condensateurs, dont les capacités sont égales.

La capacité du premier condensateur à air est

$$(1) \qquad \frac{s}{4\pi d},$$

où d est la distance de deux plateaux.

La capacité du deuxième condensateur, où l'on a introduit la cuvette d'épaisseur e' et de constante diélectrique K', exprimée en capacité de condensateur à air, est

$$(2) \qquad \frac{s}{4\pi\left(d - e' + \frac{e'}{K'} + b - a\right)}.$$

En effet, la distance de deux plateaux équivaut à l'éloignement primitif des deux plateaux, diminué d'une couche d'air d'épaisseur

$e' - \frac{e'}{K'}$ et augmenté de la distance dont on a déplacé le plateau mobile.

Enfin la capacité du troisième condensateur, où l'on a introduit le liquide diélectrique, exprimée en capacité de condensateur à air, est

$$(3) \qquad \frac{s}{4\pi\left[d - e' + \frac{e'}{K'} - e + \frac{e}{K} + (b - a) + (c - b)\right]},$$

e et K étant l'épaisseur et la constante diélectrique du liquide.

Les expressions (1), (2) et (3) sont égales.

Comparant (1) à (2), on déduit

$$d = d - e' + \frac{e'}{K'} + b - a,$$

d'où

$$(4) \qquad K' = \frac{e'}{e' - (b - a)}.$$

Comparant (2) à (3), on déduit de même

$$d - e' + \frac{e'}{K'} + b - a = d - e' + \frac{e'}{K'} - e + \frac{e}{K} + (b - a) + (c - b),$$

d'où

$$(5) \qquad K = \frac{e}{e - (c - b)}.$$

L'expression (4) fournit le pouvoir inducteur spécifique de la lame, dont est formée la cuvette; l'expression (5) celui du liquide.

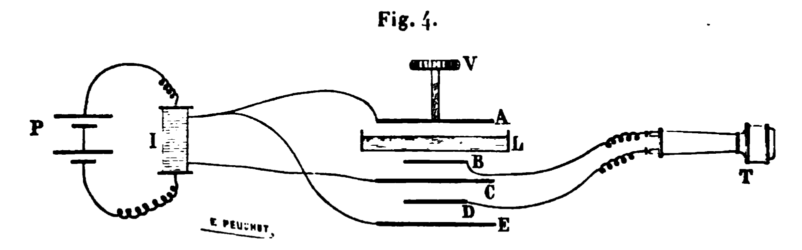
Comme dans (5) ne figure pas la constante a, fixant la position du plateau mobile déterminant l'équilibre de l'aiguille avant l'introduction de la cuvette, dans les mesures effectuées, je déterminais directement les positions b et c du plateau mobile, après les interpositions successives de la cuvette et du liquide.

Les cuvettes dont je me servais étaient l'une en verre, l'autre en cuivre dont on avait nickelé les faces, comme celles des plateaux métalliques. Je déterminais leurs constantes diélectriques, à l'aide de la formule (4). La constante diélectrique de la lame métallique avait, comme on devait s'y attendre et dans les conditions où l'on opérait, une valeur infinie. Les indications étaient d'ailleurs telle-

ment exactes que, pour une lame métallique d'épaisseur de 2^{mm}, la quantité dont il fallait déplacer le plateau supérieur était juste 2^{mm}. En opérant avec les deux cuvettes, j'ai trouvé, pour les liquides, des résultats toujours concordants.

Un certain nombre de mesures ont été effectuées, remplaçant l'électromètre par un téléphone ou deux téléphones, mis en dérivation (*fig.* 4). Dans ce cas, les deux plateaux intermédiaires

Fig. 4.



étaient réunis au téléphone, et le minimum du bruit correspondait aux positions où les actions réciproques des plateaux du condensateur se contrebalançaient.

Comme je m'étais proposé de comparer la constante diélectrique à l'indice de réfraction d'une raie de longueur d'onde infinie, je déterminais les indices des substances par rapport aux raies D du chlorure de sodium et à la raie rouge du chlorure de lithium, ce qui me permettait, me servant de la formule de Cauchy

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2},$$

réduite à deux termes, de déterminer les constantes a et b qui y figurent.

Quant aux densités, elles ont été prises par la méthode ordinaire du flacon.

Résultats. — Les substances sur lesquelles j'ai opéré ont été les hydrocarbures appartenant à la série de la benzine C^mH^{2m-6}; l'essence de térébenthine, l'éther ordinaire et un certain nombre des huiles ordinaires.

Les Tableaux qui suivent résument une partie des observations :

Comparaison entre la constante diélectrique et l'indice de réfraction.

Substances.	Constante diélectrique K.	Température de la détermination de K.	$\sqrt{K}$.	Indice de réfraction.	
Premier échantillon de benzine contenant du thiophène.	2,3206	26°	1,5316	$n_D = 1,4974$ $n_\nu = 1,4895$	26°
Second échantillon de benzine contenant du thiophène.	2,2988	25	1,5172	$n_D = 1,4978$	
Benzine pure sans thiophène........	2,2921	14	1,5139	$n_D = 1,5062$ $n_\nu = 1,5026$	15
Toluène..........	2,242	27	1,4949	$n_D = 1,4912$ $n_\nu = 1,4857$	27
Même échantillon..	2,3013	14	1,5165	$n_D = 1,4984$ $n_\nu = 1,4937$	15
Xylène (mélange de plusieurs isomères)............	2,2679	27	1,5059	$n_D = 1,4897$ $n_\nu = 1,4842$	27
Métaxylène	2,3781	12	1,5421	$n_D = 1,4977$ $n_\nu = 1,4937$	15
Pseudo-cumène ...	2,4310	14	1,5591	$n_D = 1,4837$ $n_\nu = 1,4797$	15
Cymène..........	2,4706	19	1,5716	$n_D = 1,4837$ $n_\nu = 1,4792$	15
Essence de térébenthine.........	2,2618	20	1,5039	$n_D = 1,4726$ $n_\nu = 1,4690$	15

De l'examen de ce Tableau, il résulte que la différence entre la racine carrée de la constante diélectrique et l'indice de réfraction par rapport à la raie D affecte le chiffre des centièmes. Il eût été superflu, de comparer $\sqrt{K}$ à la constante a, donnée par la formule de Cauchy $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$, comme le veut la loi de Maxwell.

Un certain nombre d'essais portaient sur la variation de la constante diélectrique avec la température. A cet effet, je chauffais le liquide jusqu'à une température déterminée, je le laissais ensuite se refroidir, et je déterminais, à des températures que je notais soigneusement, la constante diélectrique. Ces déterminations ont

porté sur le toluène et sur le xylène, tels qu'on les trouve dans le commerce entre des températures variant de 20° à 32°.

J'ai constaté une diminution de la constante diélectrique avec la température. Comme d'ailleurs, pour des températures s'approchant plus ou moins du point d'ébullition, le liquide devient conducteur, et qu'alors sa constante diélectrique devient, sinon infinie du moins très grande, la constante diélectrique doit passer par un minimum.

La formule qui exprimerait cette variation de la constante diélectrique serait de la forme

$$K_t = K_{t_0}[1 - \alpha(t - t_0) + \beta(t - t_0)^2],$$

t_0 désignant la température initiale, α et β étant des coefficients constants et positifs pour un liquide déterminé. Il serait intéressant de voir si la température du minimum correspond à celle que l'on obtiendrait analytiquement, en égalant à zéro la dérivée de K_t par rapport à t. Je me propose, dans un travail ultérieur, d'étendre ces recherches, en opérant dans un plus grand intervalle de température.

Comparaison entre la constante diélectrique, la densité et le poids moléculaire de la substance.

				Substances			
Substances.	Poids moléculaire.	Densité.	K.	$\sqrt{K}$.	$\frac{\sqrt{K-1}}{d}$.	$\frac{K-1}{d}$.	$\frac{K-1}{(K+2)d}$.
1er échantillon de benzine......	78	$d_{26} = 0{,}8803$	$K_{26} = 2{,}3206$	1,5316	0,60	1,500	0,34
2e échantillon de benzine......	78	$d_{25} = 0{,}8756$	$K_{26} = 2{,}2988$	1,5172	0,59	1,48	0,34
Benzine pure...	78	$d_{14} = 0{,}8853$	$K_{14} = 2{,}2921$	1,5139	0,58	1,459	0,34
Toluène........	92	$d_{27} = 0{,}8608$	$K_{27} = 2{,}242$	1,4949	0,57	1,442	0,34
		$d_{14} = 0{,}8711$	$K_{14} = 2{,}3013$	1,5165	0,59	1,49	0,346
Xylène (mélange d'isomères)...	106	$d_{27} = 0{,}8554$	$K_{27} = 2{,}2679$	1,5059	0,588	1,475	0,345
Métaxylène.....	106	$d_{12} = 0{,}8702$	$K_{12} = 2{,}3781$	1,5421	0,62	1,58	0,36
Pseudo-cumène.	120	$d_{14} = 0{,}857$	$K_{14} = 2{,}4310$	1,5591	0,65	1,66	0,37
Cymène........	134	$d_{19} = 0{,}851$	$K_{19} = 2{,}4706$	1,5716	0,67	1,72	0,38
Essence de térébenthine.....	136	$d_{20} = 0{,}875$	$K_{20} = 2{,}2618$	1,5039	0,57	1,44	0,337

De l'ensemble de ce Tableau on déduit :

1° Que la constante diélectrique croît quand la molécule se complique ;

2° Que le rapport $\frac{\sqrt{K-1}}{d}$ croît, quoique de quantités inégales, quand on avance dans la série ;

3° Même remarque pour le rapport $\frac{K-1}{d}$;

4° Que le rapport $\frac{K-1}{(K+2)d}$ est à peu près constant, ce qui constituerait une relation qui lie K à la densité, pour la série des corps que j'ai essayés et qui sont de la forme $C^m H^{2m-6}$; la valeur de ce rapport est une constante particulière à cette série.

Les résultats des déterminations des constantes diélectriques des huiles, de nature végétale ou animale, d'un certain nombre d'éthers simples ou composés, de la variation des constantes diélectriques de ces substances avec la température, ainsi que de la valeur de la constante diélectrique d'un élément à l'état libre, ou en combinaison, formeront l'objet d'une prochaine publication.

INFLUENCE DU MAGNÉTISME SUR LES PROPRIÉTÉS THERMO-ÉLECTRIQUES DU BISMUTH ;

PAR M. G.-P. GRIMALDI [1].

Expérience préliminaire. — Un couple thermo-électrique, formé par deux fils de cuivre soudés aux extrémités d'un barreau cylindrique de bismuth commercial de 5^{cm} de longueur et 1^{cm} de diamètre, était placé équatorialement entre les deux pôles d'un fort électro-aimant de Faraday. Les soudures étaient maintenues l'une à 0° et l'autre à la température ambiante.

---

[1] Résumé par l'auteur d'une Note préliminaire présentée à la *R. Accademia dei Lincei* (7 février 1886), et d'un Mémoire présenté en juin 1886 à la *Società di Scienze naturali ed economiche di Palermo.*

Ce couple était réuni à une boussole de Wiedemann astatisée par un circuit qui contenait une pile thermo-électrique constante, qui compensait presque complètement le courant du premier couple. La résistance électrique du barreau de bismuth était négligeable relativement à celle du fil du circuit.

Lorsque l'on excitait l'électro-aimant, on observait une déviation permanente dans le galvanomètre, due à une forte diminution du courant thermo-électrique du couple bismuth-cuivre.

En désignant par $\mathcal{E}$ la force électromotrice thermo-électrique du couple bismuth-cuivre lorsqu'il est hors du champ magnétique, $\mathcal{E}'$ la force électromotrice du même couple dans le champ, en posant

$$\frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{\mathcal{E}} = \delta,$$

on prit δ comme mesure du phénomène en question.

Étude du phénomène. — Avec une méthode spéciale qui exigeait l'emploi d'un galvanomètre différentiel, j'ai fait un grand nombre de déterminations de δ, dans des circonstances très variées, pour neuf couples construits avec du bismuth de diverses qualités. J'ai pu déterminer ainsi les détails du phénomène. En voici les plus importants.

δ est positif pour le bismuth commercial, négatif pour le bismuth pur. Il varie beaucoup d'un couple à un autre, pour un champ d'environ 2000 unités C.G.S., il a varié dans les divers couples depuis 0,0064 jusqu'à 0,0610. Pour un même couple, il varie beaucoup (de grandeur, pas de sens) en changeant soit l'orientation du barreau de bismuth relativement à l'électro-aimant, soit la direction du courant thermo-électrique ou du courant magnétisant. Dans les positions axiales du barreau, δ est de même signe et en général plus petit que dans les positions équatoriales (l'intensité du champ étant la même dans les deux cas).

δ diminue à mesure que la différence de température entre les soudures augmente.

Pour ce qui regarde la variation de δ avec l'intensité du champ, δ est presque nul pour des forces magnétiques inférieures à environ 1000 unités C.G.S. De 1000 à 2000 unités il croît très rapidement; pour des champs plus intenses, il augmente presque pro-

portionnellement à leur intensité. Voici une série de mesures dans lesquelles l'intensité I du champ est donnée en fonction de la composante horizontale M du magnétisme terrestre.

I.	δ.
1350 M	0,0000
4040 M	0,0000
9140 M	0,0197
12130 M	0,0396
18860 M	0,0738

La plus grande des valeurs de δ que j'ai obtenue a été

$$\delta = 0,1104,$$

avec un couple de bismuth commercial situé en position équatoriale, I étant égale à 18860M.

MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DE LA TENSION SUPERFICIELLE;

PAR M. H. SENTIS.

La détermination de la tension superficielle par la mesure de l'ascension des liquides dans les tubes capillaires mouillés suppose que l'angle de raccordement est nul. Voici une méthode analogue qui est indépendante de cette hypothèse. Étirons à la lampe un tube de verre, de façon à en faire un fil très fin creux. Aspirons le liquide dans ce tube jusqu'à une hauteur convenable et laissons-le retomber. Une goutte prend naissance qui tout d'abord remonte le long du tube; mais, grâce à la forme conique de celui-ci, on peut arriver assez aisément à obtenir une position d'équilibre pour laquelle la goutte reste suspendue, l'extrémité du tube débouchant librement dans son intérieur. Mesurons le diamètre horizontal $2r$ de la goutte et la distance h entre le point le plus bas et le niveau a dans le tube fin. Puis faisons plonger ce tube dans un verre plein de liquide que nous soulevons jusqu'à ce que le niveau revienne en a dans le tube et soit h_2 la distance entre ce point et la surface libre dans le verre.

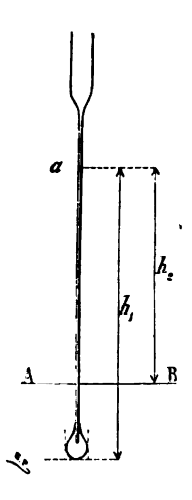
En considérant l'action de la tension superficielle sur la circonférence du grand cercle horizontal et en assimilant à une demi-sphère la portion de la goutte au-dessous de ce plan, on a la formule

$$2\pi r F = \pi r^2 (h_1 - h_2 - r) d + \frac{2}{3}\pi r^3 d$$

ou

$$\frac{2F}{d} = r(h_1 - h_2) - \frac{r^2}{3}.$$

On peut sur une même goutte prendre un grand nombre de



mesures, pourvu que l'on ait la précaution de ralentir l'évaporation en amenant une surface liquide à une petite distance au-dessous. L'évaporation paraît sans influence sur la tension superficielle. Quant aux filaments légers qui sont souvent en suspension dans l'air, ils la font immédiatement baisser par suite de la matière grasse qui les enduit. La méthode précédente sera peut-être commode pour déterminer la tension superficielle entre deux liquides.

A titre d'exemple, voici quelques résultats relatifs à l'eau distillée :

$\frac{2F}{d}$.

	25°,4.	26°,0.	26°,2.	26°,6.
	14,848	14,839	14,755	14,659
	14,911	14,793	14,782	14,627
	14,896	14,853	14,788	14,656
	14,782	14,759	14,744	14,678
	14,879	14,738	»	14,700
	14,834	14,724	»	14,668
	14,880	14,778	»	14,697
	14,769	14,757	»	14,682
	14,800	14,794	»	14,665
	14,846	14,752	»	14,694
	14,862	14,821	»	»
	14,853	14,848	»	»
	14,858	14,805	»	»
	14,876	»	»	»
	14,871	»	»	»
	14,787	»	»	»
	14,864	»	»	»
Moyenne.	14,848	14,789	14,767	14,672

C.-K. WEAD. — **Durée du contact entre le marteau et la corde d'un piano**; *American Journal*, t. XXXII, p. 366; 1886.

Helmholtz a donné la théorie de l'action du marteau sur la corde d'un piano et montré que l'intensité relative des harmoniques, pour des sons compris entre 33 et 264 vibrations doubles par seconde, concorde à peu près avec ce que l'on peut calculer en supposant que le contact de la corde et du marteau dure $\frac{3}{14}$ de la période de vibration de la corde.

M. Wead a déterminé directement cette durée en recouvrant le marteau d'une mince feuille d'or qui le rend conducteur et en mettant le marteau et la corde dans le circuit d'une pile et d'un galvanomètre balistique. Connaissant la déviation produite par le courant constant et la déviation produite par le courant momentané quand le marteau vient frapper les cordes, on en déduit la durée de ce dernier courant. Pour l'ut_{-1} de 34 vibrations doubles par seconde, la durée de contact du marteau et de la corde est exactement de $\frac{1}{6}$ de la durée de la vibration au lieu de $\frac{3}{14}$ comme

l'avait admis Helmholtz. Quand on attaque la note doucement, la durée du contact est environ de 20 pour 100 plus grande que pour une attaque ordinaire ou dure.

L'auteur a déterminé de même la durée du contact des billes d'ivoire que l'on emploie d'ordinaire dans les cours de Physique : il a trouvé $0^s,0013$ pour deux billes de 55^{gr} suspendues à des fils de $67^{cm},5$ et décrivant un arc dont la corde est de $20^{cm},5$.

A. ANGOT.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

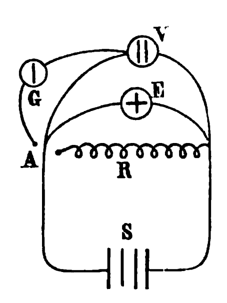
Tomes XXVII, XXVIII, XXIX; 1886.

Électricité (suite) (1).

A. FÖPPL. — Méthode pour évaluer le maximum de la polarisation galvanique. t. XXVII, p. 187-191.

Soient

S la pile qui produit le courant;
V le voltamètre;
R un rhéostat;



G un galvanomètre;
A un commutateur qui permet d'introduire à la fois sur le circuit SV les deux dérivations R et G;
E un électromètre.

On peut toujours ajuster la résistance R de telle sorte que le

(1) *Voir* p. 540 de ce volume.

courant soit nul dans la branche V du circuit, ce dont on s'assurera par le galvanomètre G. La différence de potentiel mesurée par l'électromètre E est alors la force électromotrice de polarisation du voltamètre.

H. JAHN. — Relation de l'énergie chimique et de l'énergie électrique des éléments galvaniques, t. XXVIII, p. 21-43 et 491-497.

Ce travail a été entrepris en vue de soumettre à des vérifications numériques la formule connue de Helmholtz

$$Q = \alpha T \frac{\partial p}{\partial t} J,$$

dans laquelle α représente l'équivalent calorifique du travail, Q la quantité de chaleur qu'il faut fournir à un élément galvanique impolarisable de force électromotrice p, pendant qu'il est traversé par la quantité d'électricité J, à la température absolue T. M. Jahn évaluait $\frac{\partial p}{\partial t}$ directement, à l'aide de deux éléments identiques dont l'un était plongé dans la glace, l'autre échauffé dans un bain d'air à une température quelconque. Il pouvait donc calculer Q exactement.

La quantité Q représente, d'après Helmholtz, la différence entre la chaleur équivalente à l'énergie électrique et la chaleur chimique. Pour évaluer cette dernière, M. Jahn plonge, dans le calorimètre de glace de Bunsen, l'élément à étudier et il ajoute à la chaleur recueillie par le calorimètre celle qui se dépense, d'après la loi de Joule, dans le circuit extérieur. Enfin il déduit la chaleur équivalente à l'énergie électrique de la mesure de la force électromotrice de la pile et de l'intensité du courant produit.

Le Tableau suivant résume les résultats des expériences :

Élément.	Force électro-motrice à 0° en volts.	Chaleur électrique.	Chaleur chimique	$\frac{dp}{dt}$ (en volts).	Q trouvé.	Q calculé.
Cu, $CuSO^4 + 100 H^2O$ ‖ Zn, $ZnSO^4 + 100 H^2O$	1,0962	50,526	50,110	+0,000034	−0,416	−0,428
Cu, $Cu(C^2H^3O^2)Aq$ ‖ Pb, $Pb(C^2H^3O^2) + 100 H^2O$	0,47643	21,960	16,523	+0,000385	−5,437	−4,844
Ag, AgCl ‖ Zn, $ZnCl^2 + 100 H^2O$	1,0306	47,506	52,17	−0,000409	−4,66	−5,148
Ag, AgCl ‖ Zn, $ZnCl^2 + 50 H^2O$	1,0171	46,896	49,082	−0,00021	+2,186	+2,644
Ag, AgCl ‖ Zn, $ZnCl^2 + 25 H^2O$	0,9740	44,908	47,147	−0,000202	+2,239	+2,54
Ag, AgBr Zn, $ZnBr^2 + 25 H^2O$	0,84095	38,772	39,936	−0,000106	+1,164	+1,334
Ag, $Ag^2(AzO^3)^2 + 100 H^2O$ ‖ $Pb^2(AzO^3)^2 + 100 H^2O$,	0,932	42,98	50,87	−0,000632	+7,25	+7,86
Ag^2, $Ag^2(AzO^3)^2 + 100 H^2O$ ‖ $Cu(AzO^3)^2 + 100 H^2O$,	0,458	21,12	30,04	−0,000708	+8,92	+8,92

Elles fournissent une excellente vérification de la théorie de Helmholtz.

H. JAHN. — Sur la polarisation galvanique, t. XXVIII, p. 498-508.

Pour mesurer la force électromotrice de polarisation p, M. Jahn emploie un commutateur spécial, réglé par les vibrations d'un diapason. Ce commutateur ferme alternativement : 1° le circuit d'une pile de 3 éléments Bunsen sur la cellule électrolytique à polariser, et 2° un circuit secondaire à très grande résistance contenant un galvanomètre et la cellule électrolytique. Si l'on supprime le circuit primaire, qu'on intercale un Latimer Clark dans le circuit secondaire et qu'on mette de nouveau en vibration le diapason, on obtiendra une nouvelle déviation du galvanomètre qui permettra de le *calibrer* pour les mesures que l'on exécute. Désignant par ψ et θ les deux déviations et par Cl la force électromotrice du Latimer Clark,

$$p = \frac{\mathrm{Cl} \tang \psi}{\tang \theta}.$$

Voici les valeurs de p ainsi obtenues, pour des électrodes de pla-

tine, et pour une dilution des liquides correspondant à 200 molécules d'eau pour 1 molécule de sel :

Substance.	p (en volts).	Substance.	p (en volts).
$CuSO^4$........	1,660	$Ag(AzO^3)^2$....	1,220
$ZnSO^4$........	2,715	$Pb(AzO^3)^2$....	2,143
$CdSO^4$........	2,364	$Pb(C^2H^3O^2)^2$.	2,043
$Cu(C^2H^3O^2)^2$..	1,511	H^2SO^4........	2,388
$Zn(C^2H^3O^2)^2$..	2,624	Na^2SO^4........	3,130
$Cu(AzO^3)^2$. ..	1,636	K^2SO^4........	3,118

Comme première application de ces mesures, M. Jahn calcule la force électromotrice de diverses piles à deux liquides qu'il a eu l'occasion d'étudier directement. Cette force électromotrice est égale à la différence des valeurs de p correspondant aux deux dissolutions employées, à la condition que les métaux du couple soient ceux des sels correspondants.

	Force électromotrice	
Élément.	observée.	calculée.
Cu, $CuSO^4$ ‖ Zn, $ZnSO^4$....................	1,096	1,058
Cu, $CuSO^4$ ‖ Cd, $CdSO^4$....................	0,678	0,705
Ag^2, $Ag^2(AzO^3)^2$) ‖ Cu, $Cu(AzO^3)^2$........	0,436	0,416
Ag^2, $Ag^2(AzO^3)^2$ ‖ Pb, $Pb(AzO^3)^2$.........	0,914	0,923
Cu, $Cu(AzO^3)^2$ ‖ Pb, $Pb(AzO^3)^2$...........	0,492	0,507
Cu, $Cu(C^2H^3O^2)^2$ ‖ Zn, $Zn(C^2H^3O^2)^2$.......	1,104	1,113
Cu, $Cu(C^2H^3O^2)^2$ ‖ Pb, $Pb(C^2H^3O^2)^2$	0,496	0,532
Pb, $Pb(C^2H^3O^2)^2$ ‖ Zn, $Zn(C^2H^3O^2)^2$.......	0,603	0,579

Une deuxième application consiste dans le calcul de la chaleur secondaire correspondant à la décomposition des divers électrolytes. Quand un courant d'intensité J traverse un électrolyte pendant le temps t, il produit un travail

$$J^2Wt + Jpt,$$

dont une partie J^2Wt est consommée d'après la loi de Joule, tandis que l'autre Jpt correspond à la polarisation des électrodes. On sait aujourd'hui que cette dernière n'équivaut pas à la chaleur de décomposition Q de l'électrolyte, mais qu'une partie W_s, désignée sous le nom de *chaleur secondaire,* se retrouve sous forme de chaleur dans la cellule électrolytique. On a, en désignant par α

l'équivalent calorique du travail

$$W_s = \alpha J p t - Q.$$

Le Tableau suivant donne : 1° les valeurs de $\alpha J p t$ déduites des mesures de polarisation effectuées par M. Jahn; 2° les valeurs de Q publiées par M. Thomsen; on en déduit $\alpha J p t - Q = W_s$. On a joint à ce Tableau les valeurs de $W_p = \alpha J p t$ obtenues par Favre à l'aide de mesures calorimétriques directes.

Substance.	$\alpha J p t$ Jahn.	W_p Favre.	Q Thomsen.	W_s.
Cu, SO^4	76,51	76,06	55,96	20,55
Zn, SO^4	125,14	132,98	106,09	19,05
Cd, SO^4	108,96	108,94	89,88	19,08
$Cu, (C^2H^3O^2)^2$	69,65	»	50,34	19,31
$Zn, (C^2H^3O^2)^2$	120,95	»	100,71	20,24
$Cu, (AzO^3)^2$	75,41	75,54	52,41	23,00
$Ag^2, (AzO^3)^2$	56,23	»	16,78	39,45
$Pb, (AzO^3)^2$	98,78	»	68,07	30,71
$Pb, (C^2H^3O^2)^2$	94,17	»	65,77	28,40
H^2, SO^4	110,07	109,48	68,36	41,71
$Na^2 SO^4$	144,27	»	»	75,91
$K^2. SO^4$	143,72	»	»	74,36

La plupart des valeurs de W_s sont sensiblement des multiples de 10. Elles sont à peu près égales à 20 pour Cu, SO^4, Zn, SO^4, Cd, SO^4, $Cu, (C^2H^3O^2)^2$, $Zn, C^2H^3O^2$, $Cu(AzO^3)^2$, à 30 pour $Ag(AzO^3)^2$, $Pb(AzO^3)^2$, $Pb, (C^2H^3O^2)^2$, enfin à 40 pour H^2SO^4.

M. Jahn a encore étudié la variation de la force électromotrice de polarisation p avec la température :

Substances.	p (en volts) à 0°.	p (en volts) à 34°.	$p_0 - p_{34}$.
Cu, SO^4	1,660	1,546	0,114
Zn, SO^4	2,715	2,614	0,100
$Zn, (C^2H^3O^2)^2$	2,624	2,515	0,109
$Cu, (AzO^3)^2$	1,636	1,526	0,110
$Ag^2, (AzO^3)^2$	1,220	1,165	0,055
$Pb, (AzO^3)^2$	2,143	2,061	0,082
$Pb, (C^2H^3O^2)^2$	2,043	1,979	0,064

On reconnaît aisément, en consultant ce Tableau, quels sont,

parmi les éléments qu'on peut constituer avec les sels et les métaux correspondants, ceux dont la force électromotrice varie sensiblement avec la température. Les résultats obtenus sont d'accord avec la théorie de Helmholtz.

F. STREINTZ et E. AULINGER. — Sur la polarisation galvanique du plomb, t. XXVII, p. 178-186.

Une pile secondaire à lames de plomb est chargée pendant trente minutes, puis déchargée à travers une résistance très faible. Un commutateur oscillant interrompt périodiquement le courant et établit des communications telles que l'on peut mesurer, à l'électromètre, la force électromotrice du couple formé par une lame de zinc plongée dans le sulfate de zinc et l'une des lames du couple.

On trouve ainsi que la force électromotrice initiale du couple Zn | Pb + O, correspondant à la plaque oxydée, part d'une valeur initiale de $2^{volts},7$ et s'y maintient sans variation sensible pendant toute la durée de la décharge, alors même que le courant de décharge, mesuré au galvanomètre, s'est réduit presque à rien, c'est-à-dire que le couple est épuisé. Au contraire, la force électromotrice du couple Zn | Pb + H, correspondant à la plaque de plomb réduit, ne conserve sa valeur initiale de $0^{volt},44$ que pendant la période du maximum d'intensité : au bout de trois minutes environ, elle croît d'une manière rapide, et, au bout de cinq minutes, elle est de $2^{volts},10$. Ainsi l'on peut dire que la cause de l'épuisement du couple est, non dans la désoxydation de la lame oxydée, mais dans l'oxydation de la plaque de plomb réduit.

E. EDLUND. — Recherches sur la force électromotrice de l'étincelle électrique, t. XXVIII, p. 560-573.

Une machine de Holtz fournit un courant dans le circuit d'un galvanomètre sur lequel se trouve pratiquée une interruption A. Une dérivation mobile, placée au delà de A, contient un tube à gaz raréfié B. Si l'on supprime la dérivation, le galvanomètre donne une déviation très faible; au lieu de diminuer, comme l'on pourrait s'y attendre, elle devient plus de trente fois plus forte quand on rétablit la dérivation. Ce résultat ne peut s'expliquer

que par l'existence, dans la dérivation, d'une force électromotrice de direction inverse à celle du courant qui la traverse. C'est la force électromotrice déjà mise en évidence dans l'arc électrique et dans l'étincelle par les recherches antérieures de M. Edlund. Cette force électromotrice varie avec la nature des électrodes et la pression de l'air à l'intérieur du tube B. Elle présente un minimum pour une certaine valeur de la pression.

De diverses expériences plus complexes, M. Edlund conclut que la force électromotrice de l'étincelle est la résultante de deux autres, ayant pour siège les deux électrodes; au pôle positif, la force électromotrice décroît; au pôle négatif, elle croît, quand la pression décroît d'une manière continue.

R. COLLEY. — Nouvelles méthodes pour l'observation des oscillations électriques. Quelques applications de ces méthodes, t. XXVIII, p. 1-21.

Dans la première Partie de ce travail ([1]) M. Colley a établi que la durée τ d'une oscillation électrique, dans un circuit comprenant une bobine, a pour expression approchée

$$\tau = \pi\sqrt{pc}; \tag{1}$$

p désigne le coefficient de self-induction de la bobine, c sa capacité électrique; la formule peut d'ailleurs être considérée comme rigoureuse si le carré r^2 de la résistance du circuit est négligeable par rapport à $\frac{4p}{c}$, ce qui avait lieu dans les expériences de M. Colley. Les deux grandeurs p et c doivent, bien entendu, être évaluées avec le même système d'unités. Faisons choix du système électromagnétique, puis introduisons la capacité électrostatique C, grâce à la relation

$$c = \frac{C}{v^2}. \tag{2}$$

([1]) Colley, *Wied. Ann.*, t. XXVI, p. 432, 1885; *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 536.

De (1) et (2) on tire

$$v = \frac{\pi}{\tau}\sqrt{pC}. \qquad (3)$$

La mesure du rapport v se trouve ainsi ramenée à la mesure d'un coefficient de self-induction en unités électromagnétiques, d'une capacité en unités électrostatiques, et de la durée d'une oscillation électrique.

Les deux premières de ces grandeurs sont susceptibles d'une évaluation précise; il n'en est pas de même de la troisième qui, de l'aveu de M. Colley, comporte une erreur de 2 pour 100 environ. On ne peut donc considérer le résultat comme exact qu'à 2 ou 3 pour 100. La valeur moyenne trouvée par M. Colley est

$$v = 3{,}015.10^{10}.$$

Nous emprunterons à M. Colley le Tableau suivant des valeurs de v publiées jusqu'ici :

Weber et Kohlrausch	$3{,}107.10^{10}$	J. Thomson	$2{,}963.10^{10}$
W. Thomson	2,82 »	Exner	2,92 »
Maxwell	2,88 »	Rowland	3,045 »
Ayrton et Perry	2,98 »	Klemenčič	3,019 »
Hockin	2,988 »	Colley	3,015 »
Stoletow	2,98—3,00		

Les mesures les plus récentes de la vitesse V de la lumière donnent :

Cornu (1874)	$3{,}0040.10^{10}$
Michelson (1880)	2,9994 »
Young et Forbes (1882)	3,0138 »

G. WIEDEMANN. — Recherches magnétiques, t. XXVII, p. 376-403.

M. Wiedemann établit que la théorie du magnétisme de M. Hughes [1] n'est que la reproduction, sous une forme peu différente, de celle qu'il a publiée en 1877. Il cherche ensuite à prouver que les relations du magnétisme et de la torsion ne

---

[1] Hughes, *Proceed. of the Royal Society*, t. XXXI, p. 525, 1880; t. XXXII, p. 25 et 213; 1881.

peuvent s'expliquer que par une rotation des molécules magnétiques, et non, comme l'ont supposé Maxwell (¹) et Chrysta (²), par une dilatation des fils tordus et inversement. Enfin M. Wiedemann rapporte des expériences nouvelles et très étendues sur la variation de l'aimantation dans des fils de fer ou de nickel, sous l'influence de torsions et de détorsions successives.

Un fait remarquable, c'est que la rotation des molécules magnétiques qu'il faut invoquer pour l'explication des phénomènes s'effectue en sens inverse, dans le fer et le nickel, soumis à la torsion dans des conditions identiques.

H. SACK. — Constantes d'induction spécifique d'aimants dans des champs magnétiques de diverse intensité, t. XXIX, p. 53-68.

Lamont (³) avait annoncé que les changements qu'éprouve le magnétisme de barreaux d'acier, dans un champ magnétique, sont toujours plus considérables quand la force exercée agit pour diminuer l'aimantation que quand elle agit pour l'augmenter. D'autre part, M. F. Kohlrausch (⁴) a montré récemment qu'une telle différence n'existe pas, dans des champs dont l'intensité ne dépasse pas l'intensité horizontale H du magnétisme terrestre.

Pour étudier à son tour la même question, M. Sack compare les courants induits obtenus par l'ouverture ou la fermeture d'une spirale primaire entourant un barreau d'acier, dans une spirale secondaire fermée sur un galvanomètre. Si l'intensité du champ ne dépasse pas 0,2 (valeur moyenne de H) et même 1,2 les deux courants induits sont égaux. Pour des champs plus intenses, les courants induits correspondant à la première fermeture ou à la première ouverture sont plus forts que les suivants; mais, après quelques alternatives de fermeture et d'ouverture, ces courants induits deviennent constants et restent égaux entre eux, pourvu que l'intensité du champ ne dépasse pas 3 ou 4. Si l'intensité du champ devient encore plus forte, on observe une inégalité dans

(¹) MAXWELL, *Electricity and Magnetism*, 2ᵉ édit., t. II, p. 86.
(²) CHRISTAL, *Magnetism. Encyclop. Metropol.*, p. 270.
(³) J. LAMONT, *Handbuch des Erdmagnetismus*, Berlin, 1849 et 1367.
(⁴) F. KOHLRAUSCH, *Wied. Ann.*, t. XXII, p. 415; 1884.

le sens indiqué par Lamont, et le magnétisme permanent lui-même peut être plus ou moins altéré.

O. TUMLIRZ. — Action d'un champ magnétique sur le quartz, t. XXVII, p. 133-142.

Le quartz est diamagnétique. M. Tumlirz trouve que, de plus, le quartz, droit ou gauche, acquiert dans un champ magnétique une polarité *magnétique* durable : ce fait étrange, et en apparence contradictoire, demanderait à être confirmé.

L. SOHNCKE. — Rotation électromagnétique de la lumière naturelle, t. XXVII, p. 203-219.

La lumière naturelle est-elle susceptible d'éprouver la rotation électromagnétique comme la lumière polarisée? Pour décider cette question, M. Sohncke a recours à une expérience d'interférence due à M. Abbe. Celle-ci n'avait jamais été publiée par son auteur et nous devons d'abord la décrire.

1. Produisons les franges de deux fentes parallèles, au moyen de lumière polarisée homogène. Si, en avant des fentes, on dispose un quartz droit ou un quartz gauche, le plan de polarisation de la lumière incidente tourne d'un certain angle, sans que le phénomène d'interférence soit modifié; la frange centrale est blanche et conserve sa place. Mais, si, en avant des fentes, on place un quartz à deux rotations, de telle sorte que la ligne de séparation des deux quartz coïncide avec le milieu du champ, la lumière issue de l'une des fentes éprouve une rotation de 90° dans un sens, celle de l'autre fente une rotation de 90° en sens contraire, ce qui équivaut à une différence de marche d'une demi-longueur d'onde entre les lumières issues des deux fentes. La frange centrale qui était brillante devient obscure, les franges obscures deviennent brillantes.

Si l'on remplace le quartz à deux rotations ordinaire par un quartz à deux rotations d'épaisseur moitié moindre, produisant de part et d'autre une rotation de 45°, on démontrera aisément que les franges disparaissent. Si l'on augmente un peu l'épaisseur du

double quartz, les franges apparaîtront très pâles; elles seront à centre blanc.

L'expérience de M. Abbe consiste à reproduire les mêmes dispositions, mais en substituant la lumière naturelle à la lumière polarisée. Les phénomènes que nous venons de décrire ne subissent aucune modification. Le quartz agit donc sur la lumière naturelle comme sur la lumière polarisée.

2. Cela posé, M. Sohncke répète l'expérience de M. Abbe avec un quartz de $1^{cm},88$ qui fait tourner de 45° le plan de polarisation de la lumière jaune. Deux canons rectangulaires de verre de Faraday, d'une même épaisseur de $14^{cm},2$ et aussi identiques que possible, sont placés en avant de la plaque à deux rotations, de manière que le plan médian du champ coïncide avec la face droite de l'un, avec la face gauche de l'autre. Chacun de ces canons de verre est placé au centre d'une bobine de quatre cents tours de fil de cuivre isolé de 2^{mm} d'épaisseur; les deux bobines sont enroulées en sens inverse, elles peuvent être animées par un courant de 20 ampères. Dans ces conditions le plan de polarisation de la lumière jaune tournerait de 9",2, en sens inverse dans chaque canon, sous l'action électromagnétique de la bobine.

L'appareil étant réglé pour la disparition des franges quand le courant ne passe pas, on constate que les franges reparaissent et sont à centre blanc ou à centre noir suivant que le courant passe dans un sens ou dans le sens inverse. Tout se passe donc comme si l'on avait augmenté ou diminué l'épaisseur du quartz à deux rotations; *la lumière naturelle est donc sujette à la rotation électromagnétique comme la lumière polarisée.*

E. Bouty.

IL NUOVO CIMENTO.

t. XIX et XX, 1886.

E. FOSSATI et C. SOMIGLIANA. — Pendule pour expériences de Cours, t. XX, p. 80-84.

On peut constituer un pendule simple par une boule de laiton fixée par les deux extrémités d'un diamètre horizontal à deux fils de suspension également inclinés à l'horizon. Un même support porte quatorze de ces pendules dont les boules, placées sur une même ligne verticale, se touchent presque. Toutes ces boules sont percées suivant leur axe vertical et peuvent être rendues solidaires en enfilant une tige rigide qui passe par leurs ouvertures.

Après avoir montré dans un cours l'oscillation de ces pendules séparés, on les réunit par la tige rigide et l'on constate que le système ainsi formé est synchrone d'un pendule simple dont la longueur correspond à peu près à la distance du point d'attache au centre de la dixième boule.

C. MARANGONI. — Volumètre double pour la mesure exacte des poids spécifiques des liquides, t. XX, p. 112-114.

On emploie simultanément deux volumètres de poids p, p_1 différents, ayant le même calibre de tige. Soient v et v_1 les volumes immergés; puisque la charge additionnelle équivalente à l'effet capillaire est la même pour les deux appareils, on a, en désignant par d le poids spécifique du liquide,

$$p - p_1 = (v - v_1)d,$$

d'où l'on tirera la valeur de d.

E. BAZZI. — Frein à liquide pour les appareils à déviation impulsive, t. XIX, p. 270-277.

Les électromètres (Thomson, Mascart, etc.) dans lesquels on emploie l'acide sulfurique, pour établir une communication élec-

trique avec l'aiguille mobile présentent quelques irrégularités de fonctionnement; elles sont dues à la viscosité superficielle acquise par l'acide sulfurique quand il est depuis quelque temps exposé à l'air.

M. Bazzi propose de se servir de cette viscosité superficielle pour rendre apériodiques les indications de l'électromètre. A cet effet, il munit le système suspendu de deux pointes additionnelles, symétriques par rapport à l'axe et un peu écartées; il arrête, pour ainsi dire subitement, les mouvements oscillatoires de l'aiguille en surélevant le niveau du liquide, au moment opportun, de manière à mouiller l'extrémité des pointes. Il suffit pour cela de profiter d'un artifice quelconque de vases communiquants.

M. Bazzi emploie une cuvette à double fond, constitué par une membrane au-dessous de laquelle on fait varier la pression de l'air. Il suffit pour cela de plonger rapidement dans le mercure l'une des extrémités d'un tube ouvert à ses deux bouts, dont l'autre extrémité communique avec le double fond. Au-dessus de la membrane il y a du mercure et une couche peu épaisse d'acide sulfurique, dans laquelle viennent baigner les pointes aussitôt qu'on comprime l'air du double fond.

L'amortisseur de M. Bazzi peut être adapté aux galvanomètres.

A. BARTOLI. — **Densité d'un solide dans la constitution duquel entreraient tous les corps simples en conservant leur densité à l'état solide. Comparaison à la densité de la Terre**, t. XIX, p. 127-130.

On imagine un corps solide formé de la réunion de tous les corps simples connus, et l'on admet que ceux-ci conservent dans la constitution du corps composé la densité qu'ils possèdent isolément à l'état solide.

On peut supposer :

1° Que tous les corps simples entrent dans le corps considéré à masses égales. La densité moyenne, calculée d'après les derniers renseignements que l'on possède sur soixante-quatre corps simples, est de 2,698;

2° Que tous les corps simples entrent dans le corps considéré à volumes égaux. La densité calculée est 7,027;

3° Enfin que tous les corps simples entrent dans le corps considéré par des masses proportionnelles à leurs poids atomiques. On trouve alors une densité égale à 5,776.

Cette dernière valeur est très voisine de la densité moyenne de la terre. Si c'est une simple coïncidence, elle est en tout cas bien curieuse à noter.

A. BARTOLI. — Volumes moléculaires et dilatation des liquides à des températures correspondantes. Critique des théories de Kopp, t. XIX, p. 131-142.

Kopp, ayant comparé les volumes moléculaires d'un grand nombre de liquides organiques à leur température d'ébullition normale, en a tiré diverses règles approximatives, auxquelles certains chimistes sont portés à attribuer la valeur de lois physiques rigoureuses.

M. Bartoli montre que, si l'on compare les volumes moléculaires non plus aux températures d'ébullition des corps correspondants sous la pression atmosphérique normale, mais aux températures d'ébullition sous des pressions égales, variant de 20^{mm} à $1 0 2 6 0^{mm}$ de mercure, ces volumes sont altérés dans des rapports différents. Ainsi deux corps dont les volumes moléculaires étaient égaux à leurs températures d'ébullition sous la pression de 20^{mm} peuvent avoir des volumes moléculaires différant de plus de 15 pour 100 aux températures d'ébullition sous la pression de 10260^{mm}. Les règles de Kopp sont donc de simples remarques, qui ne peuvent servir de base à une théorie.

E. VILLARI. — Recherches sur la décharge interne et externe des condensateurs, t. XIX, p. 143-160 et 193-204.

On sait, par les recherches antérieures de M. Villari [1], que quand on charge un condensateur, une partie de la charge des armatures se diffuse sur le verre, pour revenir sur les armatures au moment de la décharge. C'est ce que M. Villari appelle la charge ou la décharge *interne*. Dans le Mémoire actuel, il étudie

(1) Voir *Journal de Physique*, t. I, p. 562.

le phénomène à l'aide d'un galvanomètre en relation d'une part avec l'une des armatures, d'autre part avec un point plus ou moins éloigné de la face correspondante du verre. Voici les principaux résultats qu'il obtient :

1° Quand l'une des armatures d'un condensateur en équilibre électrique perd de l'électricité (au sens de la théorie unitaire) le verre fournit de l'électricité à l'armature; au contraire, si l'armature reçoit de l'électricité, elle en cède une partie au verre;

2° A l'aide d'une batterie chargée, on peut charger un condensateur lentement ou rapidement; on observe qu'à durée égale, les échanges d'électricité entre le verre et l'armature sont plus intenses pour la charge que pour la décharge, et qu'à durée différente, les échanges les plus considérables correspondent à la charge ou à la décharge instantanée. Un condensateur qui se charge ou se décharge instantanément doit être considéré comme ayant une capacité plus grande qu'un condensateur qui se charge ou se décharge lentement.

E. VILLARI. — Chaleur développée dans les liquides par la décharge des condensateurs, t. XIX, p. 14-24.

L'auteur constitue une sorte de thermomètre de Riess dans lequel la résistance échauffée par la décharge est formée d'une colonne de sulfate de zinc ou de sulfate de cuivre, comprise entre des électrodes du métal du sel. Dans ces conditions, les phénomènes de Peltier dont les électrodes sont le siège sont égaux et de signe contraire, et la chaleur dégagée dans la cellule électrolytique est produite entièrement d'après la loi de Joule; on doit donc retrouver les résultats obtenus par Riess avec des résistances solides. C'est ce que M. Villari a vérifié.

Le thermomètre à liquide de M. Villari est formé d'un tube de 15^{mm} à 30^{mm} de diamètre et de 1^{m} de long, fermé à ses extrémités par des bouchons de liège portant les électrodes. Le bouchon supérieur est percé : il porte une véritable tige thermométrique, sur laquelle on apprécie les dilatations éprouvées par le liquide à chaque décharge qui le traverse.

P. CARDANI. — Influence de la capacité du condensateur sur la section des étincelles et sur leur durée, t. XIX, p. 27-29.

Sur la variation du diamètre des étincelles avec le potentiel et la résistance, *ibid.*, p. 29-31.

Soient y la section de l'étincelle, x la capacité du condensateur, on trouve que, pour une différence de potentiel constante et une résistance constante,

$$y = a x^{\frac{1}{n}}.$$

L'exposant $\frac{1}{n}$ dépend de la résistance et tend vers 1 quand la résistance tend vers zéro. Pour des résistances suffisamment grandes (constituées par des colonnes de sulfate de cuivre entre des électrodes de cuivre), n devient assez grand pour que y varie à peine avec la capacité. C'est alors la durée de l'étincelle qui change.

La section y de l'étincelle varie proportionnellement à la différence de potentiel. Enfin, en ce qui concerne la variation de la section à capacité et à potentiel constants, mais avec des résistances z variables, on a

$$y^{\frac{1}{2}} = \frac{c}{a+z} + h.$$

Le paramètre h est indépendant de la capacité.

L. PALMIERI. — Variation de l'électricité atmosphérique avec la hauteur, t. XIX, p. 187-192.

D'observations simultanées faites sur la terrasse de l'Université de Naples, sur la terrasse de Capodimonte et à l'observatoire du Vésuve (altitudes 57^m, 149^m et 637^m), il résulterait que d'une manière habituelle les indications électrométriques sont de plus en plus faibles à des altitudes de plus en plus grandes, contrairement à l'opinion la plus répandue parmi les physiciens et les météorologistes.

Th. CALZECCHI-ONESTI. — Avertisseur séismique, t. XIX, p. 24-26.

Un tube plein de limaille métallique peut être placé dans des

conditions de sensibilité telles qu'il livre passage à un courant, mais que la moindre secousse communiquée au tube lui enlève la propriété de conduire l'électricité. On la lui restitue en le faisant traverser par quelques décharges d'induction.

Cela posé, on peut employer le tube à limaille comme appareil séismique. Il suffit de disposer des communications électriques, telles que la rupture du courant dans la branche contenant la limaille mette en jeu une sonnerie électrique.

A. BARTOLI. — Conductibilité électrique des combinaisons du carbone et particulièrement conductibilité des amides, des dérivés nitrés, t. XIX, p. 43-48, t. XX, p. 121-125.

Conductibilité électrique de quelques composés organiques à l'état solide, t. XIX, p. 48-52.

Variation de la conductibilité électrique de la diéthylamine avec la température, t. XIX, p. 52-54.

Conductibilité électrique des mélanges de composés organiques, t. XIX, p. 55-61.

Variation avec la température de la conductibilité électrique des dissolutions des alcools $C^nH^{2n+2}O$ dans les liquides peu conducteurs ou isolants.

M. Bartoli poursuit une série d'études sur la conductibilité des substances organiques. Voici les principales conclusions de ses expériences :

1. Les amides, les anilides et leurs dérivés par la substitution du chlore, du brome ou de l'iode à l'hydrogène de leur radical acide présentent des traces de conductibilité propre; leurs dissolutions dans un liquide isolant conduisent aussi.

La piridine et ses dérivés, la picoline, la lutidine, la collidine, etc., conduisent bien, à l'état liquide.

Tous les composés nitrés conduisent; la substitution du groupe AzO^2 rend conducteur un isolant, et augmente la conductibilité d'un corps déjà conducteur.

La conductibilité de tous les composés organiques à l'état liquide croît quand la température s'élève.

2. Les chlorures, bromures et iodures des radicaux acides organiques, ainsi que leurs dérivés par substitution du chlore et du brome à l'hydrogène du radical, conduisent bien : leur conductibilité croît avec la température.

Il en est de même des rodanates, des diverses essences de moutarde et des nitriles.

Les sulfures des radicaux alcooliques conduisent mal.

Les composés organo-métalliques liquides sont de bons isolants.

3. Les composés organiques qui conduisent à l'état liquide, et qui passent par l'état pâteux, conservent encore une conductibilité notable bien au-dessous de leur point de fusion. Exemple : benzamide, phénol, paratoluidine, paranitrotoluène.

4. La conductibilité de la diéthylamine *décroît* quand la température s'élève. Cet exemple est jusqu'ici unique. La propylamine, l'allylamine et l'amylamine conservent sensiblement la même conductibilité dans un intervalle de température très large.

5. Diverses solutions ou mélanges de composés organiques présentent en se solidifiant un accroissement de conductibilité. Exemples : 100 parties de naphtaline et 2,5 de nitronaphtaline; 100 parties de naphtaline, 1 partie d'acide phtalique; 100 parties de naphtaline, 1,65 de phénol, etc.

L'auteur pense que, dans le cas où le mélange est formé de deux liquides qui ne se dissolvent pas et qui n'ont pas le même point de fusion, la solidification de l'isolant peut avoir pour effet de réunir en filaments conducteurs les gouttelettes conductrices séparées, ce qui explique l'accroissement de conductibilité.

6. Les dissolutions des alcools de la *série grasse* dans les liquides organiques isolants ou peu conducteurs jouissent de cette propriété que leur conductibilité décroît quand la température s'élève, quelle que soit la proportion d'alcool, pourvu qu'elle ne dépasse pas une certaine limite et quel que soit le dissolvant.

A. BARTOLI. — Conductibilité électrique au point critique, t. XX, p. 136-138.

La conductibilité des liquides organiques enfermés en vase clos et chauffés progressivement ne présente rien de particulier jusqu'au point critique. L'alcool méthylique, que M. Bartoli a trouvé conducteur, conduit de mieux en mieux quand la température s'élève, puis cesse brusquement de conduire quand on dépasse le point critique.

La benzine et l'éther qui, à l'état de pureté, isolent bien, demeurent bons isolants ou très mauvais conducteurs jusqu'au point critique.

A. BARTOLI. — Conductibilité électrique des résines, t. XIX, p. 122-127.

Toutes les résines bien sèches sont de fort bons isolants à la température ordinaire. Bien peu d'entre elles, d'après M. Bartoli, conservent cette propriété au-dessus de leur température de fusion : on peut signaler le baume de Canada, la sandaraque, l'élémi, le copal, la résine de pin sylvestre; d'autres, au contraire, acquièrent une conductibilité relativement considérable quand elles sont ramollies ou fondues, par exemple l'*ambre jaune,* le storax liquide, le sang-dragon, les baumes du Pérou, de Tolu, de copahu, etc.

P. CARDANI. — Conductibilité superficielle du verre due à un voile d'humidité, à différentes températures, t. XX, p. 85-96 et 115-118.

M. Cardani établit nettement que la conductibilité superficielle du verre est due au léger voile d'humidité qui se dépose presque instantanément à sa surface dès qu'on l'expose à l'air. Quand la température s'élève, cette conductibilité diminue assez rapidement. Ainsi dans de l'air à 27° et dont le point de rosée se trouvait à 18°, la conductibilité superficielle du verre s'est réduite au $\frac{1}{9}$ de sa valeur quand on a élevé sa température de 27° à 40°.

A. NACCARI et A. BATTELLI. — Sur le phénomène de Peltier dans les liquides, t. XX, p. 201-210.

Les auteurs ont constaté l'existence du phénomène de Peltier à la surface de contact du sulfate de cuivre et du sulfate de zinc, et reconnu qu'il est bien proportionnel à l'intensité du courant comme le veut la théorie. Le dispositif expérimental consiste à superposer dans un cylindre de verre assez large deux solutions de sulfate de cuivre et de sulfate de zinc, et à rétrécir le plus possible la surface de contact, à l'aide d'un disque isolant et imperméable percé d'un trou qui reçoit le réservoir, un peu plus petit, d'un thermomètre de Baudin au $\frac{1}{50}$ de degré.

MM. Naccari et Battelli ont d'abord substitué au sulfate de zinc divers sulfates métalliques; ils ont encore étudié le phénomène de Peltier à la surface de contact de divers chlorures métalliques avec le chlorure de sodium, ou à la surface de contact du chlorure et du sulfate d'un même métal ou même de deux dissolutions inégalement concentrées d'un même sel. Ils ne donnent pas de mesures absolues; mais ils démontrent que le phénomène de Peltier entre deux liquides est du même ordre de grandeur que celui qui se produit entre deux métaux. E. Bouty.

IL NUOVO CIMENTO,

T. XIX et XX.

Mémoires de Physique mathématique.

C. Somigliana. — *Sur l'équilibre d'un corps élastique isotrope*, t. XIX, p. 84-90, 181-185 et 278-279.

E. Beltrami. — *Usage des coordonnées curvilignes dans les théories du potentiel et de l'électricité*, t. XIX, p. 90-95 et 97-121.

E. Beltrami. — *Sur l'interprétation mécanique des formules de Maxwell*, t. XX, p. 1-25 et 97-112.

E. Beltrami. — *Sur les équations générales de l'élasticité*, t. XIX, p. 186-192.

G. Basso. — *Sur la loi de répartition de l'intensité lumineuse entre les deux rayons réfractés par une même lame cristalline*, t. XX, p. 210-226.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

6e série, t. XII; novembre 1887.

GOUY et CHAPERON. — *Sur la concentration des dissolutions par la pesanteur*, p. 384.

G. FOUSSEREAU. — *Sur l'influence de la pression dans l'altération des chlorures par l'eau*, p. 393.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXIV; novembre 1887.

T.-C. FITZPATRICK. — *Action du dissolvant dans la conductibilité électrique*, p. 377.

S.-P. THOMSON. — *Prismes tordus pour polarimètres*, p. 397.

E. EDLUND. — *Sur la théorie de l'induction unipolaire*, p. 401.

J.-C. MC. CONNEL. — *Cause de l'irisation des nuages*, p. 422.

H.-F. NEWALL. — *Particularités observées dans le fer ou l'acier au rouge clair*, p. 435.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXI, n° 8b (suite); 1887.

W. WERNICKE. — *Réponse aux remarques de M. W. Voigt sur la polarisation elliptique de la lumière réfléchie par les corps transparents*, p. 1028.

J. PULUJ. — *Représentation objective de la vraie forme d'une corde vibrante*, p. 1033.

R. v. HELMHOLTZ. — *Réponse aux remarques de M. F. Koláček*, p. 1036.

W. MULLER-ERZBACH. — *La vitesse d'évaporation considérée comme mesure de la pression de la vapeur*, p. 1040.

W. KOHLRAUSCH. — *De la hauteur des nuages*, p. 1047.

T. XXXII; n° 9, 1887.

R. v. HELMHOLTZ. — *Recherches sur un jet de vapeur*, p. 1.

A. WULLNER. — *Sur le résidu électrique et l'influence dans les diélectriques*, p. 19.

F. EXNER. — *Sur la théorie du contact*, p. 53.

W. HALLWACHS. — *Théorie de quelques recherches de F. Exner*, p. 64.

J. Elster et H. Geitel. — *Production d'électricité par le frottement des gouttelettes liquides*, p. 74.

W. Hankel. — *Fixation définitive des polarités électriques produites dans le cristal de roche aux extrémités des axes secondaires quand on élève ou qu'on abaisse la température*, p. 91.

S. Kalischer. — *Action de la lumière sur la conductibilité électrique du sélénium*, p. 108.

J. Gubkin. — *Précipitation électrolytique d'un métal à la surface libre d'une dissolution électrolytique*, p. 114.

F. Streintz. — *Recherches expérimentales sur la polarisation galvanique*, p. 116.

H. Haga. — *Réponse aux remarques de M. Budde sur mes recherches expérimentales relatives au transport électrique de la chaleur*, p. 131.

A. v. Waltenhofen. — *Nouvelles recherches sur la formule relative à l'aimantation*, p. 133.

F. Schumann. — *Rotation électromagnétique des liquides*, p. 141.

W. v. Bezold. — *Nouvelle méthode pour la décomposition de la lumière blanche en couleurs complémentaires*, p. 165.

E. Kock. — *Relations entre les propriétés optiques et la constitution des combinaisons*, p. 167.

W. v. Bezold. — *Recherches expérimentales sur les liquides tournants*, p. 171.

L. Pfaundler. — *Sur la dénomination du système des mesures*, p. 186.

F. Friedrichs. — *Sur une pile électrique*, p. 191.

T. XXXII; n° 10, 1887.

W. Konig. — *Mesure des coefficients de frottement de liquides au moyen de vibrations tournantes*, p. 193.

W. Konig. — *Addition aux recherches magnétiques sur les cristaux*, p. 222.

F. Kolacek. — *Essai d'explication de la dispersion au point de vue de la théorie électromagnétique de la lumière*, p. 224.

H.-F. Weber. — *Développement de l'émission lumineuse des corps solides incandescents*, p. 256.

F. Stenger. — *Sur l'émission lumineuse des corps solides incandescents*, p. 271.

B. Hecht. — *Remarque sur le Mémoire de M. Pulfrich relatif à la méthode de Wollaston*, p. 275.

E. Mach et P. Salcher. — *Fixation par la photographie des phénomènes produits dans l'air par le passage des projectiles*, p. 277.

W. Peukert. — *Sur l'explication du phénomène de l'aimantation anormale observé par M. v. Waltenhofen*, p. 291.

E. Hoppe. — *Sur l'induction magnéto-électrique*, p. 297.

F. Neesen. — *Réponse aux remarques de M. Dvořák sur mes « observations acoustiques »*, p. 310.

W. Muller-Erzbach. — *Dissociation du sulfate de cuivre aux températures élevées*, p. 313.

R. Schulze. — *Remarques sur le Mémoire de M. Muller-Erzbach « La vitesse d'évaporation considérée comme une mesure de la pression de la vapeur »*, p. 329.

S. Tereschin. — *Sur le transport électrique des liquides*, p. 333.

T. XXXII; n° 11, 1887.

H. Ebert. — *Variation de la longueur d'onde de la lumière avec son intensité*, p. 337.

E. Pringsheim. — *Action chimique de la lumière sur le mélange de chlore et d'hydrogène*, p. 384.

F. Kolacek. — *Addition au Mémoire* Essai d'explication de la dispersion, p. 428.

A. Winkelmann. — *Note sur la dispersion anomale des vapeurs métalliques*, p. 439.

F. Tegetmeier et E. Warburg. — *Sur une polarisation électrique spéciale des cristaux*, p. 442.

G. Wiedemann. — *Recherches magnétiques*, p. 452.

M. Planck. — *Sur le principe de l'accroissement de l'entropie*, p. 462.

F. Braun. — *Remarque sur la relation entre la compressibilité d'un composé et celle de ses éléments*, p. 504.

J.-H. Koosen. — *Propriété des alcalis d'accroître la force électromotrice du zinc*, p. 508.

F. Exner. — *Théorie de mes recherches sur l'électricité de contact*, p. 515.

H. Lorberg. — *Note sur le Mémoire de M. Clausius* Réponse à une remarque de M. Lorberg sur les machines dynamo-électriques, p. 521.

W. Voigt. — *Explication de la polarisation elliptique par la réflexion sur des milieux transparents*, p. 526.

TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LE QUATRIÈME, LE CINQUIÈME ET LE SIXIÈME VOLUME

DE LA 2e SÉRIE (¹).

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire désigne le volume; le second désigne la page.

(¹) La Table des Tomes I, II et III se trouve à la fin du Tome III.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

DES TOMES QUATRE, CINQ ET SIX

DE LA 2e SÉRIE (¹).

Mécanique et Pesanteur.

Actions moléculaires. — Phénomènes physico-chimiques.

(¹) La Table des Tomes I, II et III est à la fin du Tome III.

Acoustique.

Chaleur.

196. — *Exner*. Dimension des molécules. V, 240. — *Thiesen*. Formule relative aux états des corps, V, 496. — *Lodge* et *Clark*. Espace sombre autour d'un corps incandescent, IV, 240.

Conductibilité calorifique. — *Graetz*. Conductibilité des liquides. V, 506. — *Stenger*. Conductibilité de la tourmaline, IV, 522. — *Winkelmann*. Gaz, VI, 535. — *Leduc*. Bismuth dans un champ magnétique, VI, 878.

Application de la chaleur. — *Pictet*. Machines frigorifiques, V, 289.

Optique. — Radiations.

Optique géométrique. — *Exner*. Lentilles, VI, 391. — *Laurent*. Appareil pour contrôler les surfaces, IV, 361. — *Shaw*. Lignes focales, V, 48. — *Hepperger*. Foyer du prisme, V, 237. — *Kraiewitsch, Zilow, Wolkoff, Rosenberg, Piltschikoff, Lermantoff*. Minimum de déviation du prisme, IV, 589. — *D'Ocagne*. Formule des lentilles, IV, 554. — *Loudon*. Surfaces sphériques, IV, 475. — *Battelli*. Système catadioptrique, IV, 283.

Vitesse de la lumière. — *Michelson* et *Morley*. Mouvement du milieu, VI, 442.

Indices de réfraction. — *Bertrand*. Réfractomètre, indices, V, 223. — *Pulfrich*. Réfractomètre. VI, 343. — *Reinke*. Spectrophore, VI, 535. — *Draper*. Usage du sulfure de carbone dans les prismes, V, 132. — *Bleekrode*. Indices des gaz liquéfiés, IV, 109. — *Soret*. Aluns, V, 287. — *Dufet*. Phosphates de soude, VI, 301. — *Parker*. Action des particules solides, V, 50. — *Christiansen*. Corps finement divisés, IV, 533; V, 510. — *Sieben*. Corps à dispersion anomale, IV, 534. — *Mach* et *Arbes*. *Id.*, VI, 538. — *Dufet*. Indices et température, IV, 389; Loi de Gladstone, IV, 577. — *Vogel*. Verre, spath et température, V, 45.

Photométrie. — *Siemens*. Unité de lumière, IV, 533. — *Eder*. Recherche spectrale de la source normale de lumière, V, 241. — *Godard*. Lunette photométrique, V, 173. — *Petrouchewsky*. Photomètres scolaires, IV, 595. — *Lagarde*. Recherches photométriques sur le spectre de l'hydrogène, V, 186. — *Langley*. Transmission de la lumière, V. 137. — *Parinaud* et *Duboscq*. Intensités colorées, IV, 271. — *Crova*. Écrans diffusants, V, 193. — *Weber*. Intensité de la lumière diffuse, V, 510.

Spectres d'émission et d'absorption. — *Michelson*. Énergie dans le spectre, VI, 467. — *Duhem*. Renversement des raies, IV, 221. — *Cornu*. Raies spectrales spontanément renversables, V, 93; spectre de l'hydrogène, V, 100, 341. — *Lagarde*. Spectre de l'hydrogène, V, 186. — *Balmer*. Spectre de l'hydrogène, V, 515. — *Liveing* et *Dewar*. Renversement des raies de l'hydrogène, IV, 51. — *Hasselberg*. Second spectre de l'hydrogène, IV, 241. — *Macé de Lépinay*. Longueur d'onde de la raie D, V, 411. — *Linnemann*. Austrium, VI, 295. — *Kobb*. Germanium, VI, 536. — *Wesendonck*. Spectre du fluorure de silicium, IV, 534. — *Liveing* et *Dewar*. Spectre des explosions gazeuses, IV, 51. — *Madan*. Isolement des rayons bleus, V, 149. — *Sabatier*. Acide chromique; chromates alcalins, VI, 312. — *Crookes*. Matière radiante, IV, 333.

Chaleur rayonnante. — *Christiansen*. Émission, IV, 528. — *Boltzmann*. Loi de Stefan, IV, 526. — *Garbe*. Rayonnement, V, 245. — *Schleiermacher*. Loi de Stefan et rayonnement, V, 508. — *Möller*. Émission d'un corps incandescent, V. 514. —

Électricité et magnétisme.

Météorologie. — Physique du globe.

Histoire de la Physique.

FIN DE LA TABLE ANALYTIQUE.

12078 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Grands-Augustins, 55.

TABLE DES MATIÈRES.

DÉCEMBRE 1887.

(*Voir* la suite à la page 3.)

12680 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.



